

## РОЗРОБЛЕННЯ ТА МОДЕРНІЗАЦІЯ ОВТ

УДК 623.546

С.В. Бондаренко

*Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів*

### ОЦІНКА ВПЛИВУ ПОХИБКИ АПРОКСИМАЦІЇ АНАЛІТИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ТАБЛИЧНИХ ЗНАЧЕНЬ ОПОРУ ПОВІТРЯ НА РОЗРАХУНОК ДАЛЬНОСТІ ПОЛЬОТУ СНАРЯДА

*У статті проведена оцінка впливу похибки апроксимації аналітичними функціями табличних значень опору повітря на розрахунок дальності польоту снаряда. Наведені результати розрахунків відносної похибки дальності стрільби при зміні функції опору повітря для 122-мм гаубиці Д-30; обґрунтовані вимоги до точності наближення аналітичної функції до табличних значень функції опору повітря в залежності від точності складання Таблиць стрільби.*

**Ключові слова:** функція опору повітря, опорна дальність, таблична дальність, Таблиці стрільби, серединні похибки, точність апроксимації.

#### Вступ

**Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури.** Важливішим практичним додатком теоретичних положень представлення функцій опору повітря є використання їх для складання Таблиць стрільби, найбільш важливим елементом яких є повна горизонтальна дальність, яка визначається при складанні Таблиць стрільби в залежності від кута кидання. Точність, з якою встановлена ця залежність, зазвичай називають точністю Таблиць стрільби, яка переважно залежить від похибок визначення опорних дальностей [1-3].

Для розрахунку Таблиць стрільби артилерійських систем, визначення установок для ведення стрільби за допомогою так званих “мобільних калькуляторів” необхідно багаторазово вирішувати систему диференціальних рівнянь просторового руху снарядів при заданих початкових умовах стрільби, для ефективної роботи яких необхідно мати аналітичний опис функцій опору повітря, які неперервно залежать від швидкості польоту снаряда [1, 4].

Перспективним напрямом представлення дискретних (табличних) даних функцій опору повітря є підхід, який заснований на апроксимації даних опору повітря аналітичними функціями, вимогою до якого є можливість отримання єдиної функції опору повітря у вигляді неперервної функції швидкості в межах всього діапазону її зміни та забезпечення найкращого її наближення до дискретних (табличних) даних [5-7].

У роботі [6] запропоновані аналітичні функції опору повітря руху снарядів як сума опорної функції та основного набору апроксимуючих функцій, в якості яких використовуються функція помилок та функція Гаусса, що дозволяє отримати неперервно-диференційовану на

відрізку зміни швидкості польоту снаряда апроксимуючу функцію, яку можна представити єдиним аналітичним виразом. В [8] запропонований метод наближення апроксимуючих функцій до табличних значень опору повітря, який відрізняється від відомих поетапними ітеративними процедурами локальної їх модифікації, що дозволяє забезпечити наперед задану точність їх наближення до табличних даних. Запропонований підхід зводиться до послідовного визначення числових параметрів аналітичних функцій, які неперервно залежать від швидкості польоту снаряда і обчислюються по розузгодженню заданих табличних даних  $(c_X, M_1), (c_X, M_2), \dots, (c_X, M_i)$  функції опору повітря та даними, які отримані за результатами розрахунку апроксимуючих функцій опору повітря  $(\bar{c}_X, M_1), (\bar{c}_X, M_2), \dots, (\bar{c}_X, M_i)$  так, щоб задовольнити умові

$$\left| \frac{\bar{c}_X(M_i) - c_X(M_i)}{c_X(M_i)} \right| \cdot 100\% \leq \varepsilon, \quad (1)$$

з наперед заданою точністю  $\varepsilon$ , яка залежить від точності розрахунку траєкторій польоту снаряда і складання Таблиць стрільби ( $M$  – число Маха).

Важливим питанням, яке постає перед дослідником, є питання визначення точності  $\varepsilon$  наближення аналітичних функцій  $\{\bar{c}_{X_i}(M_i), M_i\}$  до табличних даних функції опору повітря  $\{c_{X_i}(M_i), M_i\}$ . Враховуючи те, що аналітичні функції опору повітря використовуються для розрахунку траєкторій польоту снарядів і Таблиць стрільби, істотно за міру точності прийняти точність визначення табличної дальності,

характеристикою якої є її серединні похибки. Тобто, похибка апроксимації табличних значень функцій опору аналітичними функціями не повинна перевищувати похибку визначення табличної дальності.

**Метою статті** є оцінка точності визначення табличної дальності та обґрунтування вимог до точності апроксимації аналітичними функціями табличних значень опору повітря.

## Основна частина

**1. Серединні похибки визначення табличної дальності.** Точність визначення табличної дальності  $E_{X_T}$ , залежить від помилок [2]:

- визначення опорної дальності  $E_{X_{OP}}$  ;
- розрахунку табличних дальностей  $E_{X_{POЗP}}$  .

Величина сумарної серединної похибки визначення опорної дальності за результатами стрільби визначається залежністю

$$E_{X_{OP}} = \sqrt{E_{X_D}^2 + E_{X_{\theta_0}}^2 + E_{X_{V_0}}^2 + E_{X_{h_0}}^2 + E_{X_{w_x}}^2 + E_{X_{\tau_{БАЛ}}}^2 + E_{X_{M.ПРИВ}}^2} \quad (2)$$

де  $E_{X_D}^2$  – визначення дослідної дальності;

$E_{V_0}$  – похибка визначення початкової швидкості польоту снаряда;  $E_{\theta_0}$  – серединна похибка визначення кута кидання;  $E_{h_0}$  – серединна похибка визначення тиску повітря;  $E_{\tau_{БАЛ}}$  – серединна похибка вимірювання балістичного відхилення температури повітря;  $E_{w_x}$  – серединна похибка вимірювання поздовжнього балістичного вітру;  $E_{X_{M.ПРИВ}}$  – середина похибка в дальності внаслідок похибки методу приведення результатів стрільби до нормальних умов.

За умови, що експериментальні стрільби повторюються, як правило, тричі ( $N = 3$ ), сумарна серединна похибка визначення опорної дальності за результатами триразових стрільб в цьому випадку може бути визначена як

$$E_{X_{OP.N}} = \frac{E_{X_{OP}}}{\sqrt{N}}, \quad (3)$$

де  $E_{X_{OP.N}}$  – серединна похибка визначення дальності за результатами  $N$  – стрільб.

Результати розрахунків величин  $E_{X_{OP}}$  за формулою (2) для різних кутів кидання та початкових швидкостей польоту снаряда знаходяться в межах  $E_{X_{OP}} = (1.03 \div 0.47) \% X$  ( $X$  – дальність стрільби), приймаючи, що  $E_{X_{OP}} = 0.5 \% X$ , та  $N = 3 - 4$ , отримаємо, що опорна дальність буде визначена з серединною похибкою порядку  $(0.25 - 0.30) \% X$ .

У [9] проведена оцінка точності і надійності визначення опорної дальності за результатами експериментальних даних стрільб з 122-мм гаубиці Д-30. Результати експериментальних даних стрільб показують, що при стрільбі з 122-мм Г Д-30 довірчі границі для середнього статистичного значення опорної дальності мають значення  $\tilde{M}[X] - 17 \leq m_X \leq \tilde{M}[X] + 17$  з надійністю 99 % ; максимальне відхилення значення опорної дальності від його середнього арифметичного значення буде знаходитися в межах 70 м, що відповідає серединній похибці порядку 0.30 %  $X$ .

Точність розрахунку табличних дальностей  $E_{X_{POЗP}}$  залежить від розрахунків залежностей основних табличних даних від опорної дальності, а також згладжування цих результатів; похибок розрахунків за балістичним збірником, які обумовлюються похибками самого збірника та похибками інтерполяції. Внаслідок цього похибка табличної дальності оказується більшою, аніж похибка визначення опорної дальності

$$E_{X_T} = \sqrt{E_{X_{OP}}^2 + E_{X_{POЗP}}^2} \quad (4)$$

Дослідження показують [2], що серединну похибку визначення табличної дальності наближено можна рахувати  $E_{X_T} \approx 0,5 \% X$  .

Таким чином, похибка апроксимації табличних значень функцій опору аналітичними функціями не повинна перевищувати похибку визначення табличної дальності  $E_{X_T}$  .

**2. Обґрунтування вимог до точності апроксимації аналітичними функціями табличних значень опору повітря.** Для оцінки впливу функції опору повітря на основний елемент Таблиць стрільби – табличну дальність необхідно багаторазово інтегрувати систему диференціальних рівнянь просторового руху снаряда так, щоб, змінюючи значення функції опору повітря, отримувати зміну величини табличної дальності. Таким чином, можна отримати залежність дальності від функції опору повітря та оцінити її вагу.

Математична модель польоту снаряда [10, 11] реалізована програмно на основі стандартної підпрограми чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, написаною в програмному середовищі Maple. Розрахунки проводились для 122-мм артилерійського снаряда ОФ-462, підривник РГМ-2 гаубиці Д-30 [12]. В якості вхідних параметрів прийнято: табличні значення функції опору повітря 1943 року; паспортні (формулярні) значення балістичних параметрів та інерційно-вагові характеристики та аеродинамічні коефіцієнти сил та моментів снаряда; табличні значення кутів кидання  $\Pi$  з дискретністю, що відповідають зміні дальності у 1000 м.

Підставляючи в систему диференціальних рівнянь просторового руху снаряда масив табличних даних функції опору повітря 1943 року та змінюючи їх

величини, отримуються відповідні значення табличних дальностей. Відносна похибка  $\eta$  визначення табличних дальностей  $X_T$ , при варіації табличних значень функції опору повітря 1943 року визначається як

$$\eta = \left| \frac{X_T(c_X) - \bar{X}_T(\bar{c}_X)}{X_T(c_X)} \right| \cdot 100\%, \quad (5)$$

де  $X_T(c_X)$  – таблична дальність, яка розраховується за табличними даними функції 1943 року;  $\bar{X}_T(\bar{c}_X)$  – таблична дальність, яка розраховується за табличними даними функції опору повітря 1943 року, які варіюються.

Результати проведеного комп'ютерного моделювання дали можливість:

- визначити вплив величини заряду (початкової швидкості  $v_0$ ) на величину відносної похибки  $\eta$ ;

- для величини заряду, що найбільше впливає на величину відносної похибки  $\eta$ , з дискретністю в 0,25% від значень табличних даних  $c_X$  функції опору повітря 1943 року, розрахувати відносну похибку  $\eta$ ;

- визначити достатню точність апроксимації табличних значень функції опору аналітичними функціями.

Так, на рис. 1 для фіксованого значення зміни коефіцієнта функції опору повітря 0,5%  $c_X$  надана залежність величини похибки дальності від кутів кидання артилерійського снаряда в тисячних, для різних зарядів (початкових швидкостей  $v_0$ ).

З графіків видно, що найбільше відхилення за дальністю здійснюється на повному заряді, це пов'язано з тим, що сила опору повітря на повному заряді діє протягом більшого проміжку часу.

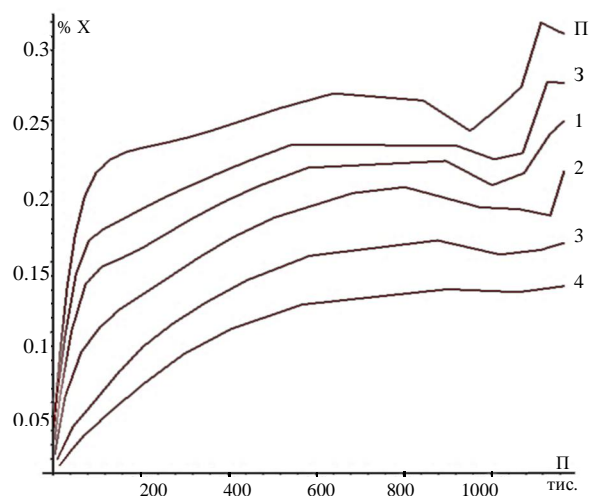


Рис. 1. Залежність похибки дальності від кута кидання, при зміні функції опору повітря на 0,5%; П, 3, 1-4 – заряди

На рис. 2 надані графіки, що демонструють залежність похибки дальності від кутів кидання артилерійського снаряда в тисячних, для повного заряду, при зміні табличних даних функції опору повітря 1943 року з дискретністю в 0,25%.

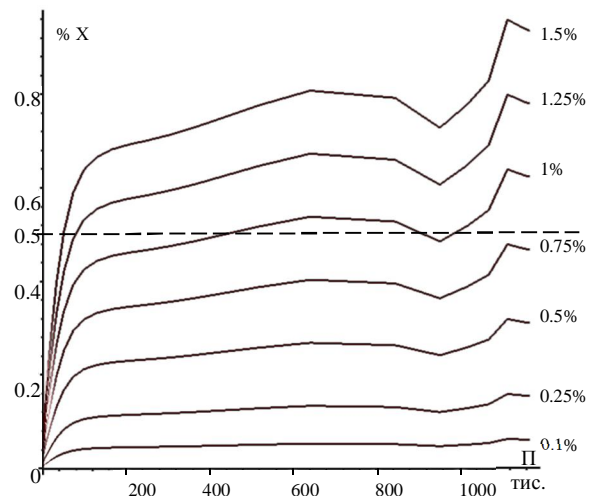


Рис. 2. Залежність похибки дальності (заряд повний) від кута кидання, з дискретністю 0,25% функції опору повітря

Розрахунки показують, що для досягнення точності таблиць стрільби в 0,5%  $X$  достатньо апроксимувати функцію опору повітря з точністю до 0,75%  $c_X$ .

## Висновки

У статті проведена оцінка точності визначення середньої похибки визначення табличної дальності, яка складає  $E_{X_T} \approx 0,5\% X$ .

З використанням системи диференціальних рівнянь просторового руху снаряда, проведено комп'ютерне моделювання визначення точності апроксимації аналітичними функціями табличних значень функції опору повітря 1943 року, яке засвідчило, що найбільше відхилення за дальністю відбувається на повному заряді; залежність похибки дальності від кутів кидання при зміні табличних даних функції опору повітря 1943 року для досягнення точності складання таблиць стрільби в 0,5%  $X$ , достатньо апроксимувати функцію опору повітря з точністю до 0,75%  $c_X$ .

Подальшим напрямом досліджень є проведення комп'ютерного моделювання процедур наближення аналітичних функцій до табличних значень функції опору повітря 1943 року шляхом поетапної побудови неперервно-диференційованої функції на відрізок зміни швидкості польоту снаряда, з точністю не меншою 0,75%  $c_X$ .

## Список літератури

1. Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лисенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 607 с.
2. Подготовка стрельбы и управления огнем артиллерии. – М.: Воениздат, 1987. – 376 с.
3. Грабчак В.І. Обґрунтування вимог до точності складання таблиць стрільби / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко. – Системи озброєння і військова техніка. – Харків: ХУПС. – 2014. – Вип. 1 (37). – С. 20-24.
4. Грабчак В.І. Дослідження методів апроксимації табличних даних функції опору повітря / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко, С.В. Стеців. – Збірник наукових праць Військової академії. – Одеса: ВА. – 2015. – Вип. 2(4). – С. 7-17.
5. Грабчак В.І. Аналіз існуючих та перспективних методів визначення сили опору повітря руху снарядів / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко. – Військово-технічний збірник. – Львів: АСВ. – 2013. – Вип. 2(9). – С. 13-19.
6. Грабчак В.І. Апроксимація сили опору повітря руху снарядів аналітичними функціями / В.І. Грабчак, Ю.М. Косовцов, С.В. Бондаренко. – Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. Науковий журнал. К.: НУОУ. – 2014. – Вип. 1(19). – С. 19-23.
7. Бондаренко С.В. Визначення апроксимуючих функцій опору повітря руху снаряда, нелінійних відносно параметрів, що оцінюються / С.В. Бондаренко, Ю.М. Косовцов, В.І. Грабчак. – Військово-технічний збірник. – Львів: АСВ. – 2015. – Вип. 13/2015. – С. 3-7.
8. Експериментальне визначення функції лобового опору повітря на основі даних опорної дальності: матеріали тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції ["Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ"], (Львів, 14-15 травня 2015 року). – Львів: АСВ, 2015. – 314 с.
9. Бондаренко С.В. Визначення опорної дальності польоту снаряда для формування апроксимуючої функції опору повітря / С.В. Бондаренко. – Збірник наукових праць. – Житомир: Житомир. військ. ін-т ім. С.П. Корольова Нац. авіац. ун-ту. – 2015. – Вип. 11. – С. 22-32.
10. Грабчак В.І. Математична модель руху снаряда з гіроскопічною стабілізацією навколо його центру мас / В.І.Грабчак, С.В. Бондаренко, С.В. Стеців. – Системи озброєння і військова техніка. – Харків: ХУПС. – 2014. – Вип. 4 (40). – С. 21-27.
11. Грабчак В.І. Математична модель руху центру мас снаряда з гіроскопічною стабілізацією / В.І.Грабчак, С.В. Бондаренко, С.В. Стеців. – Військово-технічний збірник. – Львів: АСВ. – 2014. – Вип. 2. (11). – С. 7-12.
12. Таблицы стрельбы 122-мм гаубицы Д-30 / [авт. текста Р.А. Кулаковский]. – М.: Воен. издательство. 1984. – 224 с.

**Рецензент:** д.т.н., доц. Ванкевич П.І., Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів.

### ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ОШИБКИ АППРОКСИМАЦИИ АНАЛИТИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ ТАБЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА НА РАСЧЕТ ДАЛЬНОСТИ ПОЛЕТА СНАРЯДА

С.В. Бондаренко

В статье проведена оценка влияния на дальность полета снаряда ошибки аппроксимации аналитическими функциями табличных значений сопротивления воздуха. Приведены результаты расчетов относительной ошибки в дальности стрельбы при изменении функции сопротивления воздуха для 122-мм гаубицы Д-30; обоснованы требования к точности приближения аналитической функции к табличным значениям функции сопротивления воздуха в зависимости от точности составления Таблиц стрельбы.

**Ключевые слова:** функция сопротивления воздуха, опорная дальность, табличная дальность, Таблицы стрельбы, срединные ошибки, точность аппроксимации.

### IMPACT ASSESSMENT ON THE CALCULATIONS RANGE FLIGHT PROJECTILE APPROXIMATION ERROR ANALYTIC FUNCTION TABULAR VALUES DRAG AIR

S. Bondarenko

The article provides impact assessment on the calculations range flight projectile approximation error analytics tabular values drag air. The results of calculations of relative error of the firing range by changing the function of drag air for the 122mm howitzer D-30; reasonable demands for precision approach analytic function to the tabular value of the function drag air depending the accuracy of artillery range tables.

**Key words:** function of drag air, reference range, tabular range, Artillery range tables, median error, approximation accuracy.