РОЗРОБЛЕННЯ ТА МОДЕРНІЗАЦІЯ ОВТ

УДК 534.111

І.І. Верхола, Ю.А. Чаган, Б.І. Сокіл

Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

ВПЛИВ КОРОТКОТРИВАЛИХ ЗБУРЕНЬ НА НЕЛІНІЙНІ ЗГИННІ КОЛИВАННЯ ГУСЕНИЧНОГО ОБОДА

Запропоновано методику дослідження нелінійних згинних коливань гусеничного обода військових гусеничних машин під дією короткотривалих збурень, яка базується на представленні збурення аналітичною функцією та поєднанні методів Бубнова-Гальоркіна і Ван-дер-Поля. Отримано залежності, які описують динаміку гусеничного обода для резонансного та нерезонансного випадків. Встановлено, що резонансне значення амплітуди визначається величиною та "формою" збурення.

Ключові слова: *гусеничний обід, згинні коливання, збурення, амплітуда, частота.*

Вступ

Експлуатація військових гусеничних машин (ВГМ) під час руху пересіченою місцевістю супроводжується різного роду збуреннями. Вони значним чином впливають як на натяг гусеничного обода (ГО), так і на коливальні процеси, які відбуваються у ньому [1, 2]. Останні є найбільш небажаними у резонансних випадках, які характеризуються значним ростом амплітуди, а отже, зростанням динамічних зусиль. Вирішення окреслених питань вимагає застосування аналітичних методів, які, на жаль, не знайшли належного вивчення через суто математичні проблеми. Використання таких методів для розгляду впливу системи нерівностей, точніше кажучи, їх форми, на динаміку ГО є предметом розгляду даної роботи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відомо [3], що ГО можна розглядати як одновимірний гнучкий елемент певної згинної жорсткості, який характеризується швидкістю поздовжнього руху та нелінійно-пружними характеристиками [4]. Для випадків впливу періодичного збурення на такого роду динамічні системи був розроблений ряд підходів аналітичного дослідження. Вони базуються на поєднанні хвильової теорії руху та асимптотичних методів нелінійної механіки [5-7], узагальненні методів Бубнова-Гальоркіна та Ван-дер-Поля [8-10] на нові класи динамічних систем. Кожен із них має свої переваги та недоліки, однак розглядувані математичні моделі коливань ГО не повною мірою відображають основні характеристики системи нерівностей.

Метою роботи є отримання розрахункових залежностей для оцінки впливу на ГО короткотривалих збурень. Попри імпульсний характер зовнішніх збурень у окремих випадках вони призводять до резонансних коливань, а значить, до значного росту динамічних зусиль у ГО. Звідси випливає актуальність роботи.

Постановка задачі

Змоделюємо верхню частину ГО як одновимірне тіло [10], маса якого рівномірно розподілена вздовж його довжини. В такому випадку нелінійні згинні коливання, за умови сталої складової швидкості поздовжнього руху, описуються диференціальним рівнянням

$$u_{tt} + 2Vu_{xt} - \left(\frac{S}{m} - V^2\right)u_{xx} + \frac{EI}{m}u_{xxxx} = \varepsilon f\left(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, \mu t\right), \qquad (1)$$

де $u(x,t)$ – функція, яка описує відхилення від рівноважного положення недеформованої осі ГО із Ейлеровою координатою x в довільний момент часу t; m – погонна маса ГО; S – натяг; EI – згинна жорсткість; $f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, \mu t)$ – відома аналітична функція, яка враховує відхилення пружних властивостей матеріалу від лінійного закону, сили опору, періодичне збурення та інші нелінійні сили. Малий параметр ε вказує на малу величину нелінійних сил у порівнянні із лінійною складовою відновлюючої сили.

Вважатимемо, що крайові умови еквівалентні умовам безвідривного контакту ГО з ведучим і натяжним колесами

$$u(x,t)\big|_{x=0} = u(x,t)\big|_{x=l} = 0\,,$$
$$u_{xx}(x,t)\big|_{x=0} = u_{xx}(x,t)\big|_{x=l} = 0\,. \qquad (2)$$

Таким чином, задача полягає у визначенні впливу кінематичних, фізико-механічних та динамічних параметрів на згинні коливання ГО.

Методика розв'язування

"Мала нелінійність" диференціального рівняння (1) дозволяє для дослідження нелінійних коливних процесів динамічних систем використати методи збурень. Ефективність їх застосування визначається існуванням розв'язку незбуреного рівняння ($\varepsilon = 0$) за відповідних крайових умов. Наявність мішаної похідної за лінійною та часовою змінними у (1) не дозволяє застосувати відомі класичні методи інтегрування. Для розв'язання поставленої задачі розв'язок диференціального рівняння (1) за крайових умов (2) будемо шукати, використавши метод Бубнова-Гальоркіна [13]. Відповідно до нього функцію $u(x,t)$ представляємо у вигляді $u(x,t) = \sum_k T_k(t) X_k(x)$. Функції $X_k(x)$ повинні бути такими, щоб справджувались крайові умови (2), тобто $X_k(0) = X_k(l) = 0$ та $X_k^{//}(0) = X_k^{//}(l) = 0$. Легко переконатись, що в цьому сенсі прийнятною буде система функцій $\{X_k(x)\} = \left\{\sin\frac{k\pi}{l}x\right\}$. Отже, беручи до уваги повноту й ортонормованість системи функцій $X_k(x)$, для знаходження невідомих функцій $T_k(t)$ з (1) отримуємо звичайне диференціальне рівняння

$$\ddot{T} + \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2\left[\frac{S}{m} - V^2\frac{EI}{m}\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2\right]T =$$
$$= \frac{\varepsilon}{p}\int_0^l f(u, u_t, u_x, u_{xx}, u_{xxx}, \mu t) X(x)dx\,, \qquad (3)$$

де $p = \int_0^l \sin^2\frac{k\pi}{l}x\,dx = \frac{l}{2}$.

Тут і нижче індекс k, який вказує на форму коливань опущений. Для описання короткотривалої дії зовнішнього періодичного збурення запропоновано представляти його за допомогою аналітичної функції

$$f(u,...,\mu t) = g_1(u,...u_{xxx})H\sin^{2k}(\mu t + \varphi)\,,$$

у якій μ – частота дії періодичного збурення; H – стала; k – ціле число; φ – початкова фаза періодичного збурення. Таким чином, за допомогою параметрів H, k, μ, та φ можна описати впорядковану систему нерівностей. Що стосується більш загального випадку, то короткотривалі збурення можна представити у вигляді

$$f(u,..., \mu t) = g_0(u,..., u_{xxx}) +$$
$$+ g_1(u,..u_{xxx})H(\tau)\sin^{2k}(\mu(\tau)t + \varphi(\tau))\,, \qquad (4)$$

де $H(\tau)$, $\mu(\tau)$, $\varphi(\tau)$ – функції від повільного часу $\tau = \varepsilon t$. Зокрема, якщо сила опору пропорційна швидкості, пружні властивості ГО описуються близьким до технічного закону пружності законом.

Якщо короткотривалі періодичні збурення мають системний характер, тоді права частина (3) набуває вигляду

$$f\left(u, \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, ..., \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}, \theta\right) =$$
$$= -k_1\frac{\partial u}{\partial t} + k_2\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^3 + H\sin^{2k}\mu t\,. \qquad (5)$$

Відповідно із (3), у вказаному випадку матимемо

$$\ddot{T} + \omega^2 T =$$
$$= \varepsilon\left(-\beta_1\dot{T} + \beta_2 T^3 + 2\frac{l}{\pi\cdot p}H\sin^{2k}\mu t\right), \qquad (6)$$

$$\beta_1 = -k_1,\ \beta_2 = -\frac{0{,}375l}{p}EI\left(\frac{k\pi}{l}\right)^8,$$

$$\omega^2 = \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2\left[\left(\frac{S}{m} - V^2\right) + \frac{EI}{m}\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2\right].$$

Для останнього рівняння розглядатимемо два випадки: а) власна частота коливань ГО ω задовольняє умові $r\mu \neq s\omega$ (нерезонансний випадок, r, s – взаємно прості числа); б) частота власних коливань ГО пов'язана із частотою миттєвого збурення співвідношенням $r\mu \approx s\omega$ (резонансний випадок).

Нерезонансний випадок. Для знаходження розв'язку диференціального рівняння (6) у вказаному випадку використаємо умови, які накладені на праву частину рівняння (1). Це дозволяє, відповідно до методу Ван-дер-Поля [14], представити його розв'язок у вигляді

$$T(t) = a\cos\psi\,,\ \psi = \omega t + \varphi\,, \qquad (7)$$

де параметри a і φ визначаються із урахуванням (6), звичайними диференціальними рівняннями

$$\frac{da}{dt}=-\frac{\beta_1}{\omega}a\,,\quad \frac{d\varphi}{dt}=\frac{\beta_2 a^2}{\omega}\,. \qquad (8)$$

Резонансний випадок. Його розглянемо при $r=2$, $s=1$ (мультиплікаційний резонанс). У резонансному випадку динамічний процес суттєво залежить від різниці фаз власних та вимушених коливань $\gamma(t)=\psi-\frac{\theta}{2}$. Ввівши вказаний параметр у рівняння (7), після нескладних перетворень отримаємо співвідношення, які визначають резонансну амплітуду коливань ГО

$$\frac{da}{dt}=-\frac{a\beta}{\omega}+\frac{4HK_1}{\pi}\cos\gamma\,,$$

$$\frac{d\gamma}{dt}=\omega-\frac{\mu}{2}+\varepsilon\left(\frac{k\pi}{l}\right)^8\frac{0{,}75a^2EI}{\omega}-\frac{4HK_1}{\pi}\sin\gamma\,, \quad (9)$$

де $\theta=\mu t$, $K_1=\int_0^{\pi}\sin^{2k}\theta\cdot\sin\theta d\theta$.

На рис. 1 – рис. 4 представлені графічні залежності, які відповідають амплітудним співвідношенням за різних значень параметрів.

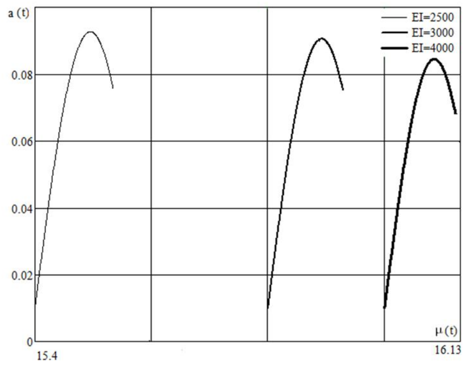

Рис. 1. **Залежність резонансної амплітуди коливань ГО від частоти імпульсного збурення для різних значень його згинної жорсткості (*S=40000 Н*)**

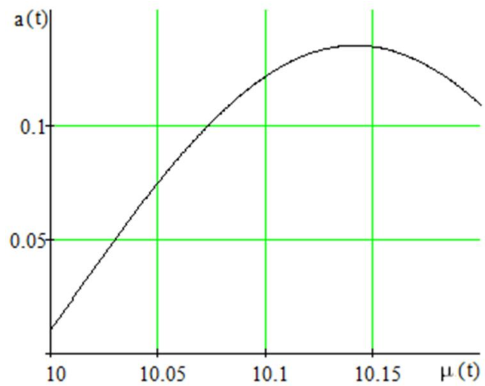

Рис. 2. **Залежність резонансної амплітуди коливань ГО від частоти імпульсного збурення для різних значень його натягу: (*S=35000 Н, EI=1000 Н/м²*)**

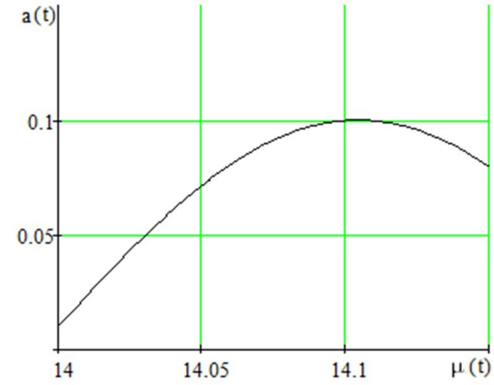

Рис. 3. **Залежність резонансної амплітуди коливань ГО від частоти імпульсного збурення для різних значень його натягу: (*S=40000 Н, EI=1000 Н/м²*)**

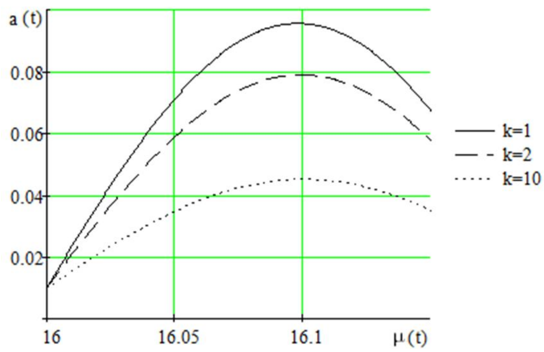

Рис. 4. **Залежність резонансної амплітуди коливань ГО від частоти імпульсного збурення для різних форм збурень (*S=40000 Н, EI=2500 Н/м²*)**

Висновки

Представлена методика та отримані на її базі розрахункові залежності показують:

- для більших швидкостей поздовжнього руху ВГМ власна частота коливань є меншою;
- із збільшенням згинної жорсткості ГО резонансна амплітуда зменшується;
- збільшення натягу ГО сприяє зменшенню резонансної амплітуди його коливань;
- для системи пологих перешкод резонансна амплітуда є більшою, ніж для стрімких;
- для більших швидкостей руху ВГМ резонансна амплітуда коливань ГО є більшою до певного, так званого, критичного значення швидкості поздовжнього руху.

Список літератури

1. Епифанов В.В. Нелинейная математическая модель поперечных колебаний провисающих участков гусеницы с резинометаллическими шарнирами / В.В. Епифанов, Н.В. Кохановский, Е.В. Музалов // Проблемы машиностроения. – 1999. – Т.2. – № 1-2. – С. 77-82.

2. Епифанов В.В. Оценка поперечных колебаний верхней ветви упругого гусеничного обвода / В.В. Епифанов // Механіка та машинобудування. – 1997. – № 1. – С. 33-37.

3. Сокіл М.Б. Згинні коливання гнучких елементів систем приводів і структура розв'язку їх математичних *моделей / М.Б. Сокіл // Вісник НЛТУ України. – 2012. − Вип. 22.1. − С. 144-147.*

4. Сокіл Б.І. Нелінійно пружні характеристики гнучких елементів систем привода та їх вплив на частоту власних коливань / Б.І. Сокіл, А.П. Сеник, Х.І. Ліщинська // Зб. наукових праць Полтавського нац. техн. ун-ту ім. Ю. Кондратюка: «Галузеве машинобудування, будівництво» – 2009.– т. 2. – №. 3 (25). – С. 206-208.

5. Харченко Є.В. Вимушені коливання рухомих середовищ і асимптотичний метод у їх дослідженні / Є.В. Харченко, М.Б. Сокіл // Збірник науково-технічних праць «Науковий вісник НЛТУ України». – Львів: УкрДЛТУ – 2006. – Вип. 16.1. – С. 134-139.

6. Хитряк О. Асимптотичний метод у дослідженні впливу періодичних сил на нелінійні коливання гнучких елементів привода / О. Хитряк, М. Сокіл // Вісник НУ «Львівська політехніка» «Динаміка, міцність та проектування машин і приладів». – 2011. – Вип. 45. – С. 57-61.

7. Чаган Ю.А. Вплив характеристик амортизаторів на нелінійні вертикальні коливання корпусу гусеничних транспортних засобів / Ю.А. Чаган // – Львів: Військово-технічний збірник Академії сухопутних військ ім. гетьмана П.Сагайдачного. – 2011. – № 2 (5). – С. 79-82.

8. Чаган Ю.А. Вплив характеристик підвіски на плавність ходу гусеничних машин. / Ю.А. Чаган // Матеріали другої науково-технічної конференції «Проблемні питання розвитку озброєння та військової техніки Збройних сил України». – Київ. – 2011. – С. 37.

9. Верхола І.І. Аналіз стійкості нелінійних коливань гусеничного обводу / І.І. Верхола, А.П. Сеник, Ю.А. Чаган // Лісове господарство, лісова, паперова і деревообробна промисловість. – Львів: УДЛТУ. – 2012. – Вип. 22.6. – С. 345-351.

10. Сокіл Б.І. Вплив зовнішнього збурення на коливання гусеничного обводу. / Б.І. Сокіл, Ю.А. Чаган, О.І. Хитряк // Науковий журнал «Технологічні комплекси». – Луцьк: ЛНТУ. – 2012. Вип. № 1, 2 (5, 6). – С. 86-91.

11. Сокіл Б.І. Динаміка і стійкість гнучких елементів систем приводу за змінної сили натягу / Б.І. Сокіл, О.І. Хитряк, М.Б. Сокіл, М.П. Козлинський // Український міжвідомчий науково-технічний збірник «Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні». – Львів: НУ «ЛП». – 2011. – Вип. 45. – С. 117-122.

12. Гащук П.М. Нелінійні коливання гнучкого робочого елемента приводу під дією імпульсних сил / П.М. Гащук, І.І. Назар // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: «Динаміка, міцність та проектування машин і приладів». − 2007. − № 588. − С. 20-24.

13. Галеркин Б.Г. Стержни и пластинки / Вестник инженеров-техников / – 1915, №19. – С.23-32.

14. Wan der Pol. A Teory of the Amplitude of Free and Forced Triode Vibrations / Wan der Pol. // Radio Review. – 1920. – №1.

Рецензент: д.т.н., проф. Харченко Є.В., завідувач кафедри «Опір матеріалів» НУ «Львівська політехніка», Львів.

Влияние кратковременных возмущений на нелинейные изгибные колебания гусеничного обода

И.И. Верхола, Ю.А. Чаган, Б.И. Сокил

Предложена методика исследования нелинейных изгибных колебаний гусеничного обода военных гусеничных машин под воздействием кратковременных возмущений, которая базируется на представлении возмущения аналитической функцией и сочетании методов Бубнова-Галеркина и Ван-дер-Поля. Получены зависимости, которые описывают динамику гусеничного обода для резонансного и нерезонансного случаев. Установлено, что резонансное значение амплитуды определяется величиной и "формой" возмущения.

Ключевые слова: *гусеничный обод, изгибные колебания, возмущения, амплитуда, частота.*

Influence of transient perturbations on non-linear bending vibrations of track rims

I. Verkhola, Y. Chagan, B. Sokil

A research method for track rim bending vibrations affected by transient perturbations in military tracked vehicles has been proposed. It was based on the assumption that perturbation is presented by analytical function and combination of Bubnov-Galerkin and Van der Pauw methods. Dependencies which describe the dynamics of tracked rim for resonant and non-resonant cases have been obtained. It has been established that resonant value of amplitude is defined by perturbation value and 'shape'.

Key words: *caterpillar rim, flexural vibrations, indignations, amplitude, frequency.*