УДК 629.113

М.Г. Грубель, М.Б. Сокіл

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

КОЛИВАННЯ ПІДРЕСОРЕНОЇ ЧАСТИНИ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ІЗ НЕКОНСЕРВАТИВНОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ АМОРТИЗАТОРІВ

У роботі розглянуто коливання підресореної частини колісних транспортних засобів, пружна характеристика амортизаторів яких залежить від деформації та швидкості деформації. Отримано, для випадку вертикальних коливань, нелінійні диференціальні рівняння, які відображають динаміку підресореної частини. Шляхом інтегрування останніх отримано аналітичні залежності, які описують власні коливання підресореної частини. Показано на принципову різницю коливань із розглядуваною характеристикою та лінійною чи навіть нелінійною консервативною.

Ключові слова: *відновлювальна сила амортизатора, неконсервативна характеристика амортизатора, динаміка підресореної частини автомобіля.*

Постановка проблеми

Основною системою транспортних засобів (ТЗ), яка захищає автомобіль від динамічного впливу дороги і зводить коливання і вібрації до прийнятного рівня, що зумовлені його рухом вздовж шляху із нерівностями, є система підвіски і колеса. Багатолітній досвід експлуатації автомобілів показує, що коливання кузова, які виникають від нерівностей дороги, ведуть, як правило, до погіршення всіх його експлуатаційно-технічних характеристик. Одним з шляхів зменшення таких втрат є покращення якості підвіски. Крім цього очевидна актуальність вдосконалення системи підвіски автомобілів підвищеної та високої прохідності, якщо застосовуються у військовій сфері, яким потрібна досконала підвіска. Це також пов’язано з вимогами підвищення ресурсу динамічно навантажених вузлів автомобіля, безпекою його руху, комфортабельністю водія і пасажирів та захистом їх від високочастотних перевантажень.

Визначальною динамічною характеристикою підвіски є відновлювальна сила пружних амортизаторів та сила опору демпферних пристроїв. Основне призначення пружних амортизаторів – зменшити вертикальні та кутові переміщення підресореної частини у порівнянні із переміщеннями не підресореної шляхом спонукання її до коливань. В той же час демпферним пристроям ставиться за мету згасити останні. У комплексі вони повинні забезпечити такі режими коливань підресореної частини, які задовольняють, з одного боку, ергономічним вимогам щодо дії на людський організм, з іншого – мінімізувати вплив зовнішніх чинників на коливання встановленого озброєння з метою виконання ним функціонального призначення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Щодо впливу динамічних характеристик амортизаторів на коливання підресореної частини, то у низці праць показано, наприклад, [1-3], що забезпечити належну плавність ходу ТЗ може підвіска із нелінійним законом зміни відновлювальної сили. В той же час основні теоретичні дослідження щодо впливу вказаної сили на динаміку підресореної частини проводились за лінійного чи квазілінійного законів її зміни [4,5]. Отримані у них результати справедливі і широко використовуються для дослідження динаміки та стійкості руху ТЗ за умови руху його вздовж шляху із незначними нерівностями. Для зазначеного випадку деформації пружних елементів є невеликими, а значить з достатнім ступенем точності відновлювальну силу можна лінеаризувати, тобто, використати вказані моделі динаміки підресореної частини. Що стосується руху ТЗ вздовж шляху із значними нерівностями (це, в першу чергу, відноситься ТЗ спеціального призначення (ТЗСП), то тут виникає потреба уточненого підходу до дослідження динаміки підресореної частини – побудови і розробки методів аналізу для якісно нових моделей коливань підресореної частини. Деякі із них розглядались, наприклад, у [6,7], де вважалось, що відновлювальна сила амортизаторів має нелінійний консервативний характер і її вдається описати степеневою або близькою до неї функцією деформації. Для значних величин деформації пружних елементів відновлювальна сила залежить і від швидкості деформації, а отже, їх аналітично слід описувати якісно новими залежностями – неконсервативними. Саме розгляд коливань підресореної частини ТЗСП за умови, що відновлювальна сила амортизаторів має нелінійний неконсервативний характер, є предметом розгляду даної роботи, звідки і випливає її актуальність.

Виклад основного матеріалу

Розглядаються власні вертикальні коливання підресореної частини колісного ТЗСП, фізична модель якого представлена на рис. 1.

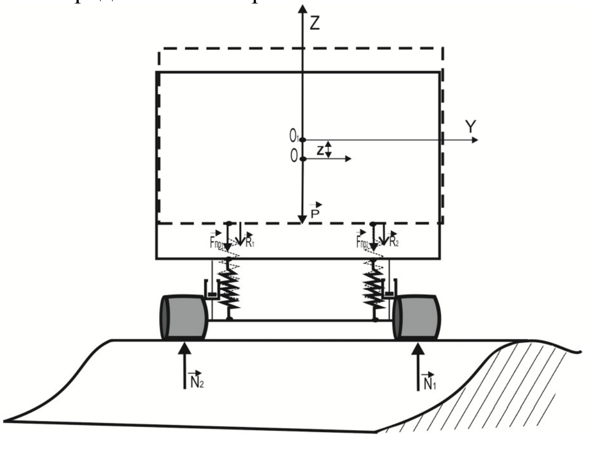

Рис. 1. **Фізична модель КТЗСП для дослідження динаміки підресореної частини**

Для неї вважається, що m – маса підресореної частини, а її положення для досліджуваного руху однозначно визначається положенням центру ваги. Відносне положення останнього будемо визначати по відношенню до положення статичної рівноваги координатою $z(t)$. Нелінійна відновлювальна сила пружних амортизаторів має неконсервативний характер і описується функцією

$$f\left(z,\frac{dz}{dt}\right)=\left(\alpha_1+\alpha_2\left(\frac{dz}{dt}\right)^{\nu_1}\right)(z+\Delta_{cm.})^{\nu_2+1}, \quad (1)$$

де $\alpha_1,\alpha_2,\nu_1,\nu_2$ сталі, які задовольняють умовам існування у системі коливального процесу.

Диференціальне рівняння коливань підресореної частини (без урахування дії демпферних пристроїв) набуває вигляду

$$m\ddot{z}+\left(\alpha_1+\alpha_2\left(\frac{dz}{dt}\right)^{\nu_1}\right)(z+\Delta_{cm.})^{\nu_2+1}=P. \quad (2)$$

Воно описує коливальний процес підресореної частини, якщо функція $f\left(z,\frac{dz}{dt}\right)$ задовольняє умовам існування у (2) періодичного розв'язку [8-10]. З огляду на вказане вона повинна бути непарною за аргументом z та парною за аргументом $\frac{dz}{dt}$. Тому нижче будемо вважати, що параметри ν_1, ν_2 приймають значення

$$\nu_1=\frac{2(r_1-s_1)}{2s_1+1},\ \nu_2+1=\frac{2r_2+1}{2s_2+1},\ r_i,s_i=0,1,2,\ldots,\ i=1,2\ .$$

Заміною змінних $z^*=z+\Delta_{cm.}$ рівняння (2) трансформується до вигляду

$$m\ddot{z}^*+\alpha_2\left(\frac{dz^*}{dt}\right)^{\nu_1}\left(z^*\right)^{\nu_2+1}=P-\alpha_1\left(z^*\right)^{\nu_2+1}. \quad (3)$$

Покажемо, що за умови $\nu_1<1$ та малої величини максимального значення правої частини рівняння (3) у порівнянні із максимальним значенням $\alpha_2\left(\frac{dz^*}{dt}\right)^{\nu_1}\left(z^*\right)^{\nu_2+1}$ динамічний процес підресореної частини можна описати аналітично. Застосовуючи основну ідею методів збурень [11], для незбуреного випадку, тобто рівняння

$$m\ddot{z}^*+\alpha_2\left(\frac{dz^*}{dt}\right)^{\nu_1}\left(z^*\right)^{\nu_2+1}=0, \quad (4)$$

періодичний розв'язок представляємо через Ateb-функції [12,13] у вигляді

$$z^*(t)=a\begin{cases} sa\left(\dfrac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\omega(a)t+\theta\right),\\ ca\left(\nu_2+1,\dfrac{1}{1-\nu_1},\omega(a)t+\theta\right).\end{cases} \quad (5)$$

У ньому a,θ – сталі, а функція $\omega(a)$ – приймає значення

$$\omega(a)=\frac{\nu_2+2}{2}\left(\frac{\alpha_2}{m}\frac{2-\nu_1}{(1-\nu_1)(\nu_2+2)}\right)^{\frac{1}{2-\nu_1}}a^{\frac{\nu_1+\nu_2}{2-\nu_1}} \quad (6)$$

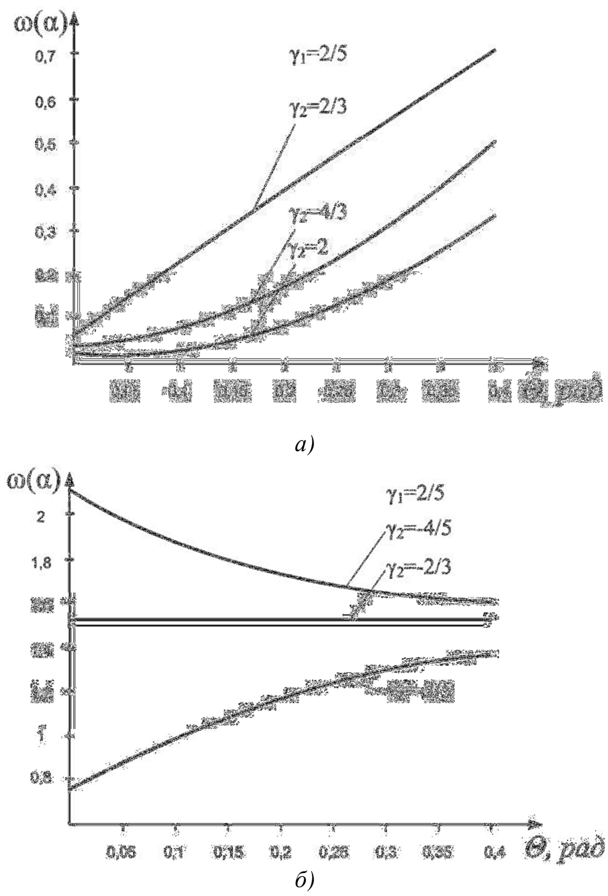

Рис. 3. **Залежність частоти власних коливань** підресореної частини, віднесеної до $\omega_0^{\frac{2}{2-\nu_1}}$ від амплітуди ($\omega_0=\frac{\alpha_2}{m}$).

Представлені на рис 3а, 3б результати показують, що у залежності від співвідношення між параметрами ν_1, ν_2 частота власних коливань підресореної частини з ростом амплітуди може збільшуватись або зменшуватись і навіть залишатись сталою величиною.

Що стосується впливу правої частини рівняння (3) на динамічний процес, то вище накладені на неї обмеження дозволяють використати основну ідею методу Ван-дер-Поля[14]. Приймаючи, відповідно до нього, за розв'язок збуреного рівняння (3), у вигляді (5) з тією тільки різницею, що параметри a та θ є невідомими функціями часу, тобто

$z^*(t)=a(t)ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)$, $\psi=\omega(a)t+\theta$, отримуємо

$$\begin{aligned}\frac{dz^*}{dt}&=-\frac{2a(t)}{\nu_2+2}\left(\omega(a)+\frac{d\theta}{dt}\right)\times\\&\times\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{1}{1-\nu_1}}+\\&+\frac{da}{dt}ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\end{aligned}\tag{7}$$

Наступним диференціюванням наведеної вище залежності із урахуванням того, що відповідного до методу Ван-дер-Поля

$$\begin{aligned}&-\frac{2a(t)}{\nu_2+2}\frac{d\theta}{dt}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{1}{1-\nu_1}}+\\&+\frac{da}{dt}ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)=0\end{aligned}\tag{8}$$

маємо

$$\begin{aligned}\frac{d^2z^*}{dt^2}=-\frac{2}{\nu_2+2}\Bigg\{&\frac{2a}{(2-\nu_1)}\omega(a)\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{\nu_1}{1-\nu_1}}\times\\&\times\left(ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right)^{\nu_2+1}\times\left(\omega(a)+\frac{d\theta}{dt}\right)+\\&+\frac{da}{dt}\left(\omega(a)+a\frac{d\omega}{da}\right)\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{1}{1-\nu_1}}\Bigg\}.\end{aligned}\tag{9}$$

Із залежності (6) випливає

$$\omega(a)+a\frac{d\omega}{da}=\frac{2+\nu_2}{2-\nu_1}\omega(a).$$

Шляхом підстановки (5)-(9) у базове рівняння знаходимо звичайні диференціальні рівняння, які описують закони зміни у часі параметрів a та θ

$$\begin{aligned}&\frac{2a}{(2-\nu_1)}\left(ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right)^{\nu_2+1}\frac{d\theta}{dt}+\\&+\frac{da}{dt}\frac{2+\nu_2}{2-\nu_1}\omega(a)\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)=\\&=-\frac{\nu_2+2}{2\omega(a)}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{\nu_1}{\nu_1-1}}\\&\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_1+1}ca^{\nu_1+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\omega(a)t+\theta(t)\right)\right\}\end{aligned}\tag{10}$$

Диференціальні рівняння (8) (9) визначають похідні у вигляді

$$\begin{aligned}&\frac{da}{dt}=-\frac{2-\nu_1}{2\omega(a)}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)\\&\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right\}\end{aligned},\tag{11}$$

$$\begin{aligned}&\frac{d\theta}{dt}=-\frac{(\nu_2+2)(2-\nu_1)}{2a\omega(a)}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{\nu_1}{\nu_1-1}}\times\\&\times ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\\&\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right\}\end{aligned}\tag{12}$$

Приймаючи до уваги, що за один період коливань підресореної частини основні характеристики динамічного процесу її змінюються на незначну величину, систему диференціальних рівнянь можна замінити простішою – усередненою [14].

$$\begin{aligned}&\frac{da}{dt}=-\frac{2-\nu_1}{4\Pi\omega(a)}\int_0^{2\Pi}sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\\&\left\{g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\right\}d\psi=0\end{aligned}\tag{13}$$

$$\begin{aligned}&\frac{d\theta}{dt}=-\frac{(\nu_2+2)(2-\nu_1)}{4\Pi a\omega(a)}\int_0^{2\Pi}\left(sa\left(\frac{1}{1-\nu_1},\nu_2+1,\psi\right)\right)^{\frac{\nu_1}{\nu_1-1}}\times\\&\times ca\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\times\left\{\begin{aligned}&g-\frac{\alpha_1}{m}a^{\nu_2+1}ca^{\nu_2+1}\times\\&\times\left(\nu_2+1,\frac{1}{1-\nu_1},\psi\right)\end{aligned}\right\}d\psi=\\&=\frac{(\nu_2+2)(2-\nu_1)a^{\nu_2}}{4\Pi\omega(a)}\frac{\alpha_1}{m}\frac{2\Gamma\left(\frac{2\nu_1-1}{\nu_1-2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2+3}{\nu_2+2}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\nu_1-1}{\nu_1-2}+\frac{\nu_2+3}{\nu_2+2}\right)}\end{aligned}\tag{14}$$

Висновки

Отримані результати та представлені графічні залежності показують:

- що для прогресивної характеристики відновлювальної консервативної сили ($\nu_1=0, \nu_2>0$) більшим значенням амплітуди коливань відповідає більше значення частоти, для регресивної ($\nu_1=0$, $-1<\nu_2<0$) – навпаки, більшим значенням амплітуди коливань – менше значення частоти;

– також для неконсервативної сили у випадку $\nu_1=-\nu_2$, динамічний процес підресореної частини є ізохронним.

Що стосується більш загальних випадків співвідношення між параметрами ν_1, ν_2, то частота власних коливань підресореної частини з ростом амплітуди може збільшуватись або зменшуватись і навіть залишатись сталою величиною. Отримані результати можуть бути базою для проектування нових типів підвісок – підвісок із саморегульованими амортизаторами.

Список літератури

1. Артющенко А.Д. Дослідження впливу характеристик підвіски автомобіля малого класу на плавність ходу та її модернізація / А.Д. Артющенко, О.Г. Суярков // Вісник НТУ "ХПІ".- 2013.-№ 32 (1004).- С.21 -27.

2. Дущенко В.В. Недостатки, причины их возникновения и противоречия развития известных физических принципов действия упругих элементов систем подресоривания военных гусеничних и колесных машин / В.В. Дущенко // Вестник НТУ «ХПИ». – 2007. – № 33. – С. 46-52.

3. Мельников А.А. Теория автомобиля. Колебания и плавность хода: Учебное пособ. - НГТУ. Нижний Новгород.- 1998.- 112 с.

4. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля./ Р.В. Ротенберг – М.: Машиностроение. – 972.–392 с.

5. Лобас Л.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий.- К.: Наукова думка, 1990.-232 с.

6. Величко Л.Д. Розробка методу розрахунку нелінійних поздовжньо-кутових коливань гусеничних транспортних засобів / Л.Д. Величко, Б.І. Сокіл, Ю.А. Чаган // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – Львів: Вісник НУ «ЛП». – 2011. – Вип. № 702. – С. 49-53.

7. Hrubel M. Influence of characteristics of wheeled vehicle suspensions of its road-holding along curved stretches of track/ Hrubel M., R. Nanivskyi, M. Sokil// Science & militariy. 2014.- Vol. 9,-№ 1,-P.15-19. Liptovscy Mikulas, Slovak Republska.

8. Куклес И.С. О двух проблемах теории нелинейных колебаний / И.С. Куклес // - В кн. тр. Междунар. симпозиума по нелинейным колебаниям. Т.2.- Киев: Изд-во АН УССР, 1963.- С. 212 - 219.

9. Ziemba S. Free Vibrations with Damping jf Marked Nonlinear Character / S. Ziemba //Arch. Mech. Stosowanej.- 1957, vol IX.- Z. 5,.- P.527-548.

10. Ziemba S. O pewnej metodzie badania niesprezystoscistalich / S. Ziemba //Biul. Wojsk. Akad. Techn. –1958- №1.-P.28-37.

11. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике / Джулиан Коул; [пер. с англ. А. И. Державиной и В. Н. Диесперова, под ред. О. С. Рыжова]. // – М. : Мир. – 1972. – 276 с.

12. Сеник П.М. Обернення неповної Beta-функції / П.М. Сеник // Укр. мат. журн.- 1969.- 21, №3.- С. 325 - 333.

13. Сеник П.М. Про табулювання періодичних Ateb-функцій / П.М. Сеник, А.М. Возний // Доп. АН УРСР.- 1969.- №12.- С. 1089 - 1092.

14. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский - М.: Наука, 1974.- 501 с.

Рецензент: д.т.н., доцент Л.В. Крайник, голова правління ВАТ "Укравтобуспром", Львів.

Колебания подрессоренной части транспортных средств с неконсервативною характеристикою амортизаторов

М.Г.Грубель, М.Б.Сокил

В работе рассмотрено колебания подрессоренной части колесных транспортных средств, упругая характеристика амортизаторов которых зависит от деформации и скорости деформации. Получено, для случая вертикальных колебаний, нелинейные дифференциальные уравнения, которые отображают динамику подрессоренной части. Путем интегрирования последних получено аналитические зависимости, которые описывают собственные колебания подрессоренной части. Указано на принципиальную разницу колебаний рассматриваемой характеристикой и линейной или даже нелинейной консервативной.

Ключевые слова: *восстановительная сила амортизатора, неконсервативная характеристика амортизатора, динамика подрессоренной части автомобиля.*

Oscillation of spring part of transport vehicles is with unconservative description of shock absorbers.

M. Hrubel, M. Socil

Oscillation of spring part of the wheeled transport vehicles is considere in the project, the resilient description of shock absorbers depends on deformation and speed deformation. Nonlinear differential equalizations that represent the dynamics of spring part for the case of vertical vibrations are received. By integration of the last the analytical dependences, that describe the eigentones of spring part are received. Fundamental difference of vibrations with the examined linear or nonlinear conservative description is shown.

Key words*: recavery force of shock absorber, unconservative description of shock absorber, dynamic of spring part of car.*