УДК 534.111

Б.І. Сокіл, Ю.А. Чаган, С.В. Скрипник

Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

РЕЗОНАНСНІ КОЛИВАННЯ ПІДРЕСОРЕНОЇ ЧАСТИНИ ВІЙСЬКОВИХ ГУСЕНИЧНИХ МАШИН ЗА НЕЛІНІЙНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПІДВІСКИ

Запропоновано методику дослідження нелінійних резонансних коливань підресореної частини військових гусеничних машин. В основі досліджень покладено ідею методів збурень та метод Ван-дер-Поля. Отримано залежності, які описують динаміку вертикальних коливань підресореної частини при переході через резонанс. Встановлено, що резонансне значення амплітуди визначається величиною швидкості руху транспортного засобу та характеристиками нелінійної підвіски. Отримано умову безрезонансного переміщення транспортного засобу вздовж впорядкованої системи нерівностей.

Ключові слова: *підресорена частина, вертикальні коливання, резонанс, амплітуда, частота.*

Актуальність та огляд основних результатів

З огляду на динамічні навантаження та ергономічні вимоги щодо експлуатації військових гусеничних машин (ВГМ) резонансні коливання є найбільш небезпечними. У [1, 2] показано, що належну комфортабельність вказаних ТЗ забезпечує підвіска з нелінійно пружною характеристикою відновлюючої сили. В той же час, аналітичні ж дослідження динаміки підресореної частини вказаних ТЗ проводились в основному за лінійної, в кращому випадку квазілінійної, моделі відновлюючої сили. Лише в окремих роботах [3,4] розглядались власні вертикальні та поздовжньо-кутові коливання ТЗ за умови нелінійної характеристики пружної підвіски. Однак, такі важливі питання, як вплив характеристик профілю місцевості, швидкості руху на резонансне значення амплітуди, у них не знайшли висвітлення. Саме питання впливу нерівностей, які носять періодичний характер, на резонансні коливання підресореної частини ВГМ із нелінійною пружною характеристикою є предметом розгляду даної роботи. Звідси випливає її актуальність.

Постановка задачі та методика її розв'язування

У [5] отримано диференціальне рівняння вертикальних коливань підресореної частини за умови, що підвіска характеризується нелінійним законом зміни відновлюючої сили. У випадку руху ВГМ вздовж пересіченої місцевості із впорядкованою системою нерівностей, які носять періодичний характер розміщення, воно трансформується до вигляду

$$(m_1+m_2+m_3)\ddot{z}_1=-(m_1+m_2+m_3)g-$$
$$-\sum_{i=1}^{6}\left(c_i\left(\Delta_{деф ор}\right)\left(z_1-z_i^0-\Delta_{ст.}\right)+R_i\left(\dot{z}_1,\dot{z}_i^0\right)\right), \qquad (1)$$

де z_1 – переміщення центра мас підресореної частини відносно статичного положення; (m_1, m_2, m_3) – маси корпусу, ведучих та направляючих коліс відповідно; $\Delta_{деф ор}$, $\Delta_{ст}$ – відповідно деформація та статична деформація пружних елементів; $c_i\left(\Delta_{деф ор}\right)$ – змінні жорсткості амортизаторів; z_i^0 – додаткові деформації пружних елементів, зумовлені наїздом на нерівність $R_i\left(\dot{z},\dot{z}_i^0\right)$ – сили опору амортизаторів, яка пропорційна відносній швидкості підресореної частини. Приймаючи до уваги, що: змінну жорсткість амортизаторів з достатнім степенем точності можна представити у вигляді $c_i\left(\Delta_{деф ор}\right)=c_{i0}\Delta^{\nu}{}_{деф ор}$; а додаткова деформація пружних елементів зумовлена дією нерівності пересіченої місцевості у випадку впорядкованої системи нерівностей представляється функцією $z_i^0=h\sin\mu t$, диференціальне рівняння (1) трансформується до вигляду

$$\ddot{z}+k^2z^{\nu+1}=\frac{1}{M}\left[F(z,\mu t)+R(\dot{z},\mu t)\right], \qquad (2)$$

де $k^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{6}c_i}{M}$, $M=m_1+m_2+m_3$, $F(z,\mu t)$, $R(\dot{z},\mu t)$ – відомі функції, які виражаються через праву частину рівняння (1):

$$F(z,\mu t)=-g+Mk^2(\nu+1)z^{\nu}\left(h\sin\mu t+\Delta_{ст.}\right),$$
$$R\left(\dot{z}\;\;,\dot{z}^0{}_i\right)=\alpha(\dot{z}-h\mu\cos\mu t), \alpha=\sum_{1}^{6}\alpha_i\,.$$

Нижче приймається, що максимальне значення правої частини рівняння (2) є значно меншим, ніж максимальне значення нелінійного доданку лівої його частини. Це дозволяє для аналізу коливань підресореної частини застосувати загальні ідеї методів збурень [6]: на основі розв'язку відповідного незбуреного рівняння ($\ddot{z}+k^2 z^{\nu+1}=0$) $z=aca(\nu+1,1,\omega(a)t+\theta)$, де $a,\omega(a)$ – амплітуда та частота коливань, знайти зміну в часі вказаних параметрів за рахунок зовнішніх чинників – руху місцевістю із періодично розміщеними нерівностями.

Нижче будемо розглядати найбільш важливий випадок коливань підресореної частини, а саме резонансний. Треба відзначити, що саме поняття резонансу для розглядуваного рівняння є дещо складнішим, ніж для звичайних, навіть квазілінійних, систем. Це пов'язано з тим, що власна частота коливань підресореної частини ВГМ залежить від амплітуди і визначається співвідношенням

$$\omega(a)=k\sqrt{\frac{(\nu+2)}{2M}}a^{\frac{\nu}{2}}.$$

Таким чином, умова резонансу трансформується до вигляду

$$\mu\approx\frac{\pi}{\Pi(1,\nu+1)}\omega(a), \qquad (3)$$

де $$\Pi(1,\nu+1)=\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{\nu+2}\right)\Gamma^{-1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\nu+2}\right).$$

Беручи до уваги вигляд функції, яка описує "власну частоту", отримуємо значення параметра a, при наближенні до котрого буде мати місце резонансне явище – a^*, тобто

$$a^*=\left(\frac{\Pi(1,\nu+1)\mu}{\pi k}\left(\frac{2M}{\nu+2}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{\nu}}. \qquad (4)$$

Резонансне явище у досліджуваного класу динамічних систем буде мати місце за умови, коли амплітуда коливань є близькою до a^*. Якщо остання є більшою за a^*, то наявні сили опору (демпферні пристрої) призводять до того, що з часом амплітуда коливань буде зменшуватись до величини a^*, а значить, у системі має місце явище резонансу. У цьому полягає друга принципова різниця резонансних явищ у сильно нелінійних системах. Якщо ж у збуреній сильно нелінійній неавтономній системі існує динамічний процес, амплітуда коливань котрого менша за a^*, то резонансного явища у ній спостерігатись не буде. Нижче, на рис. 1, представлено залежність амплітуди резонансу вертикальних коливань a^* від параметрів $\xi=\mu/k$

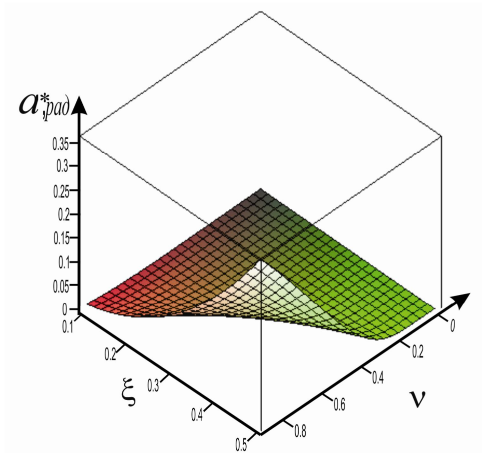

Рис. 1. **Залежність амплітуди резонансу від параметрів ν та ξ**

Прийнявши до уваги, що у випадку руху ВГМ вздовж впорядкованої системи перешкод частота зовнішнього збурення визначається залежністю $\mu=\pi V/d$, а d – віддаль між гребенями нерівностей, то отримуємо значення швидкості руху вздовж впорядкованої системи перешкод, за якої має місце резонанс.

$$V=\frac{d}{\Pi}\sqrt{\frac{g(\nu+2)}{2\Delta_{cm}^{\nu+1}}}a^{\frac{\nu}{2}}. \qquad (5)$$

На рис. 2 для заданих значень статичної деформації пружної підвіски $\Delta_{cm}=0.15м$, $d=1м$ представлено зв'язок швидкості, за якої має місце резонанс, із амплітудою вертикальних коливань та параметром нелінійності пружної підвіски ν.

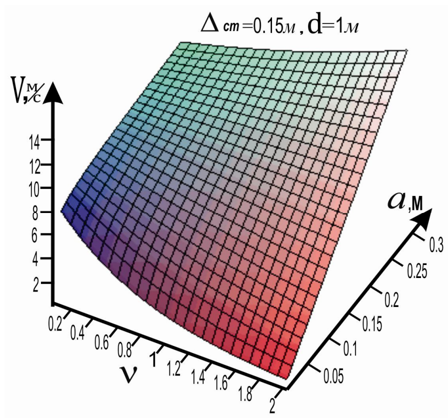

Рис. 2. **Зв'язок швидкості резонансу вертикальних коливань із амплітудою вертикальних коливань та параметром нелінійності**

Для описання ж закону зміни амплітуди вертикальних коливань при переході через резонанс слід урахувати ту її особливість, що вона суттєво залежить від "різниця фаз" власних та вимушених коливань, тобто параметра $\vartheta = \frac{\pi}{\Pi}\psi - \gamma$ Тому, формально ввівши цей параметр у диференціальні рівняння (2), отримуємо після деяких перетворень

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{2\pi\omega(a)}\int_0^{2\pi}\left\{-g - \frac{2ca^{\nu}}{M}(\nu+1)ca^{\nu}\left(\nu+1{,}1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)\times\right.$$
$$\times\left(\Delta_{cm} + h\sin\gamma\right) - \frac{\alpha}{M}\left(-\frac{2a\omega(a)}{\nu+2}sa\left(1,\nu+1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)-\right.$$
$$\left.\left.-h\frac{V}{d}\cos\gamma\right)\right\}sa\left(1,\nu+1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)d\gamma\ ,$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\omega(a)}{2\Pi} - \frac{V}{d} - \frac{(\nu+2)}{2\pi a\omega(a)}\int_0^{2\pi}\left\{-g - \frac{2ca^{\nu}}{M}(\nu+1)ca^{\nu}\times\right.$$
$$\times\left(\nu+1{,}1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)\left(\Delta_{cm.} + h\sin\gamma\right) - \frac{\alpha}{M}\left(-\frac{2a\omega(a)}{\nu+2}\times\right. \tag{6}$$
$$\left.\left.\times sa\left(1,\nu+1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right) - h\frac{V}{d}\cos\gamma\right)\right\}ca\left(\nu+1{,}1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)d\gamma\ .$$

Рівняння (6) описують динамічність підресореної частини у резонансній зоні, тобто при наближенні амплітуди коливань a до параметра a^* – амплітуди резонансу. У зв'язку із вказаним їх дослідження можна проводити на базі різних підходів, які суттєвої різниці для кількісної та якісної оцінки динамічного процесу не дають. Найбільш простий із цих підходів побудований на наступному: якщо диференціальні рівняння (6) мають місце в околі параметра a^*, то дослідження динамічного процесу в резонансній зоні можна проводити на базі дещо спрощених рівнянь, ніж вказані. Для цього, виходячи із умови резонансу $\frac{\omega(a^*)}{2\Pi} \approx \frac{V}{d}$, різницю $\frac{\omega(a)}{2\Pi} - \frac{V}{d}$ можна замінити величиною $\frac{1}{2\Pi}\left.\frac{d\omega}{da}\right|_{a=a^*}\left(a - a^*\right)$. Система ж диференціальних рівнянь (6) в такому випадку еквівалентна наступній:

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{2\pi\omega(a)}\int_0^{2\pi}\left\{-g - \frac{2ca^{\nu}}{M}(\nu+1)ca^{\nu}\left(\nu+1{,}1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)\times\right.$$
$$\times\left(\Delta_{cm.} + h\sin\gamma\right) - \frac{\alpha}{M}\left(-\frac{2a\omega(a)}{\nu+2}sa\left(1,\nu+1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)-\right.$$
$$\left.\left.-h\frac{V}{d}\cos\gamma\right)\right\}sa\left(1,\nu+1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)d\gamma, \tag{7}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{2\Pi}\left.\frac{d\omega}{da}\right|_{a=a^*}\left(a-a^*\right) - \frac{(\nu+2)}{2\pi a\omega(a)}\int_0^{2\pi}\left\{-g - \frac{2ca^{\nu}}{M}(\nu+1)\times\right.$$
$$\times ca^{\nu}\left(\nu+1{,}1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)\left(\Delta_{cm.} + h\sin\gamma\right) - \frac{\alpha}{M}\left(-\frac{2a\omega(a)}{\nu+2}\times\right.$$
$$\left.\left.\times sa\left(1,\nu+1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right) - h\frac{V}{d}\cos\gamma\right)\right\}ca\left(\nu+1{,}1,\frac{\Pi}{\pi}(\gamma+\vartheta)\right)d\gamma.$$

Нижче, у таблиці на базі чисельного інтегрування рівнянь (7) представлені значення резонансних амплітуд для $\Delta_{cm}\ 0{,}15\,м, \nu = 4/3, d = 1м$

Таблиця 1

Залежності амплітуди резонансу для різних значень амортизаторів Δ_{cm}

№ з/п	Параметр		
	V, м/с	a^*, м	$a_{рез}$, м
1	15	0.035	0.161
2	10	0.019	0.119
3	7.5	0.012	0.079
4	5	0.008	0.061

Висновки

Отримані розрахункові та побудовані на їх базі графічні залежності показують, що у випадку нелінійної характеристики відновлюючої сили пружної підвіски:

- резонансне явище має місце за різних амплітудах коливань при різних частотах зовнішнього періодичного збурення;
- більшим значенням швидкості руху відповідає більше значення амплітуди резонансу;
- резонансне значення амплітуди для більших швидкостей руху є більше.

Для уникнення резонансних явищ підресореної частини транспортного засобу вздовж шляху із впорядкованою системою нерівностей необхідно, щоб швидкість пересування останнього була відмінною від $V \neq \frac{d\pi}{\Pi}\sqrt{\frac{g(\nu+2)}{2\Delta_{cm}^{\nu+2}}}a^{\frac{\nu}{2}}$.

Список літератури

1. *Чаган Ю.А. Динаміка гусеничних транспортних засобів по пересіченій місцевості / Л.Д. Величко, Ю.А. Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. – Львів: УДЛТУ. – 2011. – Вип. 21.4. – С. 346-352.*
2. *Чаган Ю.А. Поздовжньо-кутові коливання гусеничних транспортних засобів за нелінійної характеристики пружної підвіски / Б.І. Сокіл, Ю.А. Чаган, О.І. Хитряк // Вісник Хмельницького національного університету. – Хмельницький: ХНУ. – 2012. – Вип. 5. – С. 50–55.*
3. *Александров Е.Е. Колебания в транспортных машинах / Е.Е. Александров, Я.В. Грита, В.В. Дущенко и др. – Харьков: ХДПУ, 1996. – 256 с.*
4. *Дмитриев А.А. Теория и расчет нелинейных систем подрессоривания гусеничных машин / А.А. Дмитриев,*

В.А. Чобиток, А.В. Тельминов // – М.: Машиностроение, 1976. – 208 с.

5. Чаган Ю.А. Вплив характеристик амортизаторів на нелінійні вертикальні коливання корпусу гусеничних транспортних засобів / Ю.А. Чаган // – Львів: Військово-технічний збірник Академії сухопутних військ ім. гетьмана П.Сагайдачного. – 2011. – № 2 (5). – С. 79–82.

6. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике / Джулиан Коул; [пер. с англ. А.И. Державиной и В.Н. Диесперова, под ред. О.С. Рыжова] // – М.: Мир, 1972. – 276 с.

Рецензент: д.т.н., проф. З. Стоцько, завідувач кафедри «Проектування і експлуатації машин» Національного університету «Львівська політехніка», м. Львів.

РЕЗОНАНСНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПОДРЕССОРЕННОЙ ЧАСТИ ВОЕННЫХ ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПОДВЕСКИ

Б.И. Сокил, Ю.А. Чаган, С.В. Скрипник

Предложена методика исследования нелинейных резонансных колебаний подрессоренной части военных гусеничных машин. В основу исследований положено идею метода возмущений и метод Ван-дер-Поля. Получены зависимости, которые описывают динамику вертикальных колебаний подрессоренной части при переходе через резонанс. Установлено, что резонансное значение амплитуды определяется величиной скорости движения транспортного средства и характеристиками нелинейной подвески. Получено условие безрезонансного перемещения транспортного средства вдоль упорядоченной системы препятствий.

Ключевые слова: *подрессоренная часть, вертикальные колебания, резонанс, амплитуда, частота.*

RESONANT VIBRATIONS OF THE SPRUNG PART OF THE MILITARY TRACKED VEHICLES WITH NON-LINEAR CHARACTERISTICS OF SUSPENSION

B. Sokil, Y. Chahan, S. Skrypnyk

A research method for track rim bending vibrations affected by transient perturbations in military tracked vehicles has been proposed. It was based on the assumption that perturbation is presented by analytical function and combination of the perturbation and Van der Paul. Dependencies which describe the dynamics of tracked rim for resonant and non-resonant cases have been obtained. It methods has been established that resonant value of amplitude is defined by the vehicle's speed and characteristics of non-linear suspension. The condition for the non resonant movement along ordered barrier system.has been obtained

Key words: *sprung part, vertical vibrations, resonance, amplitude, frequency.*