

Рецензент: д.т.н., М.І. Васьківський, Центральний техніки Збройних Сил України, м. Київ.
науково-дослідний інститут озброєння та військової

СОСТОЯНИЕ И ПРОБЛЕМЫ РАЗВИТИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ КОНТРОЛЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

И.И. Деркач

Проведен анализ состояния развития автоматизированных систем контроля, диагностики и прогнозирования технического состояния сложных технических систем различного назначения. Определены преимущества их применения в процессе управления жизненным циклом сложных технических систем.

Ключевые слова: автоматизированная система контроля, диагностики и прогнозирования, жизненный цикл, сложные технические системы, техническое состояние.

STATE AND PROBLEMS OF DEVELOPMENT OF AUTOMATED SYSTEMS FOR MONITORING THE TECHNICAL CONDITION COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS

I. Derkach

The analysis of the development of automated systems for monitoring, diagnosis and prediction of a technical condition of complex technical systems for various applications. Identified the benefits of their use in the management of the lifecycle of complex technical systems.

Key words: automated system for monitoring, diagnosis and prognosis, life cycle, complex technical systems, the technical condition.

УДК 629.113.001.1(075)

В.Д. Залипка

Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ РУХУ МОДИФІКОВАНИХ ВІЙСЬКОВИХ КОЛІСНИХ ЗАСОБІВ

Отримані математичні моделі динаміки руху модифікованих військових колісних засобів при сталій зміні радіуса коліс та виконано їх комп'ютерне моделювання.

Ключові слова: військові колісні засоби, прямолінійний рух, криволінійний рух, радіус повороту, ведуча вісь, ведена вісь.

Вступ

Військові колісні засоби (ВКЗ) займають вагомому частку у парку бойових машин Збройних сил України. Велика кількість завдань, пов'язаних із застосуванням ВКЗ, обумовлює їх різноманітність, численність і складність за конструкцією. Очевидним є те, що підвищення їх експлуатаційних властивостей, зокрема стійкості та прохідності, є важливим та актуальним завданням, найбільш ефективно виконання якого може відбутися лише за рахунок пропозицій нових ідей, принципів і технологій. Суть модифікації ВКЗ, що пропонується для розгляду, полягає в тому, що для здійснення повороту він не потребує зміни напрямку площин обертання коліс та використання диференціала. В основі роботи запропонованого способу лежить зміна

ефективного діаметра коліс ВКЗ, причому для здійснення повороту всі внутрішні колеса по відношенню до кривизни траєкторії шляху зменшують в діаметрі, а всі зовнішні – відповідно збільшують[1].

Аналіз попередніх досліджень і публікацій

У попередніх роботах [2,3] розроблені принципи створення ВКЗ з новим методом керування напрямком їх руху, зокрема були досліджені особливості кінематики їх руху і основних конструкційних властивостей ВКЗ, також оцінено критичні умови руху модифікованих ВКЗ та виконаний їх порівняльний аналіз по відношенню до типових ВКЗ, який дозволив визначитись з перевагами і можливими недоліками

їх конструкцій. Однак відкритим залишалося питання щодо дослідження динаміки руху таких ВКЗ.

Постановка задачі дослідження

Метою даної роботи є створення математичних моделей, які дозволять виконати дослідження динаміки руху модифікованих ВКЗ.

Основний матеріал

Динаміка руху традиційних ВКЗ.

Перш ніж переходити до побудови моделей, які описують динаміку руху модифікованих ВКЗ необхідно розглянути відповідні моделі для традиційних ВКЗ. Під час виконання завдань відповідно до свого призначення ВКЗ здійснюють прямолінійний та криволінійний рухи. Прямолінійним вважається рух, при якому вектор переміщення не змінюється у напрямку і за величиною дорівнює довжині шляху пройденого ВКЗ. Рух, траєкторія якого крива лінія, є криволінійним. При криволінійному русі переміщення ВКЗ не збігається з траєкторією його руху, тому модуль переміщення не дорівнює шляху. Класичними прикладами криволінійного руху є рух по колу або по дузі кола [7]. На практиці прийнятий умовний поділ: рух з радіусом кривизни більшим за 1000 – 1500 м – прямолінійний, всі інші криволінійні.

Прямолінійний рух традиційних ВКЗ. ВКЗ це складна система, окремі його частини переміщуються одна відносно іншої в різних площинах. Тому розглядати всі рухи системи не є доцільним, необхідно враховувати тільки головні та для різних випадків роботи різні обмеження, якщо звичайно вони не призводять до помилки. Спочатку розглянемо прямолінійний рух ВКЗ (рис. 1) по твердій плоскій площині і прийемо умову, що всі частини засобу переміщуються в напрямку осі SX , вертикальних переміщень немає, відповідні складові засобу здійснюють обертальний рух.

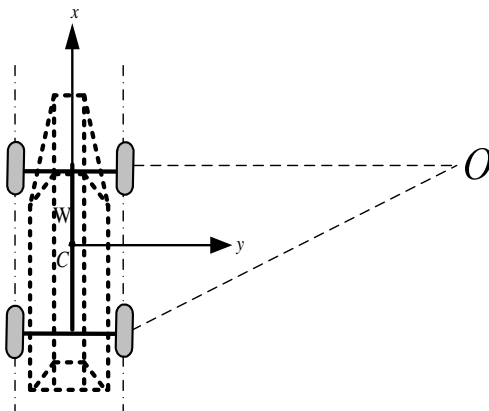


Рис. 1. Схематичне зображення традиційного ВКЗ

Для того, щоб описати рух ВКЗ будемо використовувати рівняння теореми про зміну кінетичної енергії механічної системи [7] у диференціальній формі

$$dT = \sum_{k=1}^n dB_k^e + \sum_{l=1}^m dB_l^i, \quad (1)$$

де dT - диференціал від кінетичної енергії системи, dB_k^e і dB_l^i - елементарні роботи k -ї зовнішньої та l - внутрішньої сили на k -х і l -х переміщеннях у межах: $k \in [1, n]$; $l \in [1, m]$.

Кінетична енергія ВКЗ, складається з суми кінетичної енергії усього ВКЗ що поступально рухається вздовж осі SX T_{BKZ} та кінетичної енергії частин, що обертаються $T_{об}$:

$$T_{BKZ} = \frac{MV^2}{2},$$

$$T_{об} = \frac{J_\delta \omega_\delta^2}{2} + \sum \frac{J_{mp} \omega_{mp}^2}{2} + \sum \frac{J_\kappa \omega_\kappa^2}{2}, \quad (2)$$

де M - маса ВКЗ, V - швидкість ВКЗ, $J_\delta, J_{mp}, J_\kappa$ - моменти інерції обертальних і приведених до них частин двигуна, деталей трансмісії та коліс, $\omega_\delta, \omega_{mp}, \omega_\kappa$ - кутові швидкості вала двигуна, деталей трансмісії та коліс

$$\omega_\delta = \frac{d\gamma_\delta}{dt}, \omega_{mp} = \frac{d\gamma_{mp}}{dt}, \omega_\kappa = \frac{d\gamma_\kappa}{dt}, \quad (3)$$

де $d\gamma_\delta$ - елементарний кут повороту вала двигуна.

Нехтуючи малою величиною моментів інерції деталей трансмісії отримаємо

$$dT_{BKZ} = MVdV,$$

$$dT_{об} = J_\delta \omega_\delta d\omega_\delta + \sum J_\kappa \omega_\kappa d\omega_\kappa. \quad (4)$$

Вираз для суми елементарних робіт всіх зовнішніх сил матиме вигляд:

$$\sum_{k=1}^n dB_k^e = -F_{on}dS = -(P_f + P_a + P_w)dS, \quad (5)$$

де F_{on} - сумарна сила опору руху, P_f - сила опору кочення, P_a - поздовжня складова ваги ВКЗ, P_w - сила опору повітря, dS - елементарне переміщення ВКЗ.

Робота внутрішніх сил складається з корисної роботи двигуна B_δ та роботи сил опору трансмісії B_{mp} . Корисна робота двигуна визначається:

$$dB_\delta = M_\delta d\gamma_\delta, \quad (6)$$

де M_δ - обертовий момент.

До трансмісії підводиться момент

$$M'_\partial = M_\partial - M_{\partial g}, M_{\partial g} = J_{\partial g} \frac{d^2 \gamma_\partial}{dt^2}, \quad (7)$$

де $M_{\partial g}$ - інерційний момент маховика з деталями трансмісії, $J_{\partial g}$ - момент інерції маховика і пов'язаних з ним деталей трансмісії. Тепер можна визначити роботу для сил опору в трансмісії

$$dB_{mp} = \left(M_\partial - J_\partial \frac{d^2 z_\partial}{dt^2} \right) (1 - \varepsilon_{TP}) d\gamma_\partial, \quad (8)$$

де η_{mp} - коефіцієнт корисної дії трансмісії.

Для спрощення подальших виразів приймемо, що радіус кочення колеса r_k дорівнює радіусу кочення без ковзання r'_k . Підставивши отримані вирази для робіт в рівняння (1) отримаємо

$$MVdV + J_\partial u_\partial du_\partial + \sum J_k u_k du_k = M_\partial dz_\partial - \left(M_\partial - J_\partial \frac{d^2 z_\partial}{dt^2} \right) \cdot (1 - \varepsilon_{mp}) dz_\partial - F_{on} dS \quad (9)$$

$$\text{Якщо врахувати, що } u_\partial = U_{mp} u_k, \quad \omega_k = \frac{V}{r_k},$$

де U_{mp} - передатне число трансмісії, то отримаємо диференціальні вирази для рівняння (9):

$$du_k = \frac{dV}{r_k}, du_\partial = \frac{U_{mp}}{r_k} dV, \quad (1) \\ d\gamma_\partial = \frac{U_{mp}}{r_k} V dt, U_{mp} = \frac{du_\partial}{dt}, \quad \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 z_\partial}{dt^2}. \quad (0)$$

Підставивши рівняння (10) в (9) отримаємо

$$MV \frac{dV}{dt} + J_\partial \frac{U_{mp}^2}{r_k^2} V dV + \sum J_k \frac{V}{r_k^2} dV = \\ = M_\partial \frac{U_{mp}}{r_k} V dt - M_\partial \frac{U_{mp}}{r_k} V dt + \\ + M_{\partial^3 mp} \frac{U_{mp}}{r_k} V dt + J_\partial \frac{U_{mp}^2}{r_k^2} V dV - \\ - J_{\partial^3 mp} \frac{U_{mp}^2}{r_k^2} V dV - F_{on} dS. \quad (11)$$

Після зведення подібних членів вираз набуде вигляду:

$$MVdV + J_{\partial^3 mp} \frac{U_{mp}^2}{r_k^2} V dV + \\ + \sum J_k \frac{V}{r_k^2} dV = \frac{M_{\partial^3 mp} U_{mp}}{r_k} V dt - F_{on} dS. \quad (12)$$

Далі ділимо обидві частини рівності (12) на Vdt

$$M \frac{dV}{dt} + J_{\partial^3 mp} \frac{U_{mp}^2}{r_k^2} \frac{dV}{dt} + \\ + \sum \frac{J_k}{r_k^2} \frac{dV}{dt} = \frac{M_{\partial^3 mp} U_{mp}}{r_k} - F_{on}. \quad (13)$$

Всі множники трьох доданків лівої частини за прискорення ВКЗ мають розмірність маси, тому $M \frac{dV}{dt}$ можна винести за дужки та отримати

$$M \frac{dV}{dt} \left(1 + \frac{J_\partial U_{mp}^2 \eta_{mp}}{M r_k^2} + \sum \frac{J_\partial}{M r_k^2} \right) = \\ = \frac{M_\partial U_{mp} \eta_{mp}}{r_k} - F_{on}. \quad (14)$$

Множник, що стоїть в дужках, це коефіцієнт приведеної маси χ_m , тоді рівняння запишеться у такому вигляді

$$M \chi_m \frac{dV}{dt} = \frac{M_\partial U_{mp} \eta_{mp}}{r_k} - F_{on}, \quad (15)$$

це співвідношення є диференціальним рівнянням прямолінійного руху традиційних ВКЗ. Враховуючи вищевказані умови руху дане рівняння є справедливим і для модифікованих ВКЗ.

Особливості криволінійного руху традиційних ВКЗ. Як відомо криволінійний рух ВКЗ відбувається внаслідок силової взаємодії коліс з дорогою [4,5], тому доцільним є розглянути сили і моменти, які будуть діяти під час повороту. Крім сил і моментів, які діють при прямолінійному русі, при криволінійному діють бокові реакції та додаткові моменти. При дослідженні динаміки криволінійного руху важливим є знайти всі сили і моменти, які виникають при такому русі, або суттєво відрізняються від відповідних величин, що виникають при прямолінійному.

Отже приймемо ВКЗ як плоске тіло, що здійснює плоский рух. Сили, що діють в напрямку поздовжньої осі ВКЗ при малій кривині траєкторії руху можна об'єднати в одну, що умовно прикладена до середини передньої осі. Поздовжні реакції коліс вважаємо прикладеними до середини передньої і задньої осі та спрямованих паралельно до площин обертання коліс і перпендикулярно до осей.

Для дослідження криволінійного руху застосуємо принцип Д'Аламбера [6] і прикладемо, крім сил опору і реакцій поверхні, сили інерції. Головний вектор сил інерції \bar{Q} , що прикладений в центрі мас ВКЗ, розкладаємо на тангенціальну \bar{Q}_x та нормальну \bar{Q}_y складові. Крім цього на ВКЗ діє

головний момент сил інерції, що визначається за формулою

$$M_J = J_M \frac{d\omega}{dt}, \quad (16)$$

де J_M - момент інерції маси ВКЗ відносно вертикальної осі, що проходить через центр мас.

Одним із основних параметрів криволінійного руху є радіус повороту R , що визначається як

$$R = \frac{W}{\Theta + \tau_1 - \tau_2}, \quad (17)$$

де W - база ВКЗ, Θ - середній кут повороту коліс, τ_1, τ_2 - кути під якими вектори поступальних швидкостей середин першої та другої осей спрямовані до площини обертання коліс.

Використовуючи вираз (17), можемо знайти кутове прискорення:

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{R} \right) = \\ &= \frac{1}{W} (V \dot{\Theta} + \tau_2 - \tau_1) - V (\dot{\Theta} + \dot{\tau}_2 - \dot{\tau}_1). \end{aligned} \quad (18)$$

Наступним кроком буде знаходження проєкцій вектора прискорення центра мас a_x та a_y для найпростішого випадку, коли боковим відведенням коліс нехтують:

$$a_x = a - \frac{V^2 \Theta^2}{W^2}, \quad a_y = l \varepsilon' + \frac{V^2}{R}, \quad (19)$$

де a - прискорення ВКЗ, l - відстань від задньої осі до центру мас.

Звідси знаходимо складові головного вектора сил інерції

$$\bar{Q}_x = \chi_m M a_x, \quad \bar{Q}_y = M a_y. \quad (20)$$

Сила інерції перпендикулярна напрямку руху і чинить на ВКЗ та екіпаж дію, що перевертає та зсуває. Між колесами відбувається перерозподіл тиску, що призводить до бокового відведення шин, внаслідок чого ускладнюється керування ВКЗ. Слід зазначити, що на кривих малих радіусів збільшується витрата палива та зношування шин, а в умовах недостатньої видимості фари освітлюють меншу ділянку дороги перед ВКЗ, ніж на прямих ділянках.

Під час руху по кривій у напрямку, перпендикулярному дорозі, на ВКЗ діють дві сили, які прикладені у центрі мас: вага ВКЗ P та відцентрова сила інерції Q_y . Проекція цих сил на напрямку поперечного схилу дороги:

$$\Phi = Q_y \cos \delta \pm MGi, \quad (21)$$

де Φ - результуюча сила (поперечна сила), яка намагається зсунути ВКЗ з дороги, δ - кут поперечного схилу дороги, MGi - складова ваги ВКЗ (маса, сила тяжіння, напрямок поперечного схилу дороги). Залежно від напрямку поперечного схилу складова ваги ВКЗ може мати знак "+" або "-". Кутом δ можна знехтувати, оскільки він малий ($\cos \delta \approx 1$), тоді

$$\Phi = Q_y \pm MGi. \quad (22)$$

Якщо поділити всі члени виразу (22) на вагу ВКЗ, отримаємо

$$\frac{\Phi}{P} = \frac{Q_y}{P} \pm i. \quad (23)$$

Співвідношення $\frac{\Phi}{P}$ називається коефіцієнтом поперечної сили, його можна позначити ρ . Враховуючи вирази (19), (20) та задаючи допустимі значення ρ , можна визначити радіус кругових кривих

$$R = \frac{V^2}{G(\rho \pm i) - l \varepsilon'}. \quad (24)$$

Безпека, зручність та економічність руху ВКЗ з певною швидкістю можливі у разі встановлення достатньо великих радіусів кривих.

Динаміка руху модифікованих ВКЗ. Як було зазначено вище, математичні моделі, які описують динаміку прямолінійного руху, є однаковими для традиційних і модифікованих ВКЗ. Отже, пропонується розглянути динаміку криволінійного руху модифікованих ВКЗ, яка, враховуючи особливості запропонованого методу, буде суттєво відрізнятися від традиційної.

Всі частини модифікованого ВКЗ (рис. 2) переміщуються в напрямку осі СХ, вертикальних

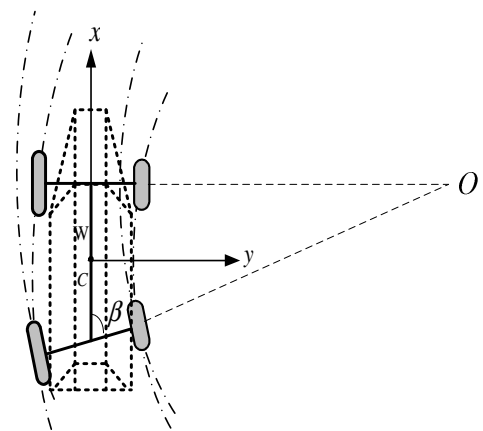


Рис. 2. Схематичне зображення модифікованого ВКЗ переміщень немає, відповідні деталі засобу здійснюють обертальні рухи. Основні параметри:

нехай базовий радіус колеса r , колія D , база W . Інерційні параметри: маса колеса і півосі m , маса ВКЗ M , моменти інерції колеса навколо горизонтальної осі J_m , ВКЗ навколо вертикальної осі через центр мас J_M . Керовані параметри: у якості міри стану системи прийємо кут γ_o обертання умовного вала трансмісії, який буде визначатися моментами: рушійним моментом двигуна M_o та сумарним моментом опору рухові M_o , змінний радіус колеса Δr , змінна швидкість обертання ведучої осі $\omega = \varphi_o$. Ведуча вісь фіксована, ведена повертається, радіуси коліс змінюються узгоджено.

На ведучій осі (рис. 3) колесо 1 набуває радіус $r + \Delta r$, колесо 2 набуває радіус $r - \Delta r$, здійснюється поворот у напрямку колеса 2.

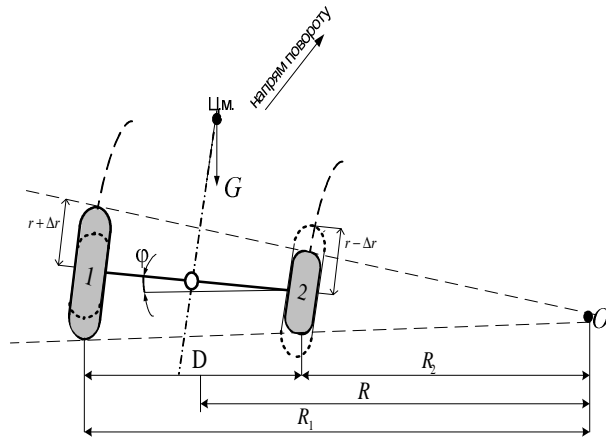


Рис. 3. Схематичне зображення ведучої осі модифікованого ВКЗ

Внутрішній радіус повороту ВКЗ R_2 , зовнішній R_1 , радіус повороту центра мас визначається

$$R = \frac{Dr}{2\Delta r}. \quad (25)$$

Як відомо з попередніх робіт, під час руху виникає кут нахилу осі ВКЗ

$$\varphi = \arctg \frac{r}{R} = \arctg \frac{2\Delta r}{D}, \quad (26)$$

також зміщується і центр мас з координатами: $(x_c, (z_c - r)\sin\varphi, r + (z_c - r)\cos\varphi)$, зміщення це не буде значним за рахунок стабілізуванню ВКЗ стабілізаторами поперечної стійкості, яке вже давно використовується провідними автомобільними підприємствами світу. Слід зазначити, що під час повороту буде діяти відцентрова сила, яка буде направлена у протилежному напрямку до нахилу ВКЗ і тим самим відіграватиме стабілізуючу роль. Центр осі веденого колеса рухається по колу радіуса:

$R_{овк} = \sqrt{R^2 + W^2}$, а самі колеса

$$R_k = \sqrt{R^2 + W^2} \pm \frac{D}{2}, \quad (27)$$

причому кут довороту коліс становить

$$\beta = \arctg \frac{W}{R} = \arctg \frac{2W\Delta r}{Dr}.$$

Якщо радіус задніх коліс залишиться сталим, то під час руху ВКЗ буде виникати перекіс осей, тому зрозуміло, що радіус коліс веденої осі також повинен бути змінним і узгодженим із зміною радіуса коліс ведучої осі. Із умови того, що обидві осі обертаються навколо спільного центру повороту ми отримаємо зв'язок між змінами радіусів коліс ведучої Δr та веденої Δr_v осей

$$\Delta r_v = \frac{Wr}{2\sqrt{R^2 + W^2}} = \frac{\Delta r W r}{\sqrt{D^2 r^2 + 4\Delta r^2 W^2}},$$

для дослідження цієї залежності шляхом ділення на радіус колеса перейдемо до приведених величин:

$$\Delta r_v = \frac{r(\Delta r/r)}{\sqrt{(D/W)^2 + 4(\Delta r/r)^2}}, \text{ приведений радіус}$$

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{\mu^2 + 4\lambda^2}}, \quad (28)$$

де $\Lambda = \frac{\Delta r_v}{r}$, $\mu = D/W$, $\lambda = \Delta r/r$.

Узгодження зміни радіусів коліс веденої осі залежатиме від колії D до бази W . На рисунку 4

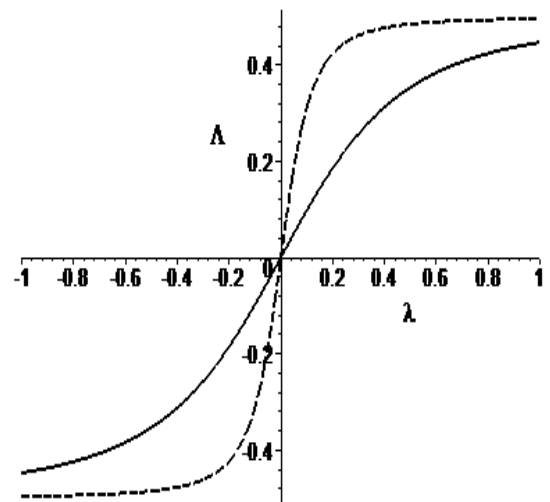


Рис. 4. Графічне зображення зв'язку між змінами радіусів коліс ведучої та веденої осей зображено залежність Λ від λ для значення параметра $\mu = 0.25$ (штрихова лінія) $\mu = 1$ (суцільна лінія).

Нехай під дією обертового моменту $M_o' = M_o - M_o$ ведуча вісь повернулася на кут γ_o . Тоді центр осі змістився на $r\gamma_o$. Кутовий швидкості обертання ведучої осі $\omega = \varphi_o$ відповідає

швидкість руху ВКЗ $V = r\omega$. Швидкість обертання ВКЗ навколо центру повороту визначається як

$$\varepsilon = \frac{V}{R} = \frac{r}{R} \omega = \frac{2\Delta r}{D} \omega = \frac{2\Delta r}{D} \varphi_0. \quad (29)$$

Отже, миттєва поступальна швидкість веденої осі запишеться

$$V' = r\omega \sqrt{\frac{R^2 + W^2}{R}}, \quad (30)$$

а кутова швидкість обертання веденої осі

$$\begin{aligned} \omega' &= \omega \sqrt{1 + \left(\frac{W}{R}\right)^2} = \omega \sqrt{1 + \left(\frac{2W \Delta r}{D r}\right)^2} = \\ &= \omega \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{\omega}{\cos \beta}. \end{aligned} \quad (31)$$

Кінетична енергія прямолінійного руху ВКЗ

$$T_1 = \frac{MV^2}{2} = \frac{Mr^2}{2} \varphi_0^2. \quad (32)$$

Кінетична енергія обертання ВКЗ навколо вертикальної осі

$$T_2 = \frac{J_M \varepsilon^2}{2} = 2 \frac{J_M \Delta r^2}{D^2} \varphi_0^2. \quad (33)$$

Кінетична енергія обертання колеса навколо власної осі

$$T_3 = \frac{J_m \omega^2}{2} = \frac{J_m}{2} \varphi_0^2. \quad (34)$$

Зрозуміло, що моменти інерції коліс із радіусами $r + \Delta r$ та $r - \Delta r$ будуть різними $J_{m1} \neq J_{m2}$, проте можна прийняти в якості $J_m = \frac{1}{2}(J_{m1} + J_{m2})$ і тоді для ведучої осі енергія рівна $J_m \varphi_0^2$.

Для колеса веденої осі маємо

$$T'_3 = \frac{J_m}{2 \cos^2 \beta} \varphi_0^2. \quad (35)$$

Сумарна кінетична енергія для ВКЗ, що рухається із сталим Δr , дорівнює:

$$\begin{aligned} T &= \frac{Mr^2}{2} \varphi_0^2 + 2 \frac{J_M \Delta r^2}{D^2} \varphi_0^2 + \\ &+ J_m \varphi_0^2 + \frac{J_m}{\cos^2 \beta} \varphi_0^2 = \frac{J_1 \varphi_0^2}{2}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\text{де } J_1 = Mr^2 + 4 \frac{J_M \Delta r^2}{D^2} + 2J_m \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \beta}\right). \quad (37)$$

Використовуючи рівняння Лагранжа другого роду [6]

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q, \quad (38)$$

де Q – узагальнена сила, і приймаючи за узагальнену координату $q = \gamma_0$ – кут повороту ведучої осі, тоді $\dot{\varphi} = \dot{\gamma}_0$ і маємо

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} \equiv \frac{d}{dt} [J_1 \dot{\varphi}] = Q. \quad (39)$$

Узагальнена сила $Q = M_\partial - M_o$.

Зрозуміло, що опір рухові залежатиме від швидкості руху ВКЗ і буде різним на різних ділянках руху.

Із останнього рівняння, інтегруючи по t від t_0 до t_1 , маємо

$$J_1 \varphi_0 = \int_{t_0}^{t_1} Q dt. \quad (40)$$

Якщо у початковий момент часу $t = 0$ ВКЗ не рухався, то можна взяти $t_0 = 0$, тоді

$$\omega \equiv \dot{\varphi}_0 = \frac{1}{J_1} \int_0^{t_1} Q dt. \quad (41)$$

Ця формула дає швидкість ВКЗ після розгону силою Q протягом часу від $t = 0$ до $t = t_1$. Для знаходження траєкторії руху ВКЗ варто знати закон зміни рушійної сили $Q(t)$, закон зміни керуючого радіуса $\Delta r(t)$ та закон зміни узагальненої змінної $\gamma_0(t)$. Якщо прийняти, що у початковий момент часу $\gamma_0(0) = 0$, то

$$\gamma_0(t) = \int_0^t \frac{1}{J_1} \int_0^{t_1} Q(\tau) d\tau dt_1. \quad (42)$$

Якщо $Q = const$, тоді:

при $\Delta r = 0$ маємо рівноприскорений прямолінійний рух із такими значеннями узагальненої координати, швидкості обертання та швидкості ВКЗ:

$$\begin{aligned} \gamma_0(t) &= \frac{Q}{Mr^2 + 4J_m} \cdot \frac{t^2}{2}, \quad \omega(t) = \frac{Qt}{Mr^2 + 4J_m}, \\ V(t) &= \frac{Qrt}{Mr^2 + 4J_m}. \end{aligned} \quad (43)$$

При $\Delta r = const \neq 0$ маємо рівноприскорений рух по колу радіуса $R = \frac{Dr}{2\Delta r}$ із такими значеннями узагальненої координати руху ВКЗ:

$$\gamma_0(t) = \frac{Q}{Mr^2 + 4J_M \Delta r^2 / D^2 + 2J_m(1 + 1/\cos^2 \beta)} \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (44)$$

При технічних характеристиках ВКЗ (для прикладу ЗИЛ-131) $D = 1,8$ м, $W = 4$ м і $\lambda = 0,05$ маємо

$R = 16$ м, кут довороту становить $\arctg 0.21 \approx 0,2$, а його косинус дорівнює 0,978, який відрізняється від 1 на 2,2%, що враховуючи орієнтовні маси та моменти інерції коліс і ВКЗ веде до похибки у менш як 0,5%, надалі відмінністю β від нуля будемо нехтувати.

При нехтуванні ефектом довороту коліс на енергію системи маємо

$$\gamma_o(t) = \frac{Q}{Mr^2 + 4J_M \Delta r^2 / D^2 + 4J_m} \cdot \frac{t^2}{2}. \quad (45)$$

Якщо прийняти, що момент M_δ сталий, а сумарний момент опору рухові пропорційний до швидкості його руху $M_o = k_1 V \equiv k_2 \dot{\varphi}$, де k_1, k_2 - коефіцієнти пропорційності, тоді отримуємо для знаходження закону руху ВКЗ та швидкості такі лінійні рівняння:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi} + (J_1 + k_2) \dot{\varphi} &= M_\delta, \\ J_1 \dot{\omega} + (J_1 + k_2) \omega &= M_\delta. \end{aligned} \quad (46)$$

Загальний розв'язок останнього рівняння є таким

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \left(\int \frac{M_\delta}{J_1} \exp\left(\int \frac{J_1 + k_2}{J_1} dt\right) dt + C_1 \right) \cdot \\ &\cdot \exp\left(-\int \frac{J_1 + k_2}{J_1} dt\right), \end{aligned} \quad (47)$$

де C_1 - стала інтегрування. Перейшовши до інтегралів із змінною верхньою межею та прийнявши, що при $t = 0$ ВКЗ перебуває у стані спокою, знаходимо швидкість обертання ведучої осі і, помноживши її на r , маємо

$$V(t) = \frac{\int_0^t \left[\frac{M_\delta(\tau)}{J_1(\tau)} \int_0^\tau \frac{J_1(s) + k_2(s)}{J_1(s)} ds \right] d\tau}{\exp\left(\int_0^t \frac{J_1(\tau) + k_2(\tau)}{J_1(\tau)} d\tau\right)} r. \quad (48)$$

Якщо J_1 та k_2 не залежать від часу, то рівняння спрощується і відносно швидкості має вигляд:

$$J_1 \ddot{\varphi} + k_2 \dot{\varphi} = M_\delta, \quad J_1 \dot{\omega} + k_2 \omega = M_\delta, \quad (49)$$

а розв'язок для швидкості обертання ведучої осі та узагальненої координати матиме вигляд:

$$\begin{aligned} V(t) &= C_1 \exp\left(-\frac{k_2}{J_1} t\right) + \frac{M_\delta}{k_2} r, \\ \gamma_o(t) &= \frac{C_1 J_1}{k_2} \exp\left(-\frac{k_2}{J_1} t\right) + \frac{M_\delta t}{k_2} + C_2. \end{aligned} \quad (50)$$

Якщо у початковий момент швидкість рівна нулю, то $C_1 = -M_\delta r / k_2$, тоді:

$$V(t) = \frac{M_\delta}{k_2} r \left[1 - \exp\left(-\frac{k_2}{J_1} t\right) \right]; \quad (51)$$

$$\frac{V}{V_x} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\chi}\right), \quad (52)$$

$$\text{де } \chi = \frac{J_1}{k_2}, \text{ тоді: } V_x = \frac{M_\delta}{J_1} \chi r. \quad (53)$$

Бачимо, що за таких умов руху швидкість ВКЗ буде зростати до граничної величини V_x , яка

пропорційна до обертового моменту двигуна M_δ та радіуса коліс r та обернено пропорційна до узагальненого моменту інерції J_1 . Вираз (51) ілюструє рис. 5. Задавши $\chi = 5$ та $\chi = 20$ при $t = 0..100$ видно, що на початку руху швидкість зростає до параметра V_x / χ , виходячи в кінці на сталий рівень швидкості V_x .

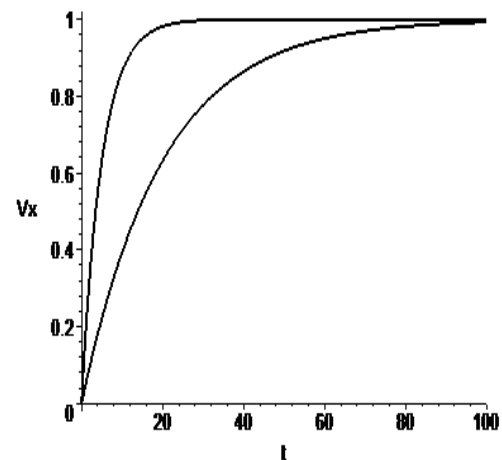


Рис. 5. Приведена швидкість ВКЗ під дією сталого обертового моменту двигуна та моменту опору рухові, що пропорційний до швидкості ВКЗ

Якщо прийняти, що момент M_δ сталий, а сумарний момент опору рухові пропорційний до квадрату швидкості його руху $M_o = k_1 V^2 \equiv k_2 \dot{\varphi}^2$, тоді отримуємо для знаходження закону руху ВКЗ таке нелінійне рівняння:

$$J_1 \ddot{\varphi} + J_1 \dot{\varphi}^2 + k_2 \dot{\varphi}^2 = M_\delta. \quad (54)$$

Якщо додатково J_1 та k_2 не залежать від часу, то рівняння спрощується і відносно швидкості має вигляд

$$\dot{\varphi} + \frac{k_2}{J_1} \omega^2 = \frac{M_\delta}{J_1} \quad (55)$$

і його загальний розв'язок є таким:

$$\omega(t) = \sqrt{\frac{M_\delta}{k_2}} \operatorname{th} \left(\frac{\sqrt{M_\delta k_2} (t + C_2)}{J_1} \right). \quad (56)$$

Тут C_2 - стала інтегрування, якщо при $t = 0$ ВКЗ перебуває у стані спокою, вона рівна нулю.

Підставивши аналогічні значення χ та t у вираз (56), з рис. 6 видно, що поведінка швидкості буде такою ж, як у виразі (51), але граничне значення буде досягтися раніше.

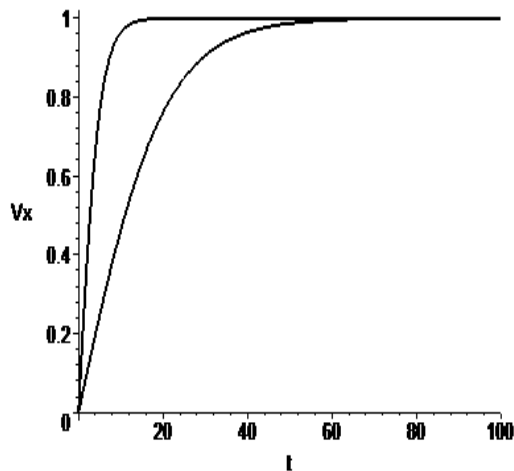


Рис. 6. Приведена швидкість ВКЗ під дією сталого обертового моменту двигуна та моменту опору рухові, що пропорційний до квадрата швидкості ВКЗ

Подальші перспективи досліджень полягають у створенні математичних моделей, які б дозволили описати динаміку криволінійного руху модифікованих ВКЗ при змінному регулюванні радіуса коліс.

Висновки

У статті виконано порівняльний аналіз динаміки руху традиційних і модифікованих ВКЗ. Вперше отримані математичні моделі динаміки руху модифікованих ВКЗ, зокрема зроблений обґрунтований висновок про ідентичність моделей динаміки прямолінійного руху традиційних і модифікованих ВКЗ, а також про суттєву відмінність моделей динаміки

криволінійного руху даних колісних засобів. Виведена математична модель обертання ведучої осі, під час криволінійного руху при сталій зміні радіуса коліс. Виконано комп'ютерне моделювання динаміки руху традиційних та модифікованих ВКЗ.

Список літератури

1. Патент №46775 Україна. МПК9 B62D 9/00 Спосіб здійснення поворотів колісного транспортного засобу/ Шабатура Ю.В., Фолюшняк О.М.; заявник і патентовласник Шабатура Ю.В., Фолюшняк О.М. - №200905878; заявл. 09.06.09; опубл. 11.01.10, Бюл. № 1.
2. Шабатура Ю.В. Теоретичні засади і практичні аспекти застосування нового принципу керування напрямком руху колісного транспортного засобу військового призначення / Ю.В. Шабатура, В.Д. Залипка. – Львів: Академія сухопутних військ, 2011, С 85-92. – (Військово-технічний збірник №2(5)).
3. Шабатура Ю.В. Моделі оцінки граничних умов руху модифікованих військових колісних засобів / Ю.В. Шабатура, В.Д. Залипка. – К: ЦНДІ ОБТ ЗСУ, 2013, С. 152-164. – (Збірник наукових праць №5(63)), ТАСМНО.
4. Армієвські автомобілі. Основи руху, будова, характеристики / Білоус Б.Д., Ткачук П.П., Андрусик Я.Ф. та ін.; [під ред. Б.Д. Білоуса]. – Львів: НУ «Львівська політехніка», 2007. – 536 с.
5. Фаробин Я.Е. Теория поворота транспортных машин / Фаробин Я.Е. – М.: Машиностроение, 1970. – 176 с.
6. Шкіль М.І. Вища математика / М.І. Шкіль, Т.В. Колесник, В.М. Котлова. – К.: Вища школа, 1985. – 391 с.
7. Кучерук І.М. Загальний курс фізики: навч. посібник для студентів вищих техн. і пед. закладів освіти / І.М. Кучерук, І.Т. Горбачук, П.П. Луцик; [під ред. І.М. Кучерука]. – К: Техніка, 1999. – 536 с.

Рецензент: д.т.н., с.н.с. А.М. Зубков, Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ВОЕННЫХ КОЛЕСНЫХ СРЕДСТВ

В.Д. Залыпка

Получены математические модели динамики движения модифицированных военных колесных средств при постоянной смене радиусов колес и проведено их компьютерное моделирование.

Ключевые слова: военные колесные средства, прямолинейное движение, криволинейное движение, радиус поворота, ведущая ось, ведомая ось.

MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC DRIVING WHEEL MODIFIED MILITARY VEHICLES

W. Zalyпка

A mathematical model of the dynamics of motion modified military wheeled vehicles on a constant change of the radius of the wheels and their computer simulations performed.

Key words: war wheeled vehicles, rectilinear motion, curvilinear motion, turning radius, driving axle, passive axle.