

УДК 623.4

Л.Д. Величко, О.С. Петрученко, В.Ф. Кондрат

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

ДИНАМІКА ЗАХИСНОЇ КОНСТРУКЦІЇ ПРИ УДАРІ КУЛІ АБО ОСКОЛКА СНАРЯДА

Розглядається динаміка взаємодії куль чи осколків снарядів із шаруватою захисною конструкцією. Вказана конструкція може бути використана для поглинання енергії куль чи відхилення їх траєкторії від об'єкта, який захищають. Куля проникає в перший лист конструкції. За цієї умови проведено кількісний аналіз ефектів взаємодії шарів конструкції.

Ключові слова: броня, захисна конструкція, уражаючий об'єкт.

Вступ

Актуальність теми та мета роботи. Захищеність військових об'єктів, зокрема військових машин, та особового складу від вражаючої дії ворожих куль, осколків від вибухів снарядів, мін чи гранат є важливим фактором їх готовності до бойових дій. Найпоширенішим видом такого захисту є броня. Варто зазначити, що жодна броня, навіть найвищого класу захисту, на сьогоднішній день, не здатна гарантувати абсолютного захисту. Відповідно до різних фізичних властивостей броні вони можуть витримувати влучання одних і не витримують інших куль чи снарядів (вражаючих об'єктів) в силу їх різноманітних характеристик. Властивості куль дозволяють якщо не вбити, то хоча б на деякий час вивести з ладу воїна на полі бою [1-4]. Конструктори при створенні броні застосовують комплекс заходів, які опосередковано підвищують ефективність бронювання. Особливий інтерес становить досягнення підвищеного рівня захисту не тільки за рахунок геометричних параметрів (наприклад, товщини) броні, що приводить, як правило, до зростання ваги конструкції, але й розробка таких захисних конструкцій, які б забирали чи розсіювали частину кінетичної енергії куль або осколків без або за обмеженого проникнення їх в броню [6], чи забезпечили б зміну їх напрямку так, щоб вони минули об'єкт, який захищають [5]. При цьому вага конструкції повинна залишатися практично незмінною.

Іншою проблемою захисту особового складу від куль чи осколків є виникнення ударних хвиль при зупинці їх у захисній конструкції. Ці хвилі можуть спричинити вторинні вражаючі дії на людей, в тому числі контузії [5]. Використання способів захисту, які базуються на зміні напрямку руху куль (осколків) чи «м'якого» поглинання їх енергії, зменшує роль таких вторинних факторів.

Постановка задачі

У зв'язку із вищевикладеним розробка захисних конструкцій із вказаними способами захисту, дослідження закономірностей взаємодії куль чи осколків з цими конструкціями є актуальною науково-технічною проблемою.

Метою цієї роботи є дослідження динаміки взаємодії кулі (осколка) з перешкодою спеціальної шаруватої конструкції за умови проникання кулі в її перший шар та вивчення взаємовпливу шарів конструкції.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо захисну конструкцію, яка складається з однакових захисних листів, пов'язаних між собою пружними елементами (рис. 1). Рух пружин обмежений жорсткими стержнями, так що вони працюють лише на стиск, забезпечуючи одинірність руху всіх точок елементів конструкції. Нехай в нижній лист конструкції вдаряється куля і застряє в ньому. Розглянемо динаміку захисної конструкції під час удару об неї кулі. Введено наступні позначення: x_1 – довжина шляху, який куля пройшла в першому захисному листі, x_2 – величина переміщення першого захисного листа у випадку руху кулі відносно нього, x_3 – величина переміщення другого захисного листа внаслідок переміщення першого захисного листа, x_4 – величина переміщення третього захисного листа внаслідок переміщення другого захисного листа і т.д. В загальному випадку захисна конструкція має n ступенів вільності. Її величина дорівнює кількості $(n-1)$ захисних листів, які сприймають на себе удар кулі, плюс координата руху кулі відносно першого захисного листа.

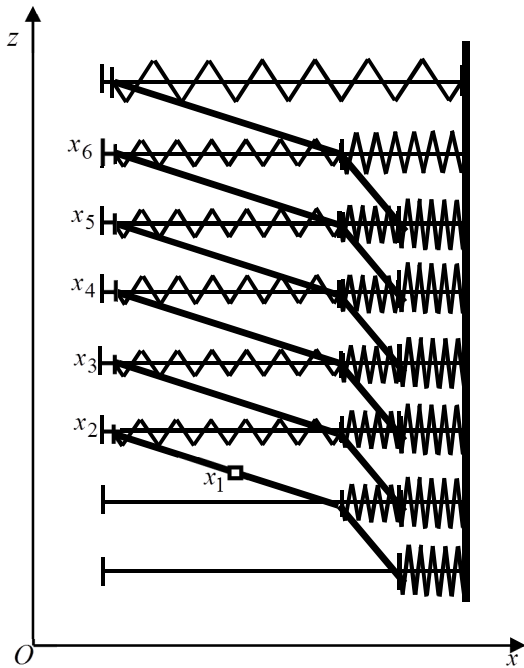


Рис. 1. Загальна схема захисної конструкції

Для отримання рівнянь руху кулі та захисних листів використаємо рівняння Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_{q_i}, \quad (i = \overline{1, n+1}), \quad (1)$$

де T – кінетична енергія механічної системи, яка визначається виразом

$$T = \frac{m_1(\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2}{2} + \frac{m_2\dot{x}_2^2}{2} + \frac{m_2\dot{x}_3^2}{2} + \frac{m_2\dot{x}_4^2}{2} + \dots, \quad (2)$$

де m_1 – маса кулі; m_2 – маса кожного захисного листа; $q_i = x_i, (i = \overline{1, n})$, а Q_{q_i} – відповідні узагальнені сили.

Узагальнена сила Q_{q_1} дорівнює величині опору матеріалу, з якого виготовлений перший захисний лист, тобто

$$Q_{q_1} = -R_{onip}. \quad (3)$$

Узагальнена сила Q_{q_2} визначається силами пружності пружин, пов'язаних з першим захисним листом, тобто

$$Q_{q_2} = -c_1(x_2 - x_3) - c_2(x_2 - x_3) - c_3x_2, \quad (4)$$

де c_1 – жорсткість крайніх лівих, c_2 – жорсткість середніх і c_3 – жорсткість крайніх правих пружин, встановлених на захисну конструкцію. Зауважимо принагідно, що між переміщеннями захисних листів має місце співвідношення

$$x_2 > x_3 > x_4 > \dots \quad (5)$$

Аналогічно для узагальнених сил Q_{q_3} і Q_{q_4} отримуємо

$$Q_{q_3} = -c_1(x_3 - x_4) - c_2(x_3 - x_4) - c_3x_3 + c_1(x_2 - x_3) + c_2(x_2 - x_3). \quad (6)$$

Узагальнена сила по координаті x_4 дорівнює

$$Q_{q_4} = -c_1(x_4 - x_5) - c_2(x_4 - x_5) - c_3x_4 + c_1(x_3 - x_4) + c_2(x_3 - x_4). \quad (7)$$

Вигляд наступних узагальнених сил записується подібним чином.

Підставляючи співвідношення (2–7) і т. д. у рівняння Лагранжа другого роду (1), для вказаної механічної системи отримуємо наступну взаємозв'язану систему рівнянь руху

$$\left. \begin{aligned} m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) &= -R_{onip} \\ m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + m_2\ddot{x}_2 &= -c_1(x_2 - x_3) - \\ &- c_2(x_2 - x_3) - c_3x_2 \\ m_2\ddot{x}_3 &= -c_1(x_3 - x_4) - c_2(x_3 - x_4) - \\ &- c_3x_3 + c_1(x_2 - x_3) + c_2(x_2 - x_3) \\ m_2\ddot{x}_4 &= -c_1(x_4 - x_5) - c_2(x_4 - x_5) - \\ &- c_3x_4 + c_1(x_3 - x_4) + c_2(x_3 - x_4) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

і т.д.

З огляду співвідношення (5) при розрахунку захисної конструкції може виявитися, що впливом переміщень подальших листів на перші можна знехтувати, тобто вважати ці подальші листи нерухомими. Розглянемо найпростіший випадок, коли можна вважати нерухомим уже другий захисний лист (рис. 2).

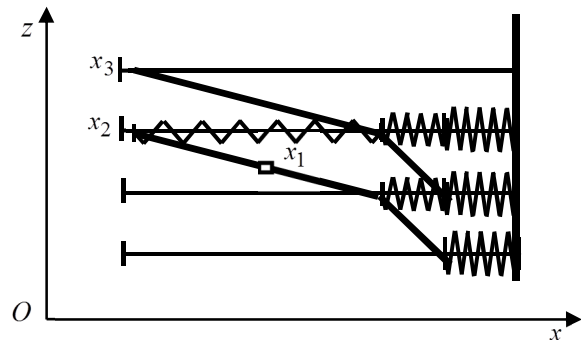


Рис. 2. Схема захисної конструкції, коли необхідно враховувати переміщення лише одного захисного листа

У цьому випадку система рівнянь (8) спрощується, набуваючи вигляду

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) = -R_{onip}, \quad (9)$$

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + m_2\ddot{x}_2 = -c_1x_2 - c_2x_2 - c_3x_2.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь отримуємо, що

$$m_2\ddot{x}_2 = R_{onip} - (c_1 + c_2 + c_3)x_2,$$

і тому

$$x_1(t) = -\frac{R_{onip}t^2}{2m_1} - C_1 \cos k_2t - C_2 \sin k_2t + C_3t + C_4,$$

$$x_2(t) = \frac{R_{onip}}{m_2k_2^2} + C_1 \cos k_2t + C_2 \sin k_2t, \quad (10)$$

де $k_2 = \sqrt{\frac{c_1 + c_2 + c_3}{m_2}}$, C_1 , C_2 , C_3 , C_4 – довільні сталі.

Сталі інтегрування визначаємо з початкових умов

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 0, \quad \dot{x}_1(0) = V_{10}, \\ x_2(0) &= 0, \quad \dot{x}_2(0) = 0. \end{aligned}$$

Тоді з розв'язків (10) отримуємо, що

$$C_1 = -\frac{R_{onip}}{m_2 k_2^2}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = V_{10}, \quad C_4 = -\frac{R_{onip}}{m_2 k_2^2}.$$

Таким чином переміщення кулі (осколка) та захисного листа у цьому випадку визначаються виразами

$$\begin{aligned} x_1(t) &= -\frac{R_{onip} t^2}{2m_1} + \frac{R_{onip}}{m_2 k_2^2} (\cos k_2 t - 1) + V_{10} t, \\ x_2(t) &= \frac{R_{onip}}{m_2 k_2^2} (1 - \cos k_2 t). \end{aligned} \quad (11)$$

З першого рівняння (11) можна визначити тривалість часу t_k , впродовж якого куля пробиває захисний лист. Запишемо умову такого пробивання

$$x_1(t_k) = l_1, \quad (12)$$

де l_1 – шлях, який куля повинна подолати в захисному листі.

Із схеми руху кулі, наведеної на рис. 3, видно, що

$$l_1 = \frac{d}{\sin \alpha}, \quad (13)$$

де d – товщина захисного листа.

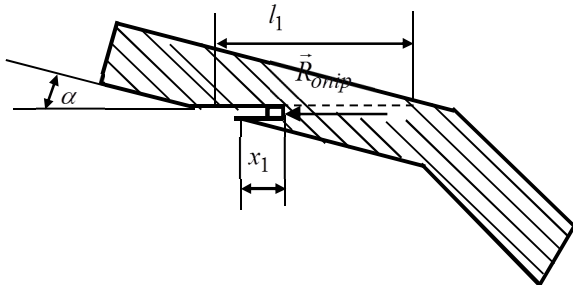


Рис. 3. Схема руху кулі в першому захисному листі

Враховуючи перше рівняння (11) та рівняння (12) і (13), отримаємо наступне співвідношення для визначення часу t_k

$$-\frac{R_{onip} t_k^2}{2m_1} + \frac{R_{onip}}{m_2 k_2^2} (\cos k_2 t_k - 1) + V_{10} t_k = \frac{d}{\sin \alpha}. \quad (14)$$

Розв'язавши рівняння (14), визначимо тривалість часу t_k , за який куля проб'є захисний лист. Тоді, використовуючи друге рівняння (11), визначимо величину переміщення та швидкість захисного листа за проміжок часу t_k , тобто

$$x_2(t_k) = \frac{R_{onip}}{m_2 k_2^2} (1 - \cos k_2 t_k)$$

і

$$\dot{x}_2(t_k) = \frac{R_{onip}}{m_2 k_2} \sin k_2 t_k. \quad (15)$$

Розглянемо тепер більш складний випадок, коли необхідно враховувати переміщення перших двох захисних листів (рис. 4), а впливом на них руху подальших листів можна знехтувати, тобто вважати, що в системі рівнянь (8) можна покласти $x_4 = 0$, $x_5 = 0$ і т. д.

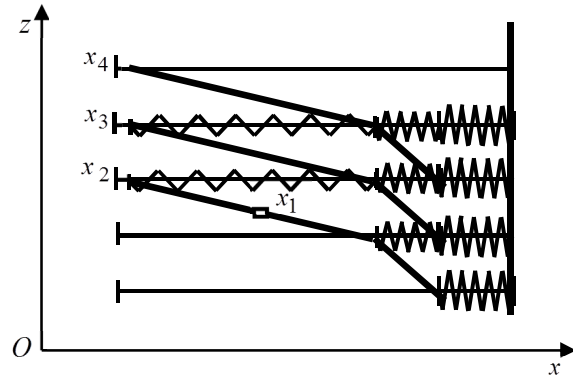


Рис. 4. Схема захисної конструкції, коли необхідно враховувати переміщення лише першого і другого захисних листів

Тоді система рівнянь (8) набуде вигляду

$$\begin{aligned} m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) &= -R_{onip}, \\ m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) + m_2 \ddot{x}_2 &= \\ &= -c_1(x_2 - x_3) - c_2(x_2 - x_3) - c_3 x_2, \\ m_2 \ddot{x}_3 &= -c_1 x_3 - c_2 x_3 - c_3 x_3 + \\ &+ c_1(x_2 - x_3) + c_2(x_2 - x_3). \end{aligned} \quad (16)$$

Враховуючи перше і друге рівняння системи рівнянь (16), отримаємо, що

$$m_2 \ddot{x}_2 = R_{onip} - (c_1 + c_2 + c_3)x_2 + (c_1 + c_2)x_3. \quad (17)$$

З третього рівняння системи рівнянь (16) визначаємо, що

$$x_2 = \frac{m_2 \ddot{x}_3 + (c_1 + c_2 + c_3)x_3 + (c_1 + c_2)x_3}{c_1 + c_2}. \quad (18)$$

Підставляючи цю залежність в рівняння (17), запишемо, що

$$\begin{aligned} m_2 \frac{m_2 x_3^{IV} + (c_1 + c_2 + c_3)\ddot{x}_3 + (c_1 + c_2)\dot{x}_3}{c_1 + c_2} &= \\ &= R_{onip} - (c_1 + c_2 + c_3) \frac{m_2 \ddot{x}_3 + (c_1 + c_2 + c_3)x_3}{c_1 + c_2} + \\ &+ \frac{(c_1 + c_2)x_3}{c_1 + c_2} + (c_1 + c_2)x_3, \end{aligned}$$

де верхній індекс IV позначає четверту похідну за часом.

Здійснюючи нескладні математичні перетворення, перепишемо отриманий вираз так

$$m_2 x_3^{IV} + (c_1 + c_2 + c_3) \ddot{x}_3 + (c_1 + c_2) \dot{x}_3 = \frac{(c_1 + c_2) R_{onip}}{m_2} - (c_1 + c_2 + c_3) \dot{x}_3 - \frac{(c_1 + c_2 + c_3)^2}{m_2} x_3 - \frac{(c_1 + c_2 + c_3)(c_1 + c_2)}{m_2} x_3 + \frac{(c_1 + c_2)^2}{m_2} x_3.$$

Групуючи вирази, отримуємо лінійне диференціальне рівняння четвертого порядку, а саме

$$m_2 x_3^{IV} + (2(c_1 + c_2 + c_3) + (c_1 + c_2)) \ddot{x}_3 + \frac{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}{m_2} x_3 = \frac{(c_1 + c_2) R_{onip}}{m_2}. \quad (19)$$

Загальний розв'язок диференціального рівняння (19) дорівнює сумі розв'язку відповідного однорідного диференціального рівняння та частинного розв'язку неоднорідного, тобто

$$x_3(t) = x_{3одн}(t) + x_{3част}(t). \quad (20)$$

Однорідне диференціальне рівняння має вигляд

$$m_2 x_3^{IV} + (2(c_1 + c_2 + c_3) + (c_1 + c_2)) \ddot{x}_3 + \frac{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}{m_2} x_3 = 0. \quad (21)$$

Його характеристичне рівняння наступне

$$m_2 \lambda^4 + (2(c_1 + c_2 + c_3) + (c_1 + c_2)) \lambda^2 + \frac{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}{m_2} = 0. \quad (22)$$

Це рівняння є бікватратним. Його дискримінант дорівнює

$$D = 4(c_1 + c_2 + c_3)^2 + 4(c_1 + c_2 + c_3)(c_1 + c_2) + (c_1 + c_2)^2 - 4(c_1 + c_2 + c_3)^2 - 4(c_1 + c_2)c_3$$

або ж

$$D = 5(c_1 + c_2)^2.$$

Корені бікватратного рівняння (22) визначаємо з рівняння

$$\lambda_{1,3}^2 = \frac{-2(c_1 + c_2 + c_3) - (c_1 + c_2) \pm \sqrt{5}(c_1 + c_2)}{2m_2}.$$

Тоді

$$\lambda_1^2 = \frac{-(3 + \sqrt{5})(c_1 + c_2) - 2c_3}{2m_2},$$

$$\lambda_3^2 = \frac{-(3 - \sqrt{5})(c_1 + c_2) - 2c_3}{2m_2}.$$

Оскільки величини c_1, c_2, c_3, m_2 є додатними, то коренями характеристичного рівняння (22) будуть комплексні числа тільки з уявною частиною

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{(3 + \sqrt{5})(c_1 + c_2) + 2c_3}{2m_2}} i, \quad \lambda_2 = -\lambda_1,$$

$$\lambda_3 = \sqrt{\frac{(3 - \sqrt{5})(c_1 + c_2) + 2c_3}{2m_2}} i, \quad \lambda_4 = -\lambda_3. \quad (23)$$

де $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Отже, загальний розв'язок лінійного однорідного диференціального рівняння (21) матиме вигляд

$$x_{3одн}(t) = C_1 \cos \lambda_1 t + C_2 \sin \lambda_1 t + C_3 \cos \lambda_3 t + C_4 \sin \lambda_3 t, \quad (24)$$

де C_1, C_2, C_3, C_4 – довільні сталі.

Частинний розв'язок диференціального рівняння (19) наступний

$$x_{3част}(t) = \frac{(c_1 + c_2) R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}. \quad (25)$$

Отже, загальний розв'язок диференціального рівняння (19) має вигляд

$$x_3(t) = C_1 \cos \lambda_1 t + C_2 \sin \lambda_1 t + C_3 \cos \lambda_3 t + C_4 \sin \lambda_3 t + \frac{(c_1 + c_2) R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}. \quad (26)$$

Враховуючи тепер залежність (18), отримаємо, що

$$x_2(t) = \frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2 \lambda_1^2}{c_1 + c_2} C_1 \cos \lambda_1 t + \frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2 \lambda_1^2}{c_1 + c_2} C_2 \sin \lambda_1 t + \frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2 \lambda_3^2}{c_1 + c_2} C_3 \cos \lambda_3 t + \frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2 \lambda_3^2}{c_1 + c_2} C_4 \sin \lambda_3 t + \frac{(2c_1 + 2c_2 + c_3) R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}. \quad (27)$$

Довільні сталі C_1, C_2, C_3 і C_4 визначаємо з початкових умов, які природно вибрати нульовими

$$x_2(0) = 0, \quad \dot{x}_2(0) = 0, \quad x_3(0) = 0 \quad \text{і} \quad \dot{x}_3(0) = 0. \quad (28)$$

Тоді із співвідношень (26) – (28) отримаємо систему лінійних рівнянь для визначення довільних сталих C_1, C_2, C_3 і C_4 , а саме

$$\frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2 \lambda_1^2}{c_1 + c_2} C_1 + \frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2 \lambda_3^2}{c_1 + c_2} C_3 + \frac{(2c_1 + 2c_2 + c_3) R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3} = 0,$$

$$C_1 + C_3 + \frac{(c_1 + c_2)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3} = 0,$$

$$\frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2\lambda_1^2}{c_1 + c_2} \lambda_1 C_2 +$$

$$+ \frac{2c_1 + 2c_2 + c_3 - m_2\lambda_3^2}{c_1 + c_2} \lambda_3 C_4 = 0$$

$$\lambda_1 C_2 + \lambda_3 C_4 = 0.$$

Розв'язуючи цю систему рівнянь, отримаємо, що сталі інтегрування дорівнюють

$$C_1 = \frac{\left((3 - \sqrt{5})(c_1 + c_2) + 2c_3\right)R_{onip}}{2\sqrt{5}\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)},$$

$$C_3 = \frac{\left(-\sqrt{5} - 3\right)(c_1 + c_2) - 2c_3}{2\sqrt{5}\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} R_{onip}, \quad C_2 = C_4 = 0.$$

Підставляючи тепер значення сталих у рівняння (26) і (27), запишемо закони руху першого і другого захисних листів

$$x_2(t) = \frac{(8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_1 t}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{\left((13 - \sqrt{5})(c_1 + c_2)c_3 + 4c_3^2\right)R_{onip} \cos \lambda_1 t}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{(-8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_3 t}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{\left(-13 - \sqrt{5}\right)(c_1 + c_2)c_3 - 4c_3^2}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} R_{onip} \cos \lambda_3 t +$$

$$+ \frac{(2c_1 + 2c_2 + c_3)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}. \quad (29)$$

$$x_3(t) = \frac{\left((3 - \sqrt{5})(c_1 + c_2) + 2c_3\right)}{2\sqrt{5}\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} \cos \lambda_1 t +$$

$$+ \frac{\left(-\sqrt{5} + 3\right)(c_1 + c_2) - 2c_3}{2\sqrt{5}\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} R_{onip} \cos \lambda_3 t +$$

$$+ \frac{(c_1 + c_2)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3}. \quad (30)$$

Запишемо тепер перше рівняння системи рівнянь (16) у вигляді

$$\ddot{x}_1(t) = \ddot{x}_2(t) - \frac{R_{onip}}{m_1}.$$

Інтегруючи це рівняння, отримуємо, що

$$\dot{x}_1(t) = \dot{x}_2(t) - \frac{R_{onip}}{m_1} t + C_5,$$

$$x_1(t) = x_2(t) - \frac{R_{onip}}{2m_1} t^2 + C_5 t + C_6,$$

де сталі інтегрування C_5 і C_6 визначаємо з початкових умов

$$x_1(0) = 0 \quad \text{і} \quad \dot{x}_1(0) = V_{10},$$

і отримуємо $C_5 = V_{10}$ і $C_6 = 0$.

Враховуючи це, одержуємо такий закон руху кулі відносно першого захисного листа

$$x_1(t) = \frac{(8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_1 t}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{\left((13 - \sqrt{5})(c_1 + c_2)c_3 + 4c_3^2\right)R_{onip} \cos \lambda_1 t}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{(-8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_3 t}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{\left(-13 - \sqrt{5}\right)(c_1 + c_2)c_3 - 4c_3^2}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} R_{onip} \cos \lambda_3 t +$$

$$+ \frac{(2c_1 + 2c_2 + c_3)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3} - \frac{R_{onip} t^2}{2m_1} + V_{10} t. \quad (31)$$

З рівняння (31) можна визначити тривалість часу, впродовж якого куля пробиває перший захисний лист. Для цього використаємо умову

$$x_1(t_k) = l_1 \quad (32)$$

де l_1 – шлях, який куля повинна подолати в першому захисному листі.

Враховуючи (13), (31) і (32), отримаємо рівняння для визначення тривалості руху кулі в першому захисному листі

$$\frac{(8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_1 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{\left((13 - \sqrt{5})(c_1 + c_2)c_3 + 4c_3^2\right)R_{onip} \cos \lambda_1 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{(-8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_3 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} +$$

$$+ \frac{\left(-13 - \sqrt{5}\right)(c_1 + c_2)c_3 - 4c_3^2}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)\left((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3\right)} R_{onip} \cos \lambda_3 t_k +$$

$$+ \frac{(2c_1 + 2c_2 + c_3)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3} - \frac{R_{onip} t_k^2}{2m_1} +$$

$$+ V_{10} t_k = \frac{d}{\sin \alpha}. \quad (33)$$

Розв'язавши рівняння (33), визначаємо тривалість часу t_k , за який куля проб'є перший захисний лист. Тоді використовуючи рівняння (29) і (30), визначимо величину переміщень першого та другого захисних листів за проміжок часу t_k .

$$x_2(t_k) = \frac{(8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_1 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{((13 - \sqrt{5})(c_1 + c_2)c_3 + 4c_3^2)R_{onip} \cos \lambda_1 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{(-8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \cos \lambda_3 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{((-13 - \sqrt{5})(c_1 + c_2)c_3 - 4c_3^2)R_{onip} \cos \lambda_3 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{(2c_1 + 2c_2 + c_3)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3} \quad (34)$$

$$x_3(t_k) = \frac{((3 - \sqrt{5})(c_1 + c_2) + 2c_3)}{2\sqrt{5}((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} \cos \lambda_1 t_k + \frac{(-\sqrt{5} + 3)(c_1 + c_2) - 2c_3}{2\sqrt{5}((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} R_{onip} \cos \lambda_3 t_k + \frac{(c_1 + c_2)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3} \quad (35)$$

З рівнянь

$$x_2(t) = \frac{(8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \lambda_1 \sin \lambda_1 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{((13 - \sqrt{5})(c_1 + c_2)c_3 + 4c_3^2)R_{onip} \lambda_1 \sin \lambda_1 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{(-8 - 2\sqrt{5})(c_1 + c_2)^2 R_{onip} \lambda_3 \sin \lambda_3 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{((-13 - \sqrt{5})(c_1 + c_2)c_3 - 4c_3^2)R_{onip} \lambda_3 \sin \lambda_3 t_k}{2\sqrt{5}(c_1 + c_2)((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} + \frac{(2c_1 + 2c_2 + c_3)R_{onip}}{(c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3} \quad (36)$$

$$\dot{x}_3(t_k) = -\frac{((3 - \sqrt{5})(c_1 + c_2) + 2c_3)}{2\sqrt{5}((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} \lambda_1 \sin \lambda_1 t_k - \frac{(-\sqrt{5} + 3)(c_1 + c_2) - 2c_3}{2\sqrt{5}((c_1 + c_2 + c_3)^2 + (c_1 + c_2)c_3)} R_{onip} \lambda_3 \sin \lambda_3 t_k \quad (37)$$

визначаємо швидкість першого і другого захисних листів у момент пробиття кулею першого захисного листа.

Результати кількісного аналізу

За використання отриманих формул на основі моделей за рис. 2 і 4 проведемо кількісну оцінку часу проходження кулі в листі, швидкості руху кулі, швидкості руху та переміщення першого листа (модель рис. 2); першого та другого листа (модель рис. 4). При розрахунках приймаємо, що маса кулі $m_1 = 0,0096$ кг, маса кожного з листів $m_2 = 2$ кг, початкова швидкість руху кулі $V_{10} = 700$ м/с, сила опору листа при проникненні кулі $R_{onip} = 30000$ Н, коефіцієнти жорсткості всіх пружин однакові і дорівнюють $c_1 = c_2 = c_3 = 1500$ кН/м, товщина кожного із захисних листів $d = 0,01$ м, а кут удару кулі об лист $\alpha = 20^\circ$.

Використовуючи співвідношення (11)-(15) для моделі за рис. 2, отримуємо, що проміжок часу, за який куля пробиває перший захисний лист, дорівнює $t_k = 0,000048887$ с, швидкість кулі та першого захисного листа відповідно дорівнюють $V_1(t_k) = 522,278$ м/с, $\dot{x}_2(t_k) = 0,7324$ м/с. За проміжок часу $t_k = 0,000048887$ с перший захисний лист пройде шлях $x_2(t_k) = 0,0000179045991$ м. Таким чином для вибраних параметрів удар кулі та проходження її в першому захисному листі приводять до відносно невеликих його зміщень та швидкості. Куля ж втрачає в листі приблизно половину своєї кінетичної енергії.

Розрахунки для моделі за рис. 4 проводимо за тих самих вихідних даних. Використовуючи формули (31-37), отримуємо, що проміжок часу, за який куля пробиває перший захисний лист, дорівнює $t_k = 0,0000488707$ с. Абсолютна швидкість кулі, першого і другого захисних листів дорівнюють $V_1(t_k) = 522,279$ м/с, $\dot{x}_2(t_k) = 0,732404204147$ м/с і $\dot{x}_3(t_k) = 0,000437386878$ м/с.

За проміжок часу $t_k = 0,0000488707$ м/с перший і другий захисні листи пройдуть відповідно шляхи $x_2(t_k) = 0,0000179045704$ м і $x_3(t_k) = 0,0000000053451$ м.

Бачимо, що отримані кількісні результати для швидкості та переміщення першого захисного шару і швидкості кулі незначно відрізняються для першої та другої моделей. Це свідчить про несуттєвість впливу другого захисного шару на рух першого та кулі для вибраних вихідних параметрів. Тобто другий (та наступні) захисні листи силу удару кулі майже не сприймають.

Висновки

Сформульована задача про динаміку шаруватої підпружиненої захисної конструкції, викликаної ударом та проникненням кулі у перший захисний шар.

Отримані та кількісно проаналізовані розв'язки задачі для часткових моделей конструкції, коли враховується рухливість лише першого та першого і другого захисних шарів. При цьому використаний деякий характерний набір вхідних даних. Встановлено, що у цьому випадку вплив другого шару на перший та рух кулі є несуттєвим. Це означає, що другий (та наступні) захисні листи силу удару кулі практично не сприймають. Ці та подальші результати дослідження будуть використані для оптимізації захисної конструкції.

Список літератури

1. Семькин В.В. Средства индивидуальной бронезащиты: учебное пособие / В.В. Семькин. – М.: Московский университет МВД России, 2008. – 66 с.
2. Иванов А.М., Зарецкий В.В., Специальные средства индивидуальной бронезащиты и активной обороны. Техника и тактика их применения: Учебно – методическое пособие. – Калининград: Калининградский Юридический институт МВД России, 2009. – 52 с.

3. Галиновский А.Л., Колпаков В.И., Муляр С.Г. Анализ эффективности различных средств индивидуальной бронезащиты / Наука и образование: электронное научно-техническое издание. – № 3. – 2012. – С. 1–12.

4. Материалы и защитные структуры для локального и индивидуального бронирования / В.А. Григорян, И.Ф. Кобылкин, В.М. Маринин, Е.Н. Чистяков. – М.: РадиоСофт, 2008.

5. Андрущук Д. Вогнепальні контузійні травми // Дмитро Андрущук. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.medsanbat.info/downloadвогнепальна%20контузіяна%20травма.pdf>

6. Петрученко О.С., Хитряк О.І., Величко Л.Д. // Зменшення ефективної дії кулі, осколка снаряда на об'єкт захисту – Львів: АСВ, 2015. – №12. – С. 65–69.

Рецензент: д.т.н., проф. І.В. Кузьо, завідувач кафедри Механіки та автоматизації машинобудування Національний університет «Львівська політехніка», Львів.

Динамика защитной конструкции при ударе пули или осколка снаряда

Л.Д. Величко, О.С. Петрученко, В.Ф. Кондрат

Рассматривается динамика взаимодействия пуль или осколков снарядов со слоистой защитной конструкцией. Эта конструкция может быть использована для поглощения энергии пуль или отклонения их траектории от объекта, который защищают. Пуля проникает в первый слой конструкции. При этом условия проведен количественный анализ эффектов взаимодействия слоев конструкции.

Ключевые слова: броня, защитная конструкция, поражающий объект.

Dynamics of the protective structure during a bullet's or fragment's impact

L. Velychko, O. Petruchenko, V. Kondrat

The dynamics of interaction bullets or shrapnel shells of layered protective structure is considered. The above mentioned construction can be used for energy absorption or rejection their balls trajectory of the object that is protected. The bullet penetrates the first section of construction. Due to that condition, quantitative analysis of interaction effects of construction layers were conducted.

Key words: armor, protective design, bullet fragment.