

УДК 623.546+519.6

О.Б. Стеля, І.П. Сіренко, Л.І. Потапенко

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ

ВИКОРИСТАННЯ ПАРАБОЛІЧНОГО СПЛАЙНА ДЛЯ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ФУНКЦІЙ ОПОРУ ПОВІТРЯ

Робота присвячена інтерполяції функції опору повітря за допомогою параболічного сплайна. Сплайн, що використовується, не вимагає додаткових умов та є стійким. Показано ефективність застосування параболічного сплайна для різних функцій опору. Сплайн демонструє хорошу точність наближення, зберігає характер поведінки функцій опору і може бути використаний в моделях зовнішньої балістики.

Ключові слова: опір повітря, інтерполяція, параболічний сплайн, закон Сіаччі, закон опору повітря 1943 р.

Вступ

Одним із основних факторів, що впливають на характеристики траєкторії снаряда, є опір повітря. Протягом багатьох років існування балістики залежність опору повітря снаряда від його швидкості визначали за допомогою полігонних стрільб. Для комп'ютерного розрахунку траєкторій снарядів розв'язуються системи нелінійних звичайних диференціальних рівнянь зовнішньої балістики, в праву частину яких входить сила опору повітря [1]. Складова сили опору повітря, що обумовлена швидкістю руху снаряда, називається функцією опору повітря і, як правило, позначається $F(V)$. В деяких випадках розглядається формула залежності сили опору повітря від безрозмірного аеродинамічного коефіцієнта $C_x(M)$, де M – число Маха.

Одним із перших визначив функцію (закон) опору повітря італійський балістик Сіаччі. Він також підібрав аналітичний вираз для її представлення [2]. Переважна більшість інших функцій опору повітря задається таблицями. До таких функцій відноситься і закон опору повітря 1943 року [3] та інші [4].

У зв'язку з цим приділяється велика увага теоретичним та експериментальним методам визначення сили опору повітря та апроксимації одержаних табличних функцій. У роботі [4] наведено огляд різних методів визначення функції опору повітря, таких як метод стрільб, аеродинамічного експерименту та математичного моделювання, розглядаються також існуючі та перспективні підходи щодо апроксимації функцій аеродинамічного опору. В [5] розглядається замість метода стрільб новий спосіб визначення коефіцієнта лобового опору, що базується на реєстрації в одному досліді параметрів руху двох тіл – досліджуваного та контрольного, а також подається методика відповідного балістичного експерименту.

З розвитком математичного апарату та програмного забезпечення все частіше розраховуються залежність коефіцієнта лобового опору від числа Маха та інші аеродинамічні параметри за допомогою пакетів чисельного моделювання, зокрема ANSYS [7–10] або PROSDAS [11–12].

З огляду на практичне застосування необхідно мати апроксимації функцій лобового опору. В роботі [13] для апроксимації функції опору повітря використовується метод найменших квадратів, для п'яти характерних ділянок отримані поліноми від нульового до другого степеня, проте запропонований підхід не гарантує неперервності функції та похідної на внутрішніх границях вибраних ділянок. В роботі [14] для характерних ділянок таблиці залежності коефіцієнта опору від числа Маха пропонується використовувати функцію помилок та функцію Гауса. В роботі [15] запропоновано коригуючу функцію у вигляді полінома третього степеня для переходу від закону 1943 р. до закону Сіаччі.

Для багатьох застосувань, наприклад, розв'язування обернених задач балістики, важливо, щоб апроксимаційна функція була не тільки неперервна, але й мала неперервну похідну.

У даній роботі пропонується інтерполяція табличної функції опору повітря за допомогою параболічного сплайна. Методи сплайн-інтерполяції функції дають можливість будувати кусково-поліноміальні функції невисокого степеня неперервні разом зі своїми похідними. Як правило, це поліноми другого та третього степенів.

Представлення функції опору повітря у вигляді сплайна дозволяє його подальше ефективне використання в алгоритмах чисельного розв'язування диференціальних рівнянь, що описують рух снарядів [16].

Основна увага в роботі приділяється параболічному сплайну. Наводяться основні принципи

побудови параболічного сплайна, особливості його застосування для інтерполяції сіткових функцій та його переваги. Наведено приклади його застосування для різних функцій опору повітря, побудовані за допомогою параболічного сплайна та їх порівняння з іншими апроксимаційними формулами.

Актуальність роботи обумовлена важливим значенням функцій опору повітря при розв'язуванні чисельними методами систем диференціальних рівнянь зовнішньої балістики, де точність інтерполяції табличних значень цих функцій впливає на точність визначення параметрів балістичної траєкторії.

Параболічний інтерполяційний сплайн

У літературі, присвяченій сплайн-інтерполяції функцій, традиційно значно більше уваги приділяється кубічним сплайнам, ніж параболічним [17]. Це можна пояснити тим, що якщо для побудови параболічних сплайнів використовується підхід, аналогічний з підходом до побудови кубічних сплайнів, тобто за параметри сплайна вибирають похідні, це не дозволяє для загальних випадків одержувати стійкі процедури його чисельної реалізації. Крім того, такий сплайн вимагає задання краєвої умови і не завжди існує [18, 19].

У [20] обґрунтовано параболічний інтерполяційний неперіодичний сплайн, що не має вищезгаданих недоліків. Для цього сплайна досліджено питання його існування та єдиності.

Згідно з роботою [20] наведемо конструктивне доведення існування та єдиності параболічного інтерполяційного сплайна, який не вимагає додаткового задання крайових умов.

Функція $S_{n,v}(x)$ називається сплайном степеня n дефекту v (n, v – цілі числа, $0 \leq v \leq n-1$) з вузлами на сітці Δ , якщо:

а) на кожному відрізку $[x_i, x_{i+1}]$ функція $S_{n,v}(x)$ є многочленом степеня n ;

б) $S_{n,v}(x) \in C^{n-v}[a, b]$,

де $C^{n-v}[a, b]$ – множина $n-v$ раз непервно диференційовних на $[a, b]$ функцій.

Нехай на відрізку $[a, b]$ задано два розбиття:

$$\Delta_x : a = x_0 < x_1 < \dots < x_{N+1} = b,$$

$$\Delta_\tau : x_0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_N = x_{N+1},$$

де $x_{i-1} < \tau_{i-1} < x_i$, $i = 1, 2, \dots, N$, $N \geq 2$. У вузлах сітки Δ_x задано значення деякої функції $f_i = f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, N+1$.

Точки Δ_x називаються вузлами інтерполяції, а τ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) – вузлами сплайна $S(x)$.

Побудуємо на відрізку $[a, b]$ параболічний сплайн $S(x)$ дефекту 1, який задовольняє умовам

$$S(x_i) = f(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, N+1. \quad (1)$$

Значення функції у вузлах сплайна $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{N-1}$ позначимо через φ_i , $i = 1, 2, \dots, N-1$.

Твердження. Інтерполяційний параболічний сплайн $S(x)$ ($v = 1, n = 2$) для заданого розбиття Δ_x, Δ_τ відрізка $[a, b]$, який задовольняє умовам (1), існує та єдиний.

Доведення. Для побудови сплайна скористаємось інтерполяційним поліномом Лагранжа, записаним для кожного з відрізків $[\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = 1, 2, \dots, N$ тобто

$$S(x) = f_0 \frac{(x-x_1)(x-\tau_1)}{(x_0-x_1)(x_0-\tau_1)} + f_1 \frac{(x-x_0)(x-\tau_1)}{(x_1-x_0)(x_1-\tau_1)} + \varphi_1 \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(\tau_1-x_0)(\tau_1-x_1)}$$

для $x \in [\tau_0, \tau_1]$,

$$S(x) = \varphi_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-\tau_i)}{(\tau_{i-1}-x_i)(\tau_{i-1}-\tau_i)} + f_i \frac{(x-\tau_{i-1})(x-\tau_i)}{(x_i-\tau_{i-1})(x_i-\tau_i)} + \varphi_i \frac{(x-x_i)(x-\tau_{i-1})}{(\tau_i-x_i)(\tau_i-\tau_{i-1})}$$

для $x \in [\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = 2, \dots, N-1$,

$$S(x) = \varphi_{N-1} \frac{(x-x_N)(x-x_{N+1})}{(\tau_{N-1}-x_N)(\tau_{N-1}-x_{N+1})} + f_N \frac{(x-\tau_{N-1})(x-x_{N+1})}{(x_N-\tau_{N-1})(x_N-x_{N+1})} + \varphi_{N+1} \frac{(x-\tau_{N-1})(x-x_N)}{(x_{N+1}-\tau_{N-1})(x_{N+1}-x_N)}$$

для $x \in [\tau_{N-1}, \tau_N]$.

Нехай сітки Δ_x, Δ_τ будуть рівномірними з кроком h і покладемо $\tau_i = \frac{1}{2}(x_{i-1} + x_i) = x_{i-1/2}$.

Розглянемо $S'(x)$ для $x \in [\tau_0, \tau_1]$, маємо

$$S'(x) = \frac{2}{3h^2} f_0 [(x-x_1) + (x-\tau_1)] - \frac{2}{h^2} f_1 [(x-x_0) + (x-\tau_1)] + \frac{4}{3h^2} \varphi_1 [(x-x_0) + (x-x_1)]$$

Похідна в точці $\tau_1 - 0$ запишеться таким чином

$$S'(\tau_1 + 0) = \frac{1}{3h} f_0 - \frac{3}{h} f_1 + \frac{8}{3h} \varphi_1.$$

Запишемо похідну для $x \in [\tau_1, \tau_2]$, маємо

$$S'(x) = \frac{2}{h^2} \varphi_1 [(x-x_2) + (x-\tau_2)] - \frac{4}{h^2} f_2 [(x-\tau_1) + (x-\tau_2)] + \frac{2}{h^2} \varphi_2 [(x-x_2) + (x-\tau_1)].$$

Похідна в точці $\tau_1 + 0$ запишеться

$$S'(\tau_1 + 0) = -\frac{3}{h}f_1 + \frac{4}{h}f_2 - \frac{1}{h}\varphi_2.$$

Тоді з умови неперервності першої похідної в точці τ_1

$$S'(\tau_1 - 0) = S'(\tau_1 + 0)$$

будемо мати

$$\frac{1}{3h}f_0 - \frac{3}{h}f_1 + \frac{8}{3h}\varphi_1 = -\frac{3}{h}\varphi_1 + \frac{4}{h}f_2 - \frac{1}{h}\varphi_2,$$

або

$$\frac{17}{3}\varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{1}{3}f_0 + 3f_1 + 4f_2 \quad (2)$$

Запишемо умови $S'(\tau_i - 0) = S'(\tau_i + 0)$ для $i = 2, \dots, N-1$.

Для цього знайдемо $S'(x)$ для $x \in [\tau_{i-1}, \tau_i]$

$$S'(x) = \frac{2}{3h^2}\varphi_{i-1}[(x-x_i) + (x-\tau_i)] - \frac{4}{h^2}f_i[(x-\tau_{i-1}) + (x-\tau_i)] + \frac{2}{h^2}\varphi_i[(x-x_i) + (x-\tau_{i-1})].$$

Запишемо похідну $S'(x)$ для $x \in [\tau_i, \tau_{i+1}]$

$$S'(x) = \frac{2}{3h^2}\varphi_i[(x-x_{i+1}) + (x-\tau_{i+1})] - \frac{4}{h^2}f_{i+1}[(x-\tau_i) + (x-\tau_{i+1})] + \frac{2}{h^2}\varphi_{i+1}[(x-x_{i+1}) + (x-\tau_i)].$$

З умови неперервності цих похідних запишемо

$$\varphi_{i-1} + 6\varphi_i + \varphi_{i+1} = 4(f_i + f_{i+1}), i = 2, \dots, N-1. \quad (3)$$

Аналогічно з умови неперервності

$$S'(\tau_{N-1} - 0) = S'(\tau_{N-1} + 0)$$

будемо мати вираз

$$\varphi_{N-2} + \frac{17}{3}\varphi_{N-1} = 4f_{N-1} + 3f_N - \frac{1}{3}f_{N+1}. \quad (4)$$

Об'єднуючи вирази (2), (3) та (4), одержуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь з тридіагональною матрицею:

$$\begin{aligned} \frac{17}{3}\varphi_1 + \varphi_2 &= -\frac{1}{3}f_0 - 3f_1 + 4f_2, \\ \varphi_{i-1} + 6\varphi_i + \varphi_{i+1} &= 4(f_i + f_{i+1}), i = 2, \dots, N-2, \\ \varphi_{N-2} + \frac{17}{3}\varphi_{N-1} &= 4f_N + 3f_N - \frac{1}{3}f_{N+1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Система (5) має діагональну перевагу, з чого випливає існування її єдиного розв'язку [21].

Систему (5) розв'язуємо за допомогою методу прогонки і знаходимо невідомі значення φ_i , $i = 1, 2, \dots, N-1$. Після чого для кожного відрізка $[\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = 2, \dots, N-1$ можемо знайти значення сплайна за формулою

$$S_i(x) = A_i x^2 + B_i x + C_i, i = 1, 2, \dots, N,$$

де

$$A_i = \begin{cases} \frac{2}{3h^2}(f_0 - 3f_1 + 2\varphi_1), i = 1, \\ \frac{2}{h^2}(\varphi_{i-1} - 2f_i + \varphi_i), i = \overline{2, N-1}, \\ \frac{2}{3h^2}(2\varphi_{N-1} - 3f_N + f_{N+1}), i = N, \end{cases}$$

$$B_i = \begin{cases} \frac{2}{3h^2}(-(x_1 + \tau_1)f_0 + 3(x_0 + \tau_1)f_1 - 2(x_0 + x_1)\varphi_1), i = 1, \\ \frac{2}{h^2}(-(x_i + \tau_i)\varphi_i + 2(\tau_{i-1} + \tau_i)f_i - (x_i + \tau_{i-1})\varphi_i), i = \overline{2, N-1}, \\ \frac{2}{3h^2}(-2\varphi_{N-1}(x_N + x_{N+1}) + 3f_N(\tau_{N-1} + x_{N+1}) - f_{N+1}(\tau_{N-1} + x_N)), i = N, \end{cases}$$

$$C_i = \begin{cases} \frac{2}{3h^2}(f_0 x_1 \tau_1 - 3f_1 x_0 \tau_1 - 2\varphi_1 x_0 x_1), i = 1, \\ \frac{2}{h^2}(\varphi_{i-1} x_i \tau_i - 2f_i \tau_{i-1} \tau_i - \varphi_i x_i \tau_{i-1}), i = \overline{2, N-1}, \\ \frac{2}{3h^2}(2\varphi_{N-1} x_N x_{N+1} - 3f_N \tau_{N-1} x_{N+1} + f_{N+1} \tau_{N-1} x_N), i = N. \end{cases}$$

Параболічний сплайн можна побудувати і на нерівномірній сітці. Побудова, обґрунтування та дослідження похибки інтерполяції параболічним сплайном на нерівномірній сітці наведено в [22].

Чисельні розрахунки та аналіз результатів

Застосуємо параболічний сплайн для інтерполяції закону опору повітря Сіаччі [2]

$$F(V) = 0,2002V - 48,05 + \sqrt{(0,1648V - 47,95)^2 + 9,6 + \frac{0,0442V(V-300)}{371 + (V/200)^{10}}}.$$

Для цього обчислимо значення функції $C_x^S(M)$ в точках $M_j = 0,1; 0,2; \dots; 4,0$; $j = \overline{1, 40}$. Слід зазначити, що перехід від функції $F(V)$ до $C_x^S(M)$ здійснюється за допомогою формули [23]

$$C_x^S(M) = \frac{F(V)}{0,000474 V^2},$$

де $V = aM$, a – швидкість звуку.

Виходячи з методу побудови значення функції $C_x^S(M)$ та сплайна $S(M)$, в точках M_j ($M_j = 0,1; 0,2; \dots; 4,0; j = \overline{1; 40}$) збігатимуться з точністю обчислення цих функцій на комп'ютері. На рис. 1 наведено графіки функцій $C_x^S(M)$ та сплайна $S(M)$. З графіка видно, що сплайн добре наближує функцію $C_x^S(M)$ між точками M_j на всьому відрізку $[0,1; 4,0]$

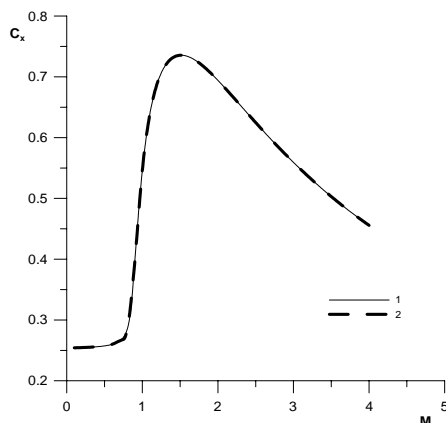


Рис. 1. Графіки функції опору за Сіаччі $C_x^S(M)$ (крива 1) та апроксимація цієї функції параболічним сплайном (крива 2)

Далі застосуємо параболічний сплайн для інтерполяції закону 1943 р. Цей закон задається таблицею значень функції $C_x^{1943}(M)$ в точках M_j [23]. На рис. 2 подано графіки табличної функції $C_x^{1943}(M)$ та сплайна, що її інтерполює, а в таблиці подано значення коефіцієнтів сплайна для кожного відрізка $[\tau_{i-1}, \tau_i]$, $i = \overline{1, 36}$. Графік показує, що сплайн добре зберігає властивості функції опору повітря 1943 р.

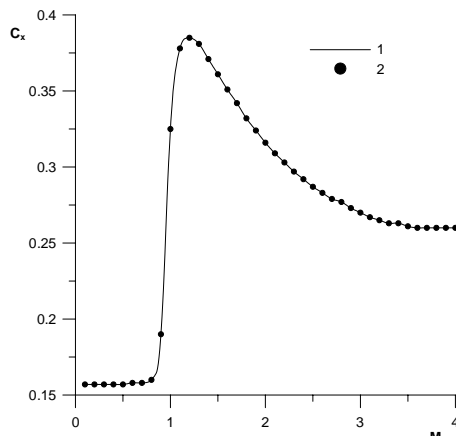


Рис. 2. Графік параболічного сплайна, що інтерполює закон опору повітря 1943 р.:
1 – сплайн; 2 – значення табличної функції

У роботі [2] для апроксимації закону опору повітря 1943 р. $C_x^{DM}(M)$ запропоновано кусково-поліноміальну функцію

$$C_x^{DM}(M) = \begin{cases} 0,158, & 0,1 \leq M \leq 0,8; \\ 0,137M^2 + 0,0865M + 8,98 \cdot 10^{-4}, & 0,8 < M \leq 0,9; \\ 1,35M - 1,025, & 0,9 < M \leq 1,0; \\ -0,925M^2 + 2,335M - 1,085, & 1,0 < M \leq 1,4; \\ -0,0917M + 0,4993, & 1,4 < M \leq 2,0. \end{cases}$$

На рис. 3 подано графічне порівняння $C_x^{DM}(M)$ та параболічного сплайна, що інтерполює закон 1943 р. З графіка видно, що функція $C_x^{DM}(M)$ гірше наближає закон опору повітря, ніж запропонований параболічний сплайн.

З побудови функції $C_x^{DM}(M)$ випливає, що вона має розриви похідної першого порядку в окремих точках.

На рис. 4 наведено фрагмент графіків параболічного та кубічного [17] сплайнів, застосованих для інтерполяції закону 1943 р. Цей приклад демонструє один із недоліків кубічного сплайна. А саме для функцій, близьких до «сходінки», в околі різкого зростання функції кубічний сплайн дає коливання. Це явище одержало назву ефекту Гібса [17]. Видно, що параболічний сплайн таких коливань не дає [22].

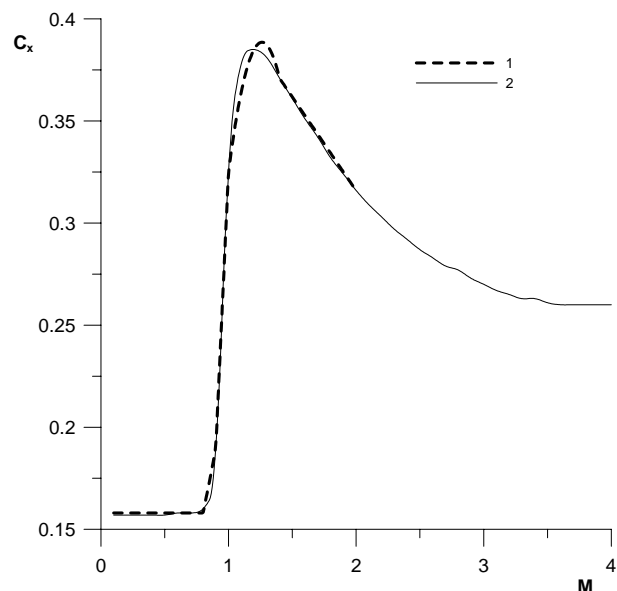


Рис. 3. Порівняння апроксимацій:

- 1 – апроксимація $C_x^{DM}(M)$;
2 – параболічний сплайн

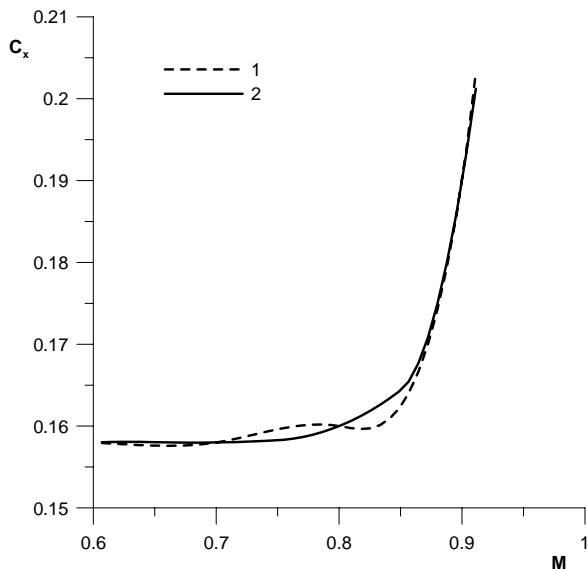


Рис. 4. Порівняння інтерполяцій різними сплайнами:
1 – кубічний сплайн; 2 – параболічний сплайн

Наведемо також приклад застосування інтерполяції параболічним сплайном на нерівномірній сітці. Так у роботі [12] наведено табличні значення для коефіцієнта опору C_{D0} для активно-реактивного снаряда Словацької 155-мм самохідної гаубиці ZUZANA. Ці табличні значення задаються на нерівномірній сітці. Результати інтерполяції подано на рис. 5.

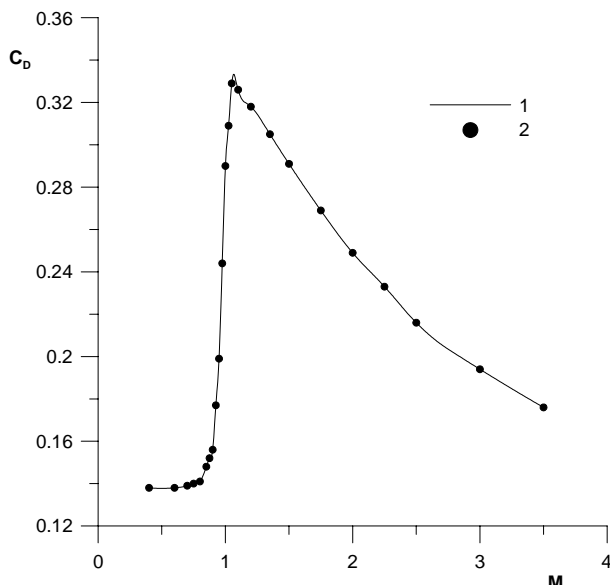


Рис. 5. Приклад застосування інтерполяції параболічним сплайном на нерівномірній сітці

Таблиця
Коефіцієнти параболічного сплайна для закону опору 1943 р.

i	τ_i	τ_{i+1}	A_i	B_i	C_i
1	0,25	0,35	0,00246763	-0,0130445	0,157169
2	0,35	0,45	-0,0144482	0,0105366	0,155097
3	0,45	0,55	0,0842214	-0,0782660	0,175078
4	0,55	0,65	-0,0908792	0,114343	0,122111

i	τ_i	τ_{i+1}	A_i	B_i	C_i
5	0,65	0,75	0,0610709	-0,0831914	0,186309
6	0,75	0,85	0,524470	-0,778290	0,446972
7	0,85	0,95	7,99215	-13,4734	5,84237
8	0,95	1,05	-6,47733	14,0187	-7,21633
9	1,05	1,15	-1,92823	4,46555	-2,20095
10	1,15	1,25	-0,353360	0,843356	-0,118190
11	1,25	1,35	-0,351572	0,838885	-0,115395
12	1,35	1,45	0,0628173	-0,279968	0,639834
13	1,45	1,55	-0,0252724	-0,0245081	0,454624
14	1,55	1,65	0,0888288	-0,378222	0,728754
15	1,65	1,75	-0,107700	0,270322	0,193704
16	1,75	1,85	0,157410	-0,657563	1,00561
17	1,85	1,95	-0,0366986	0,0606372	0,341272
18	1,95	2,05	0,0627875	-0,327358	0,719566
19	2,05	2,15	0,0599384	-0,315662	0,707562
20	2,15	2,25	-0,0224352	0,0385315	0,326816
21	2,25	2,35	0,0746369	-0,398293	0,818244
22	2,35	2,45	-0,0254095	0,0719124	0,265770
23	2,45	2,55	0,0777841	-0,433721	0,885153
24	2,55	2,65	-0,0412941	0,173590	0,110815
25	2,65	2,75	0,169975	-0,946146	1,59448
26	2,75	2,85	-0,178564	0,970812	-1,04134
27	2,85	2,95	0,101423	-0,625125	1,23289
28	2,95	3,05	-0,0300050	0,150316	0,0890969
29	3,05	3,15	0,0785530	-0,511874	1,09892
30	3,15	3,25	-0,0413597	0,243565	-0,0908842
31	3,25	3,35	0,169575	-1,12751	2,13711
32	3,35	3,45	-0,176108	1,18855	-1,74227
33	3,45	3,55	0,0870705	-0,627366	1,39017
34	3,55	3,65	0,0536859	-0,390323	0,969395
35	3,65	3,75	-0,00922084	0,0688860	0,131355
36	3,75	3,85	0,00157356	-0,0120711	0,283148

Висновки

Таким чином, можна говорити, що параболічний сплайн добре застосовувати для інтерполяції функцій опору повітря, заданих таблично. Слід також зазначити, що представлення функцій у вигляді сплайна є зручним для подальшого використання в чисельних алгоритмах, оскільки поліноми, з яких складається сплайн, мають малий степінь, легко реалізуються та є неперервною функцією разом з першою похідною в усіх точках відрізка інтерполяції.

Список літератури

1. Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика: учебн. для вузов. 4-е изд. / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.
2. Вентцель Д.А. Внешняя баллистика. Ч. I. / Д.А. Вентцель, Б.Н. Окунев, Я.М. Шапиро. – Л.: Арт. акад. им. Ф.Э. Дзержинского, 1933.
3. Шапиро Я.М. Внешняя баллистика / Я.М. Шапиро. – М.: Оборонгиз, 1946. – 408 с.
4. McCoy R.L. Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. / R.L. McCoy. – Schiffer Publishing, 1999. – 328 p.
5. Грабчак В.І. Аналіз існуючих та перспективних методів визначення сили опору повітря руху снарядів. / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко // Військово-технічний збірник. – Львів: АСВ. – 2013. – Вип. 2(9) – С. 13-19.

6. Якушев В.К. Использование эффекта группового движения для определения коэффициента силы лобового сопротивления тел на баллистической трассе // Известия Томского политехнического университета. – 2004. – Т. 307. – № 4. – С. 27–30.

7. Романенко И.В. Закон сопротивления дозвукового поражающего элемента типа сфера / И.В. Романенко, К.Р. Крауфорд, Н.В. Митюков, Е.Л. Бусыгина // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2012. – № 5 (36). – С. 43–45.

8. Фарапонов В.В. Расчет аэродинамического коэффициента лобового сопротивления тела в дозвуковых и трансзвуковых режимах движения с помощью пакета ANSYS Fluent / В.В. Фарапонов, Н.В. Савкина, А.С. Дьячковский, А.В. Чунашев // Компьютерные исследования и моделирование. – 2012. – Т. 4. – № 4. – С. 845–853.

9. Mitiukov N.V. Identification of Subsonic Aerodynamic Parameters Damaging Elements / N.V. Mitiukov, Y.V. Ganzu, E.L. Busygina // European Journal of Technology and Design. – 2014. – Vol. 4. – № 2. – P. 81–85.

10. Fedaravicius A. Estimation of the drag coefficient of mine imitator in longitudinal air flow using numerical methods / A. Fedaravicius, V. Jonevicius., S. Kilikevicius, L. Paukstaitis, P. Saulys // Transport. – 2011. – Vol. 26. – № 2. – P. 166–170. – DOI: 10.3846/16484142.2011.589427

11. Baranowski L. Numerical testing of flight stability of spin-stabilized artillery projectiles / L. Baranowski // Journal of theoretical and applied mechanics – Vol. 51. – №2. – P. 375–385.

12. Balon R. Analysis of the 155 mm erfb/bb projectile trajectory / R. Balon, J. Komenda // Advances in MT. – 2006. – № 1. – P. 91–114.

13. Грабчак В.І. Апроксимація функції аеродинамічних коефіцієнтів сили опору повітря методом найменших квадратів / В.І. Грабчак // Військово-технічний збірник. – Львів: АСВ. – 2012. – Вип. 2 (7). – С. 20–24.

14. Грабчак В.І. Апроксимація сили опору повітря руху снарядів аналітичними функціями / В.І. Грабчак, Ю.М. Косовцов, С.В. Бондаренко // Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. – 2014. – № 1 (19). – С. 19–23.

15. Ефремов А.К. Аппроксимация закона сопротивления воздуха 1943 г. / А.К. Ефремов // Наука и образование. Научное издание МГТУ им. Баумана. – 2013. – № 10. – С. 269–284.

16. Стеля О.Б. Комп'ютерне моделювання траєкторії руху центра маси тіла, кинутого під кутом до горизонту. / О.Б. Стеля, Л.І. Потапенко, І.П. Сіренко // Журн. обчисл. та прикл. матем. – 2014. – № 3 (117). – С. 87–95.

17. Завьялов Ю.С. Методы сплайн-функций / Ю.С. Завьялов, Б.И. Квасов, В.Л. Мирошниченко. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980. – 252 с.

18. Макаров В.Г. Сплайн-аппроксимация функций / В.Г. Макаров, В.В. Хлобыстов. – М.: Наука, 1983. – 80 с.

19. Стечкин С.П. Сплайны в вычислительной математике. – М.: Наука, 1976. – 248 с.

20. Стеля О.Б. Про існування одного параболічного сплайну / Журн. обчисл. та приклад. матем. – 1997. – № 1 (81). – С. 124–129.

21. Самарский А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

22. Кивва С.Л. Об одном параболическом сплайне / С.Л. Кивва, О.Б. Стеля // Вычислительные технологии. – 2001. – Т. 6. – № 3. – С. 21–31.

23. Равдин И.Ф. Внешняя баллистика неуправляемых реактивных снарядов / И.Ф. Равдин. – Л.: ВВА, 1972. – 184 с.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. В.М. Терещенко, Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Київ.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО СПЛАЙНА ДЛЯ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ФУНКЦИЙ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА

О.Б.Стеля, І.П.Сіренко, Л.І.Потапенко

Работа посвящена интерполяции функции сопротивления воздуха с помощью параболического сплайна. Используемый сплайн не требует дополнительных условий и является устойчивым. Показана эффективность применения параболического сплайна для различных функций сопротивления. Сплайн демонстрирует хорошую точность приближения, сохраняет характер поведения функций сопротивления и может быть использован в моделях внешней баллистики.

Ключевые слова: сопротивление воздуха, интерполяция, параболический сплайн, закон Сиачи, закон сопротивления воздуха 1943 г.

USING PARABOLIC SPLINES FOR INTERPOLATION OF THE AIR DRAG FUNCTIONS

O. Stelia, I. Sirenko, L. Potapenko

The work is dedicated to the interpolation function of air drag by using parabolic spline. Used spline does not require any additional conditions and is stable. The efficiency of the application of parabolic spline for different drag functions is shown. The spline approximation demonstrates good accuracy, saves the behavior of drag functions and can be used in models of external ballistics.

Key words: air drag, interpolation, parabolic spline, Siachchi law, the drag law from 1943.