

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС СНАРЯДА С ГИРОСКОПИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИЕЙ

В.И. Грабчак, С.В. Бондаренко, С.В. Стецив

В статье исследуется характер основных сил, действующих на снаряд во время движения в воздухе, в зависимости от необходимой точности определения элементов траектории, необходимости учета влияния тех или других факторов, а также от системы координат, в которой рассчитывается траектория. Проводится разработка и обобщение уравнений математической модели движения центра масс снаряда при воздействии на него поверхностных и массовых сил в возмущенной среде.

Ключевые слова: математическая модель, центр масс снаряда, уравнение движения снарядов, поверхностные и массовые силы, системы координат, углы нутации и прецессии.

MATHEMATICAL MODEL OF MOVEMENT OF CENTER OF SHELL MASS WITH HYDROSCOPIC STABILIZATION

V. Hrabchak, S. Bondarenko, S. Stetsiv

The article researches the character of main forces that have their impact on a shell during the movement in the air, depending on the necessary accuracy of determination of elements of trajectory, necessity of consideration of influences of one or another factors, and also depending on a system of coordinates where the trajectory is calculated. It also conducts the elaboration and generalization of equations of mathematical model of movement of center of shell mass during the influence of surface and mass forces on it in the disturbed environment.

Key words: mathematical model, center of shell mass, equations of shell movement, surface and mass forces, system of coordinates, angles of nutation and precession.

УДК 623.546

В.І. Грабчак, Є.Г. Іваник

Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

ЗАСТОСУВАННЯ АПРОКСИМАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ДО ІДЕНТИФІКАЦІЇ ФУНКЦІЇ ЛОБОВОГО ОПОРУ СНАРЯДА

Розвинуто науковий підхід до відновлення функції лобового опору снаряда за умови отримання неповної інформації, який заснований на апроксимації їх одиничними функціями Гевісайда. Визначення невідомих коефіцієнтів функції лобового опору передбачає співставлення двох траєкторій: в безповітряному просторі (опорна траєкторія) і в атмосферних умовах (реальна траєкторія). Отримані розрахункові залежності для знаходження коефіцієнтів, які ідентифікують функцію лобового опору, виражені через компоненти заданого вектора нев'язок. На основі числових розрахунків сформовано таблиці значень елементів реальної та опорної траєкторій і коефіцієнтів функції лобового опору в дискретні моменти часу, які відповідають вузлам розбиття тривалості польоту снаряда. За отриманими числовими значеннями запропоновано емпіричний вираз функції опору повітря.

Ключові слова: математичне моделювання, артилерійський снаряд, апроксимаційні методи, функція лобового опору, рівняння руху, опорна траєкторія руху, модифікована парабола, задача Коші, однокроковий метод Ейлера-Коші.

Вступ

Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури. Складанню таблиць стрільби і проектуванню артилерійських систем передують значний обсяг балістичних розрахунків, спрямованих

на визначення елементів траєкторії польоту снарядів. Рух снаряда в атмосфері в основному визначається дією двох сил: сили тяжіння і сили опору повітря. Якщо притримуватись гіпотези про нехтування більшістю несуттєвих аеродинамічних факторів, то в рамках динаміки абсолютно твердого

тіла снаряд вважається матеріальною точкою, до якої прикладена єдина аеродинамічна сила, направлена по дотичній до траєкторії, а це означає, що за єдину аеродинамічну силу приймається сила лобового опору. Ця сила може бути виміряною для різних значень швидкостей в аеродинамічній трубці або іншим способом. Далі, використовуючи інтерполяцію, можна отримати оцінку сили опору для інших швидкостей, а тому в межах прийнятої гіпотези можна скласти рівняння руху. Отже, на криволінійних ділянках траєкторії зі всіх складових сили повного опору найсуттєвішою є сила лобового опору, в зв'язку з чим найбільший інтерес становить вивчення саме цієї сили [1–3].

Силу опору повітря надзвичайно важко подати аналітичним виразом, і основним шляхом її встановлення є використання дослідних даних. У процесі розвитку зовнішньої балістики сформувалося декілька еталонних груп функцій опору, основними з яких є [3, 4]: функції Маєвського-Забудського, Сіаччі, функції 1930 і 1943 рр. В основі побудови функцій опору є підхід, який базується на експериментальних даних, що отримуються на стрільбах з вимірюванням зміни швидкості польоту снаряда чи аеродинамічних дослідженнях у аеродинамічних трубах, з подальшою апроксимацією їх функціями, які можливо описати аналітичними виразами [3–5]. Основним недоліком експериментальних підходів є значна їх затратність і необхідність використання значної кількості вимірювальних засобів та іншого устаткування [4].

У більшості випадків для складання таблиць стрільби цілком достатньо застосовувати спрощений варіант розгляду процесу руху снаряда, який передбачає урахування, як домінуючої сили лобового опору. Відомо, що для надзвукових швидкостей коефіцієнт лобового опору не буде сталим, а є функцією швидкості руху снаряда [1–3], який стрімко зростає при її збільшенні. Лише завдяки потужним обчислювальним комплексам можна виконувати теоретичні розрахунки відповідно до адаптованих нелінійних математичних моделей надзвукового руху снаряда, за допомогою якої можна розраховувати траєкторію в реальних умовах руху в повітрі. Основна трудність вирішення даної проблеми полягає в тому, що присутня в рівняннях руху функція опору визначається виключно дослідним шляхом, тобто відсутня можливість знаходження її у вигляді точного аналітичного виразу.

Метою статті є розробка науково-методичного апарату до відновлення функції лобового опору снаряда за умови отримання неповної інформації, який заснований на апроксимації їх одиничними функціями Гевісайда з використанням математичних моделей руху снаряда в повітрі, на

основі співставленням двох траєкторій: в безповітряному просторі (опорна траєкторія) і в атмосферних умовах (реальна траєкторія).

Основна частина

Запишемо нормальні рівняння руху центра інерції снаряда в такому вигляді

$$\ddot{x} = -\rho \frac{v \dot{x} K_D}{C}, \quad \ddot{y} = -g - \rho \frac{v \dot{y} K_D}{C}, \quad (1)$$

де C – балістичний коефіцієнт снаряда, $C = m/d^2$; m – маса снаряда; ρ – вагова густина повітря (в першому наближенні вважаємо сталю); $v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ – значення швидкості в довільний момент часу; d – калібр (діаметр) снаряда.

У системі рівнянь (1) коефіцієнт K_D є певною функцією швидкості руху снаряда [1–3], тобто $K_D = K_D\left(\frac{v(t)}{a}\right) = K_D(t)$, яка має назву функції опору; a – місцева швидкість звуку.

Припустимо, що маємо деякий вид снаряда, для якого коефіцієнт K_D невідомий, і постає задача виконання стрільб цим снарядом для різних значень кута кидання θ_0 і різних початкових значеннях швидкості v_0 , внаслідок чого проводиться замір повної горизонтальної дальності X і повного часу польоту снаряда T до ураження цілі.

Трудність отримання і використання розв'язків системи рівнянь (1) полягає в наявності членів, залежних від сили опору, які нелінійні за своєю фізичною суттю і невідомі, доки не знайдено розв'язок прямої задачі. Тому будемо виходити з того, що траєкторією є парабола, модифікована внаслідок опору повітря. Якщо опір повітря є незначним, то маємо елементи траєкторії руху [3]

$$x = v_0 t \cos \theta, \quad y = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2, \quad (2)$$

де t – час польоту снаряда; g – прискорення вільного падіння.

Траєкторію, визначену залежностями (2), назвемо опорною. Якщо використати співвідношення (2), тоді можна обчислити в нелінійних рівняннях (1) члени, які містять K_D безпосередньо як функції часу, після чого система (1) вирішується простим інтегруванням.

Отже, маємо випадок, що величина K_D є функцією аргументу t . На практиці цей зв'язок невідомий, тобто надзвичайно важко виразити у вигляді формули залежність $K_D = K_D(v(t)) = K_D(t)$. Оскільки вид цього взаємозв'язку невідомий, то найзручніше його подати у вигляді деякої таблиці $\{t_i; K_D^{(i)}\}$, або, що рівнозначно, $\{v_i; K_D^{(i)}\}$, тобто дискретній множині значень часу t_i ставиться у відповідність множина значень $K_D^{(i)}$ функції

$K_D\left(\frac{v(t)}{a}\right) = K_D(t)$. Подамо цю відповідність у вигляді кусково-сталой функції часу, вираженої через одиничні функції Гевісайда [6], тобто через сплайни нульового порядку [6-8] таким чином

$$K_D(t) = K_D^{(1)} + \sum_{j=1}^{N-1} (K_D^{(j+1)} - K_D^{(j)}) S_-(t-t_j), \quad (3)$$

де N – кількість точок вузлів апроксимації на часовому проміжку $[0; T]$; $S_-(t-t_j) = \begin{cases} 0, & t < t_j, \\ 1, & t \geq t_j. \end{cases}$

асиметрична одинична функція Гевісайда [13].

Ідентифікацію функціональної залежності $K_D(t)$ будемо виконувати шляхом співставлення кінематичних характеристик траєкторії руху снаряда у повітрі з відповідними характеристиками опорної траєкторії [3].

Понизимо порядок рівнянь системи (1) до першого, використовуючи як шукані функції компоненти вектора швидкості $u(t) = \dot{x}(t)$, $w(t) = \dot{y}(t)$, внаслідок чого $\dot{u}(t) = \ddot{x}(t)$, $\dot{w}(t) = \ddot{y}(t)$.

У результаті, беручи до уваги залежність (3), отримуємо систему двох диференціальних рівнянь першого порядку

$$\begin{cases} \dot{u}(t) = -\frac{\rho}{C} u(t) \sqrt{u^2 + w^2} K_D(t), \\ \dot{w}(t) = -\frac{\rho}{C} w(t) \sqrt{u^2 + w^2} K_D(t) - g, \end{cases} \quad (4)$$

яку слід розв'язувати за таких початкових умов, які випливають із співвідношень (2) для опорної траєкторії

$$u(0) = v_0 \cos \theta_0, \quad w(0) = v_0 \sin \theta_0. \quad (5)$$

Розв'язок отриманої задачі Коші (4, 5) згідно з алгоритмом (6) будуватимемо на основі однокрокового методу Ейлера-Коші [6-8]. Рекурентні залежності для даної числової схеми записуються у вигляді

$$\begin{aligned} u_{i+1} &= u_i + hf_1(t_i, u_i, w_i), \quad w_{i+1} = w_i + hf_2(t_i, u_i, w_i), \\ t_{i+1} &= t_i + h \quad (i = 0, 1, 2, \dots, N-1), \quad h = \frac{T_c}{N}. \end{aligned} \quad (6)$$

У співвідношеннях (6) визначено: час польоту снаряда в безповітряному просторі до падіння на землю (ураження цілі) – $T_c = \frac{X}{v_0 \cos \theta_0} = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$;

$$f_1(t, u, w) = -\frac{\rho}{C} u(t) \sqrt{u^2 + w^2} K_D(t),$$

$$f_2(t, u, w) = -\frac{\rho}{C} w(t) \sqrt{u^2 + w^2} K_D(t) - g.$$

Результатом розв'язку задачі Коші (4, 5) є таблиця значень компонент вектора швидкості, тобто функцій $u(t)$, $w(t)$: $u_i = u(t_i)$; $w_i = w(t_i)$; $t_i = ih$ – вузлові значення компонент вектора швидкості в даний дискретний момент часу t_i . Функції $x(t)$, $y(t)$ – значення координат точок

траєкторії, знаходяться з допомогою інтегрування сформованих таблиць за формулою трапецій [6-8], які приводяться до рекурентних залежностей

$$x_i = x(t_i) = x_{i-1} + \frac{h}{2} (u_{i-1} + u_i), \quad (7)$$

$$y_i = y(t_i) = y_{i-1} + \frac{h}{2} (w_{i-1} + w_i).$$

Обчислення припиняються на деякому кроці $i = N$, для якого $y_{N-1} > 0 \geq y_N$; ця умова означає, що в деякий момент часу $\bar{T} < T_c$, який вибирається з умови $t_{N-1} \leq \bar{T} \leq t_N$, снаряд уражає ціль.

Записані рекурентні залежності (6, 7) справедливі для дискретних значень моментів часу і визначають кусково-сталу апроксимацію нелінійного процесу руху снаряда в атмосфері, який описується системою нелінійних рівнянь руху (1), або трансформованої – типу (4). Їх використання для скінчених величин приростів часу призводять до відхилення розв'язку, який визначає рух снаряда в реальних умовах (тобто з урахуванням сили лобового опору), від опорного, який обумовлений ідеальними умовами без опору, внаслідок чого можна ідентифікувати функцію лобового опору, яка детермінується коефіцієнтами $K_D^{(j)}$ в розкладі (3). Оцінку цього відхилення будемо виконувати з допомогою вектора нев'язки

$$\{\delta\} = \{x^{(op)}\} - \{x\}. \quad (8)$$

У співвідношенні (8) позначено: $\{\delta\} = \{\delta_i^{(x)}, \delta_i^{(y)}\}$ – вектор нев'язки складових (x, y) траєкторії; $\{x^{(op)}\} = \{x_i^{(op)}, y_i^{(op)}\}$ – вектор опорної траєкторії; $\{x\} = \{x_i, y_i\}$ – вектор траєкторії руху снаряда в умовах атмосферного опору, компоненти якого визначені залежностями (6, 7) в задані дискретні моменти часу.

Особливість поставленої задачі полягає в тому, що її вирішення лежить в площині розв'язання двох взаємопов'язаних, але формально незалежних задач: розв'язання прямої задачі з визначення траєкторії руху снаряда і, водночас, встановлення залежності від швидкості функції лобового опору, причому вказані задачі мають розв'язуватись в єдиному комплексі, тобто алгоритм поставленої проблеми має бути ув'язаний в єдиному обчислювальному блоці.

Пропонований підхід базується на основі методу поправок, згідно з яким співставляються дві траєкторії: одна для нормальних умов (опорна траєкторія) і друга для змінених умов (реальна траєкторія руху в атмосфері), розрахована методом чисельного інтегрування системи рівнянь нормального виду (1).

Виконуючи кроки, передбачені алгоритмом згідно із залежностями (6, 7) та урахування умов (8), дістанемо такі значення коефіцієнтів лобового опору:

$$K_D^{(i)} = \max \left\{ \frac{\delta_1^{(x)}}{\rho h^2 \frac{v_0^2 \cos \theta_0}{2C}}; \frac{\delta_1^{(y)}}{\rho h^2 \frac{v_0^2 \sin \theta_0}{2C}} \right\};$$

$$K_D^{(i)} = \max \left\{ \frac{\delta_i^{(x)} - F(u_0, u_1, \dots, u_{i-1}; v_0, v_1, \dots, v_{i-1})}{\rho h^2 \frac{u_{i-1} v_{i-1}}{2C}}; \right. \\ \left. \frac{\delta_i^{(y)} - F(w_0, w_1, \dots, w_{i-1}; v_0, v_1, \dots, v_{i-1})}{\rho h^2 \frac{w_{i-1} v_{i-1}}{2C}} \right\}; \quad (9)$$

для довільних значень $i = 2, 3, \dots, N$;

$$F(\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_{i-1}; v_0, v_1, \dots, v_{i-1}) = \\ = \frac{\rho h^2}{2C} \sum_{j=1}^{i-1} [2(i-j)+1] \xi_{j-1} v_{j-1} K_D^{(j)}.$$

Беручи до уваги сукупність загальних властивостей траєкторій в повітрі з одночасним співставленням опорної траєкторії, отримуються деякі оцінки елементів реальної траєкторії. Зокрема, умова невід'ємності горизонтальної проекції швидкості дає

$$0 \leq K_D^{(i)} < \frac{1}{\rho h v_{i-1} / C}, \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (10)$$

Відповідно до оцінки (10) та урахування залежностей (9) для величин коефіцієнтів лобового опору приходимо до співвідношень, які пов'язують значення складових вектора нев'язки (8) з кінематичними характеристиками реальної траєкторії, які мають вигляд

$$\frac{h}{2} \sum_{j=1}^{i-1} [2(i-j)+1] u_{i-j} \leq \delta_i^{(x)} \leq \frac{h}{2} \sum_{j=1}^i (2j-1) u_{i-j};$$

$$\frac{h}{2} \sum_{j=1}^{i-1} [2(i-j)+1] w_{i-j} \leq \delta_i^{(y)} \leq \frac{h}{2} \sum_{j=1}^i (2j-1) w_{i-j}; \quad (11) \\ (i = 1, 2, \dots, N).$$

За отриманими залежностями (6–9) виконано чисельний розрахунок елементів реальної та опорної траєкторій, а також коефіцієнтів функції лобового опору в поданні (3), результати якого відображено даними в табл. 1, причому в наведеній таблиці надані значення: $\hat{x}_i = x_i / 1000$; $\hat{y}_i = y_i / 1000$; $\hat{v}_i = v_i / a$. Вхідними даними в розрахунках приймалися три основні балістичні параметри: кут кидання θ_0 , початкова швидкість v_0 і балістичний коефіцієнт C . Для розрахунків приймалось два значення балістичного коефіцієнта: перший C_1 , який відповідає 122-мм Г Д-30, калібр $d = 0,122$ м, маса снаряда $m = 21,76$ кг, внаслідок чого буде $C_1 = 17,31 \cdot 10^2$ кг/м²; другий C_2 , який відповідає 152-мм С Г 2С3М, калібр $d = 0,152$ м, маса снаряда

$m = 40$ кг, відповідно $C_2 = 19,91 \cdot 10^2$ кг/м²; при цьому в чисельнику вказано значення, що відповідають коефіцієнту C_1 , в знаменнику – C_2 .

Таблиця 1

Елементи реальної траєкторії							
$\theta_0 = 45^\circ$; $v_0 = 400$ м/с; $\bar{T} = 58$ с							
	t_i	5	11	17	46	51	57
\hat{x}_i	C_1	1,60	3,17	4,66	9,38	10,08	10,74
	C_2	1,598	3,167	4,656	9,376	10,072	10,735
\hat{y}_i	C_1	1,45	2,53	3,25	1,69	0,49	0,01
	C_2	1,447	2,524	3,245	1,689	0,488	0,003
\hat{v}_i	C_1	1,03	0,9	0,78	0,65	0,75	0,86
	C_2	1,024	0,89	0,778	0,648	0,746	0,859
$\theta_0 = 60^\circ$; $v_0 = 400$ м/с; $\bar{T} = 71$ с							
		7	14	21	56	63	71
\hat{x}_i	C_1	1,39	2,74	4,06	8,872	9,64	10,36
	C_2	1,382	2,738	4,056	8,87	9,636	10,35
\hat{y}_i	C_1	2,17	3,79	4,881	2,78	1,02	0,02
	C_2	2,169	3,785	4,88	2,771	1,015	0,01
\hat{v}_i	C_1	0,971	0,789	0,634	0,723	0,87	0,89
	C_2	0,97	0,78	0,631	0,72	0,86	0,88
$\theta_0 = 45^\circ$; $v_0 = 600$ м/с; $\bar{T} = 87$ с							
		8	17	25	69	77	86
\hat{x}_i	C_1	3,65	7,25	10,78	24,921	27,4	29,754
	C_2	3,648	7,245	10,776	24,92	27,39	29,75
\hat{y}_i	C_1	3,282	5,791	7,526	4,86	2,18	0,01
	C_2	3,28	5,79	7,524	4,85	2,117	0,0
\hat{v}_i	C_1	1,573	1,41	1,27	1,16	1,321	1,5
	C_2	1,57	1,40	1,26	1,156	1,32	1,49
$\theta_0 = 45^\circ$; $v_0 = 1000$ м/с; $\bar{T} = 146$ с							
		14	28	43	115	129	144
\hat{x}_i	C_1	10,172	20,294	30,35	63,4	67,871	72,253
	C_2	10,17	20,29	30,345	63,336	67,87	72,25
\hat{y}_i	C_1	9,154	16,23	21,23	15,293	8,071	0,02
	C_2	9,15	16,229	21,226	15,29	8,07	0,01
\hat{v}_i	C_1	2,643	2,392	2,191	1,562	1,899	2,254
	C_2	2,64	2,39	2,19	1,56	1,89	2,25

Значення компонент вектора нев'язки $\{\delta\}$ у виразах (9), які ідентифікують коефіцієнти $K_D^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, N$) для кожного з інтервалів швидкості, має підбиратись з урахуванням інтенсивності зростання сили опору повітря на кожному часовому проміжку, а також встановлених оцінок (11).

Результати розрахунків є основою для вирішення оберненої задачі про апроксимацію даних, отриманих чисельно відповідною емпіричною функцією. В цій однофакторній задачі отримання емпіричної залежності $K_D \left(\frac{v(t)}{a} \right) = K_D(\hat{v})$ значення фактора швидкості утворюють масив чисел v_1, v_2, \dots, v_N , значення коефіцієнтів відповідно масив $K_D^{(1)}, K_D^{(2)}, \dots, K_D^{(N)}$, що відображено даними в

табл. 2. Емпіричну залежність формуємо методами регресійного аналізу, якість апроксимації оцінимо на підставі критерія «R-квадрат».

Використовуючи наведений статистичний матеріал, викладений даними в табл. 2, отримуємо апроксимаційну залежність функції лобового опору.

Для наближення табличних даних $(v_i, K_D^{(i)})$ використано апроксимацію за критерієм мінімуму суми квадратів відхилень. Застосування цього методу передбачає використання команди `leastsquare` з пакета `stats`.

Таблиця 2

Значення коефіцієнтів функції лобового опору					
при змінній початковій швидкості, фіксованих значеннях $C_1, \theta_0 = 45^0$					
$v_0 = 400$, м/с	t_i	5	17	46	57
	\hat{v}_i	1,03	0,78	0,65	0,86
	$K_D^{(i)}$	0,199	0,598	0,58	0,49
$v_0 = 600$, м/с	t_i	8	25	69	86
	\hat{v}_i	1,57	1,27	1,16	1,50
	$K_D^{(i)}$	0,038	0,098	0,063	0,050
$v_0 = 800$, м/с	t_i	11	34	92	115
	\hat{v}_i	2,109	1,732	1,71	2,15
	$K_D^{(i)}$	0,012	0,030	0,015	0,012
при змінному балістичному коефіцієнті, фіксованих значеннях $v_0 = 400$ м/с, $\theta_0 = 45^0$					
C_1	t_i	5	17	46	57
	\hat{v}_i	1,03	0,78	0,65	0,86
	$K_D^{(i)}$	0,199	0,598	0,58	0,49
C_2	t_i	5	17	46	57
	\hat{v}_i	1,03	0,78	0,65	0,86
	$K_D^{(i)}$	0,22	0,65	0,64	0,54
при змінному куті кидання, фіксованих значеннях $v_0 = 400$ м/с, C_1					
$\theta_0 = 45^0$	t_i	5	17	46	51
	\hat{v}_i	1,03	0,78	0,75	0,86
	$K_D^{(i)}$	0,199	0,598	0,53	0,049
$\theta_0 = 50^0$	t_i	6	18	56	62
	\hat{v}_i	1,01	0,74	0,68	0,77
	$K_D^{(i)}$	0,16	0,48	0,102	0,100
$\theta_0 = 60^0$	t_i	7	21	63	70
	\hat{v}_i	0,97	0,63	0,87	1,00
	$K_D^{(i)}$	0,016	0,39	0,34	0,31

Вхідними параметрами цієї команди є імена змінних, вид функції та набір точок. Наближення таблично заданих даних побудовано за допомогою квадратного полінома на кожному з проміжків $(0 < \hat{v}_i < 1,0)$ та $(\hat{v}_i > 1,0)$. На основі побудованих поліномів визначено кускову функцію за допомогою команди `piecewise`, графічне представлення якої зображено на рис.

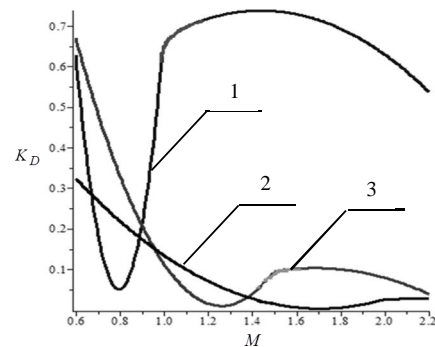
Результатом застосування алгоритму методу найменших квадратів є функція, задана емпіричною залежністю, яка найменше відхиляється від таблично заданої.

$$K_D\left(\frac{v(t)}{a}\right) = K_D(\hat{v}(t)) = \begin{cases} \varphi_1(\hat{v}), & v(t) < a, \\ \varphi_2(\hat{v}), & v(t) > a, \end{cases} \quad (12)$$

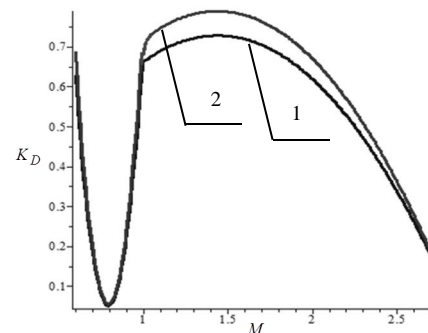
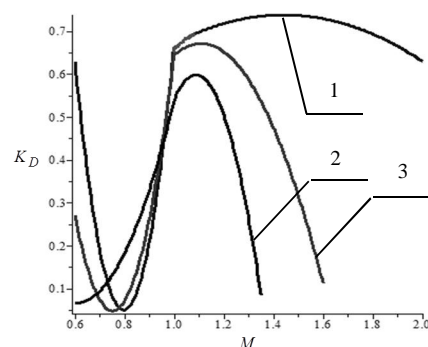
де позначено:

$$\varphi_1(\hat{v}) = a_0(v_0, \theta_0, C) \hat{v}^2 - a_1(v_0, \theta_0, C) \hat{v} + a_2(v_0, \theta_0, C);$$

$$\varphi_2(\hat{v}) = -b_0(v_0, \theta_0, C) \hat{v}^2 + b_1(v_0, \theta_0, C) \hat{v} - b_2(v_0, \theta_0, C).$$

а) $C_1; \theta_0 = 45^0$;

1 – $v_0 = 400$ м/с, 2 – $v_0 = 600$ м/с, 3 – $v_0 = 800$ м/с

б) $\theta_0 = 45^0; v_0 = 400$ м/с; 1 – C_1 , 2 – C_2 в) $C_1; v_0 = 400$ м/с;

1 – $\theta_0 = 45^0$, 2 – $\theta_0 = 50^0$, 3 – $\theta_0 = 60^0$

Рис. Залежність коефіцієнта лобового опору від числа Маха

На завершення відзначимо: на практиці доводиться мати справу із статистичним матеріалом

обмеженого обсягу, якого явно недостатньо для знаходження адекватного закону зміни стохастично визначеної функціональної залежності, в даному випадку встановленої залежності (12). Тому вибору оцінки має передувати її критичний розгляд з точки зору ефективності.

Висновки

Перспективним напрямом визначення коефіцієнтів лобового опору повітря є науковий підхід, який заснований на апроксимації їх одиничними функціями Гевісайда, що не вимагає значного устаткування і вирішується за допомогою використання ЕОМ. Визначення невідомих коефіцієнтів функції лобового опору засновано на співставленні двох траєкторій: в безповітряному просторі (опорна траєкторія) і в атмосферних умовах (реальна траєкторія). Розрахункові залежності для знаходження коефіцієнтів, які ідентифікують функцію лобового опору, запропоновано виражати через компоненти заданого вектора нев'язок.

У статті на основі числових розрахунків сформовано таблиці значень елементів реальної та опорної траєкторій і коефіцієнтів функції лобового опору в дискретні моменти часу, які відповідають вузлам розбиття тривалості польоту снаряда.

Отримані графіки значень коефіцієнтів не в повному обсязі відповідають їх реальним значенням, що обумовлено розглядом спрощеної математичної моделі руху снаряда як матеріальної точки, але дозволяють судити про загальні тенденції варіації значення коефіцієнтів лобового опору від кута кидання, початкової швидкості снаряда та балістичного коефіцієнта.

Розроблене програмне забезпечення засобами математичного пакета Maple-15 дає можливість подальшого розвитку ефективних чисельних методів розв'язування математичних задач

зовнішньої балістики з урахуванням більшості факторів, що супроводжують рух центру мас снаряда та розгляду руху снаряда навколо його центру мас.

Подальшим напрямом досліджень є розробка апроксимуючих одиничних функцій Гевісайда для опису сили лобового опору повітря з урахуванням математичної моделі, яка адекватно описує процес просторового руху снаряда.

Список літератури

1. Коновалов А.А. Внешняя баллистика / А.А. Коновалов, Ю.В. Николаев. – М.: ЦНИИ информации, 1979. – 228 с.
2. Лисенко В.М. Баллистика ствольных систем. Справочная библиотека разработчика-исследователя / Л.Н. Лисенко, В.В. Грабин. – М.: Машиностроение, 2006. – 461 с.
3. Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 607 с.
4. Грабчак В.І. Аналіз існуючих та перспективних методів визначення сили опору повітря руху снарядів / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко. – Військово-технічний збірник. – Львів: АСВ. – 2013. – Вип. 2(9). – С. 13-19.
5. Грабчак В.І. Апроксимація функцій аеродинамічних коефіцієнтів сили опору повітря методом найменших квадратів / В.І. Грабчак // Військово-технічний збірник. – 2012. – № 2(7). – С.20-24.
6. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1975. – 831 с.
7. Бабенко К.И. Основы численного анализа / К.И. Бабенко. – М.: Наука, 1986. – 744 с.
8. Гаврилюк І.П. Методи обчислень / І.П. Гаврилюк, В.Л. Макаров. – Київ: Вища школа, 1995. – Ч. 1 – 452 с.; – Ч. 2. – 431 с.

Рецензент: д.т.н., проф. Сопільник Л.І., Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів.

ПРИМЕНЕНИЕ АППРОКСИМАЦИОННЫХ МЕТОДОВ К ИДЕНТИФИКАЦИИ ФУНКЦИИ ЛОБОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СНАРЯДА

В.И. Грабчак, Е.Г. Иваник

Развит научный подход к восстановлению функции лобового сопротивления снаряда, при условии получения неполной информации, основывающийся на аппроксимации ее функциями Гевисайда. Определение неизвестных коэффициентов функции лобового сопротивления предусматривает сопоставление двух траекторий: в безвоздушном пространстве (опорная траектория) и в атмосферных условиях (реальная траектория). Получены расчетные зависимости для нахождения коэффициентов, которые идентифицируют функцию лобового сопротивления, выраженные через компоненты заданного вектора невязок. На основе численных расчетов сформированы таблицы значений элементов реальной и опорной траекторий и коэффициентов функции лобового сопротивления в дискретные моменты времени, которые соответствуют узлам разбиения продолжительности полета снаряда. По полученным числовым значениям предложено эмпирическое выражение функции сопротивления воздуха.

Ключевые слова: математическое моделирование, артиллерийский снаряд, аппроксимационные методы, функция лобового сопротивления, уравнения движения, опорная траектория движения, модифицированная парабола, задача Коши, одношаговый метод Эйлера-Коши.

APPLICATION OF THE APPROXIMATION METHOD TO IDENTIFICATION OF THE FUNCTION OF FRONTAL RESISTANCE OF PROJECTILE

V. Grabchak, E. Ivanyk

The thesis develops a method for identifying functions resistance, based on its representation through stepwise - single function Hevisayd. Determination of the unknown coefficients presentation provides a comparison of two trajectory: in a vacuum (reference trajectory) and atmospheric conditions (real path). An estimated dependence to determine the coefficients that identify the function of the resistance in terms of the components of a given vector of residuals certain conditions. On the basis of numerical calculations generated table of values of the elements of the real and the reference trajectories and resistance coefficients of functions in discrete time points that correspond to nodes partition flight duration shell, depending on three main ballistic parameters: rise angle, initial velocity and projectile form factor. According to the obtained numerical values proposed an empirical expression function resistance.

Key words: *mathematical modelling, artillery projectile, approximation methods, function of the frontal resistance, moving equations, supporting moving trajectory, modify parabola, Cauchy value problem, Euler-Cauchy one-step method.*

УДК 355.42:519.872.4

Ю.А. Дзюбенко, І.В. Рєпін

*Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів***АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ ЩОДО ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ З УРАЖЕННЯ РІВНОЗНАЧНИХ ЗА ВАЖЛИВІСТЮ ЦІЛЕЙ**

У статті обґрунтовується можливість розгляду процесу ураження високомобільних цілей з точки зору функціонування систем масового обслуговування різного типу та надано рекомендації щодо підвищення ефективності їх функціонування при необхідності одночасного ураження об'єктів, що мають однакову важливість з тактичної точки зору.

Ключові слова: *система масового обслуговування, заявка, ранг, абсолютний пріоритет, час очікування, імовірність обслуговування.*

Вступ

Досвід локальних війн і збройних конфліктів останніх десятиріч вказує на те, що жодна операція чи бій не проходили без того, щоб війська не відбивали напад диверсантів, терористів, які влаштовували засади, мінно-вибухові загородження, здійснювали вогневі нальоти, снайперські обстріли. Сьогодні боротьба з противником, який широко застосовує диверсійно-терористичні дії та акції, є такою ж важливою, як і боротьба з танками, мотопіхотою, артилерією та авіацією противника. Більш того, боротьба з диверсіями і тероризмом у внутрішніх збройних конфліктах стає їх основним змістом.

Такі особливості збройних конфліктів сучасності, як осередковий характер бойових дій, відсутність суцільної лінії фронту, наявність щоденної прихованої і відкритої боротьби, значно ускладнюють боротьбу з диверсійно-терористичною діяльністю противника. Якщо раніше ці завдання цілком поклалися на спецслужби, сьогодні ситуація суттєво змінилася і збройні сили повинні

професійно брати участь у боротьбі з тероризмом. Особлива складність вирішення вказаних завдань полягає у тому, що диверсійно-терористичні формування (ДТФ) та незаконні збройні формування (НЗФ) мають, як правило, перевагу у виборі часу, місця, способів і засобів завдання ударів, часто використовують фактор раптовості. При цьому першочерговими об'єктами нападу диверсійно-терористичних формувань можуть бути аеродроми, пункти управління частин і з'єднань, вузли зв'язку, тилові частини та заклади, важливі комунікаційні об'єкти.

При виробленні необхідних способів протидії диверсіям найбільшу складність являє оцінка можливостей противника із застосування ДТФ (на якому етапі, в якій кількості, з якими завданнями). Розрахунки сил противника, які ним можуть бути застосовані під час збройного конфлікту в якості диверсійно-терористичних дій, вказують на те, що ні сили внутрішніх військ, ні прикордонних військ не зможуть відігравати провідну роль у боротьбі з цими формуваннями. Окрім того, навіть