

В.М. Рябоконь, П.Й. Руденко, П.В. Полениця, О.В. Смірнов. – К.: Міністерство оборони, 2008. – 232 с.

б.Равдин И.Ф. Внешняя баллистика неуправляемых ракет и снарядов / И.Ф. Равдин. – МО: Воениздат, 1973. – 184 с.

Рецензент: д.т.н., с.н.с. А.М. Зубков, Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів.

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ВОЗМУЩЕННОГО ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА НА ВЕЛИЧИНУ ЕГО УГЛА НУТАЦИИ

В.И. Грабчак

В статье исследуется влияние начальных условий вылета снаряда с канала ствола орудия при условии, что канал ствола и снаряд обладают абсолютной осевой симметрией, а прецессионное движение снаряда происходит только за счет действия силы тяжести, а также за счет значительного износа и разогрева канала ствола орудия во время стрельбы. Приведены зависимости, позволяющие оценить влияние начальных условий вылета снаряда с канала ствола исходя из условий различного состояния снаряда и канала ствола орудия.

Ключевые слова: нутационные колебания и прецессионное движение снаряда, угол и угловая скорость нутации, статическая и динамическая неуравновешенность снаряда.

INFLUENCE OF SHELL INITIAL PERTURBATIONAL MOTION CONDITIONS ON ITS NUTATION ANGLE VALUE

V. Hrabchak

The article investigates the influence of initial conditions of projection of a shell from a cannon bore providing that cannon bore and shell have perfect axial symmetry, and shell precessional motion occurs only due to gravity action, as well as gun tube substantial wear and warming up when firing. Dependancies, allowing to evaluate influence of initial conditions of projection of a shell from a cannon bore because of the diverse state of shell and bore have been given.

Key words: yaw and shell precessional motion, nutation angle and angle rate, shell static and dynamic unbalance.

УДК 629.072.19 (075.8)

В.І. Грабчак¹, Б.О. Попков²

¹Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів

²Командування Сухопутних військ Збройних Сил України, м. Київ

РОЗРОБКА ВЕКТОРНО-МАТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПОЛЬОТУ КЕРОВАНИХ СНАРЯДІВ

В статті досліджується питання побудови математичних моделей польоту керованих снарядів при вирішенні задач пошуку алгоритмів їх оптимального керування. Проведена лінійзація рівнянь руху керованих снарядів та побудовані векторно-матричні моделі їх руху в поздовжній та боковій площинах. Запропоновані аналітичні залежності перерахунку векторно-матричних моделей руху снарядів з безперервним часом на моделі руху з дискретним часом.

Ключові слова: диференційні та векторно-матричні моделі руху снарядів, лінійзація, математичні моделі руху з дискретним часом.

Вступ

Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури. Створення високоточних боеприпасів, які функціонують за принципом “вистрелив-забув”, є одним з напрямів удосконалення арсеналу боеприпасів артилерії. Такі боеприпаси, оснащені

системами керування, повинні забезпечити високу ефективність ураження різних цілей, в тому числі і рухомих [1].

В останні роки значний розвиток отримали методи синтезу систем керувань на основі використання теорії оптимальних систем. Ці методи при

формалізації вимог до процесів керування дозволяють ефективно використовувати обчислювальну техніку для пошуку алгоритмів оптимального керування. Задача синтезу системи керування полягає в тому, щоб придати об'єкту, що керується, "снаряд + система керування" задані властивості, які гарантують його рух за траєкторією, яка може задаватися завчасно чи формуватися в процесі руху [2, 3].

Цю задачу можливо вирішити, виходячи з властивостей снаряда як об'єкта керування (динамічних властивостей) та середі, в якій відбувається його політ. Тому дослідження динаміки руху керованого снаряда (далі снаряда) і отримання математичних моделей, які відображають основні закономірності цього руху, є одним з головних етапів синтезу системи керування [2, 4].

Конкретний вид моделі залежить від конструкції снаряда, діючих на нього сил, від прийнятих допущень і вибраної системи координат. При визначенні припущень моделями польоту снаряда є диференціальні чи різницеві рівняння, в яких змінними служать координати руху центра мас (μ_m), швидкості руху, кути повороту снаряда відносно μ_m та органів керування.

Рівняння руху снаряда в загальному випадку є нелінійними та мають велику розмірність. Повна динамічна модель руху снаряда буває настільки складною, що її використання для проектування систем керування не є можливим. Тому одною з основних задач є доцільне спрощення моделі та її поділення за просторовим принципом [2, 5].

На сьогоднішній день широке розповсюдження знайшли класичні математичні моделі руху снаряда, в той же час розробка математичних моделей, які дозволять описати динамічні властивості снаряда як об'єкта керування, є актуальною.

Метою статті є побудова математичних моделей польоту снарядів при вирішенні задач пошуку алгоритмів їх оптимального керування. Розробка векторно-матричних моделей руху снарядів з безперервним часом та моделей руху з дискретним часом.

Основна частина

Незбурений рух снаряда, тобто рух по номінальній (розрахунковій) траєкторії, визначається за результатами вибору її основних характеристик (метального заряду, тяги ракетного двигуна та маси) і програми кута тангажа. Параметри номінальної траєкторії руху снаряда визначаються розрахунковим шляхом за умови, що він володіє номінальними тяговими, ваговими та аеродинамічними характеристиками і рухається в атмосфері з розрахунковими параметрами.

Досліджуючи рух снаряда, потрібно мати на увазі, що він характеризується складними зв'язками

між змінними величинами, які визначають його рух, координатами $\mu_m - x, y, z$ і кутами, на які обертається снаряд навколо $\mu_m - \vartheta, \psi, \varphi$. Тому суворі дослідження супроводжуються значними труднощами. Разом з цим, як показує досвід, не всі зв'язки між змінними є суттєвими, та нехтування слабкими зв'язками не призводить до значних помилок в результатах, що отримуються. Таким чином, рух снаряда можна розділити на два незалежні рухи, які відбуваються в площинах симетрії снаряда: OXY – поздовжній рух в площині стрільби; OZX – боковий рух в площині горизонту [6, 7, 8].

На рис. 1 схематично представлено розташування основних сил і моментів, що діють на снаряд, який здійснює політ на активній ділянці траєкторії.

Для опису руху снаряда використані прямокутні праві системи координат (СК): СК $O_C X_C Y_C Z_C$ (стартова), осі якої жорстко зв'язані з Землею та обертаються разом з нею; СК $OXYZ$ (зв'язана), яка жорстко зв'язана з характерними елементами конструкції снаряда і переміщується разом з ним; СК $O X_1 Y_1 Z_1$ (швидкісна) напівзв'язана СК, за допомогою якої визначають траєкторію польоту снаряда, при дії на нього аеродинамічних сил у щільних шарах атмосфери [8, 9].

Для спрощення рівнянь руху снаряда стартову систему координат приймемо за інерціальну систему відліку, тобто в правих частинах рівнянь не будемо враховувати переносну та коріолісову сили інерції, які обумовлюються обертанням Землі.

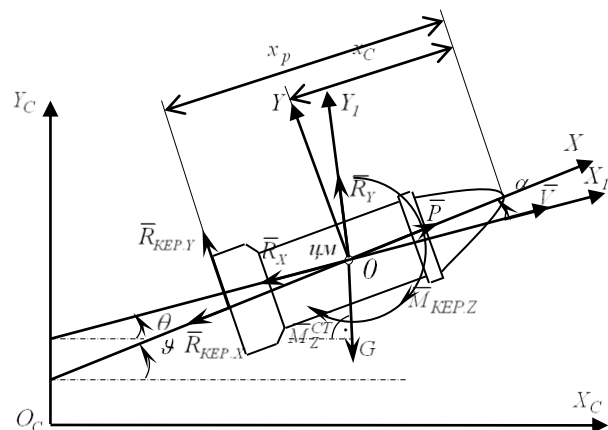


Рис. 1. Схема дії сил та моментів на снаряд в площині стрільби

Для отримання рівнянь руху ракети у площині стрільби скористаємось основними принципами механіки руху, відповідно до яких рух ракети можна розглядати як поступовий рух μ_m ракети і обертаний рух відносно μ_m в площині стрільби.

Відповідно до рис. 1 математична модель поздовжнього руху снаряда в атмосфері може бути представлена у вигляді системи нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} m \frac{d\bar{V}}{dt} &= (\bar{P} - \bar{R}_{KEP.X}) \cos \alpha - \bar{R}_X - \bar{G} \sin \theta - \\ &\quad - \bar{R}_{KEP.Y} (x_P + x_C) \sin \alpha + \bar{X}_3; \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= (\bar{P} - \bar{R}_{KEP.X}) \sin \alpha + \bar{R}_Y - \bar{G} \cos \theta + \\ &\quad + \bar{R}_{KEP.Y} (x_P + x_C) \cos \alpha + \bar{Y}_3; \\ I_Z \frac{d^2\theta}{dt^2} &= \bar{M}_Z^{CT} + \bar{M}_{KEP.Z} + \bar{M}_{Z_3}; \\ \frac{dL}{dt} &= \bar{V} \cos \theta; \\ \frac{dH}{dt} &= \bar{V} \sin \theta. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

де $\bar{P} = \bar{P}_0 + S(p_B - p_A)$ – сила тяги двигуна снаряда; \bar{P}_0 – тяга двигуна у поверхні Землі; S – площа зрізу сопла; \bar{p}_A – тиск зовнішнього середовища; \bar{p}_B – тиск газу на зрізі сопла; $\bar{R}_X = \frac{\rho V^2}{2} S_M C_X$, $\bar{R}_Y = \frac{\rho V^2}{2} S_M C_Y^\alpha$ – складові аеродинамічної сили, відповідно сила лобового опору та підйомна сила; C_X – безрозмірний коефіцієнт сили лобового опору; C_Y^α – безрозмірний коефіцієнт підйомної сили; S_M – площа міделевого перетину; \bar{G} – сила тяжіння; $\bar{R}_{KEP.X}$, $\bar{R}_{KEP.Y}$ – складові газодинамічної сили рулів снаряда, відповідно сила лобового опору та підйомна сила рулів; x_P – відстань від вершини снаряда до зрізу сопла двигуна; x_C – відстань від вершини снаряда до його цм; V – швидкість польоту снаряда; m – маса снаряда; I_Z – екваторіальний момент інерції снаряда відносно його бокової осі Z ; $\bar{M}_Z^{CT} = m_Z^{CT} \frac{\rho V^2}{2} S L_p$ – стабілізуючий момент тангажа відносно бокової осі снаряда Z ; m_Z^{CT} – безрозмірний коефіцієнт стабілізуючого моменту тангажа, L_C – довжина корпусу снаряда; $\bar{M}_{KEP.Z}$ – керуючий момент відносно бокової осі снаряда Z ; α – кут атаки для снарядів, які стабілізуються оперенням (для снарядів, які стабілізуються обертанням, – кут нутації); ϑ – кут тангажа; θ – кут кидання (нахилу траєкторії), $\vartheta = \theta + \alpha$; L – поточна дальність польоту; H – поточна висота польоту.

Вираз $(\bar{P} - \bar{R}_{KEP.X})$ в (1) характеризує втрату певної частини сили тяги ракетного двигуна внаслідок сили лобового опору рулів $\bar{R}_{KEP.X}$, яка не зникає навіть за умови $\delta = 0$, де δ – кут відхилення рулів снаряда, та збільшується за квадратичним законом при відхиленні рулів від нейтрального положення і враховується в ефективній силі тяги

$$\bar{P}_E = \bar{P} - \bar{R}_{KEP.X}. \quad (2)$$

Для того, щоб знайти розв'язок рівнянь (1), потрібно знати закон зміни за часом керуючих сил $\bar{R}_{KEP.Y}$. Закон задається системою керування та залежить від типу і структури цієї системи. Рівняння системи керування у загальному випадку можна представити як

$$\delta(t) = \phi \left[\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), \dots, \varepsilon_n(t) \right]$$

де $\varepsilon_1(t), \varepsilon_2(t), \dots, \varepsilon_n(t)$ – сигнали розузгодження за різними параметрами руху снаряда.

Відомо, що траєкторія польоту керованих снарядів визначається великим числом параметрів, значення яких при кожному пострілі будуть завжди своєрідними, дещо відмінними від значень, отриманих при раніше проведених дослідженнях. Внаслідок цього конкретна траєкторія завжди чимось відрізняється від попередньої.

Відхилення конструктивних (балістичних) характеристик снаряда від їх розрахункових значень, відхилення метеорологічних умов польоту від табличних, систематичні помилки роботи елементів системи управління, відхилення від розрахункових значень тяги двигуна і ваги снаряда та інші збурення, які діють постійно (систематично), вносять в рівняннях (1) членами \bar{X}_3 , \bar{Y}_3 та \bar{M}_{Z_3} .

Короткотермінові збурення, такі як пориви вітру, короткотермінові порушення режимів роботи двигуна, помилкові струми в системі керування тощо, неможливо обрахувати в рівняннях руху, тому вони відносяться до числа причин, які викликають розсіювання снарядів. Під впливом цих короткотермінових збурень змінюються параметри руху, тому величину будь-якого з них можна представити як таку, що складається з номінального значення та деякого малого відхилення

$$\begin{aligned} V_3 &= V_H + \delta V; \quad \vartheta_3 = \vartheta_H + \delta \vartheta; \quad \theta_3 = \theta_H + \delta \theta, \\ \alpha_3 &= \alpha_H + \delta \alpha; \quad \delta_3 = \delta_H + \delta \delta. \end{aligned} \quad (3)$$

Рівняння (1) справедливі для довільних функцій $V_3, \vartheta_3, \theta_3, \alpha_3, \delta_3$. Значення змінних з (3) підставимо в рівняння (1) та з отриманого результату віднімемо рівняння (1), яке відповідає параметрам номінального руху.

Приймемо, що $\cos \alpha_H \approx 1$, $\sin \alpha_H \approx \alpha_H$. Приймаючи відхилення $\delta V, \delta \vartheta, \delta \theta, \delta \alpha, \delta \delta$ незначними та

залишаючи тільки члени першого порядку [10], отримаємо наступні рівняння відносно відхилень

$$\begin{cases} m \frac{d\bar{V}}{dt} = -\bar{P}_E \alpha_H \delta \alpha - \rho V_H S c_X \delta V - \bar{G} \cos \theta_H \delta \theta - \\ \quad - \bar{R}_{КЕРУ} (\alpha_H \delta \delta + \delta_H \delta \alpha) + \bar{X}_3; \\ m V_H \frac{d\theta}{dt} = \bar{P}_E \delta \alpha + \bar{G} \sin \theta_H \delta \theta + \frac{\rho V_H^2}{2} S c_Y^\alpha \delta \alpha + \\ \quad + \rho V_H S c_Y^\alpha \alpha_H \delta V + \bar{R}_{КЕРУ} (\delta \delta - \delta_H \alpha_H \delta \alpha) + \bar{Y}_3; \\ I_Z \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{\rho V_H^2}{2} S L m_Z^\alpha \delta \alpha - \rho V_H S L_C m_Z^\alpha \alpha_H \delta V - \\ \quad - \bar{R}_{КЕРУ} (x_P + x_C) \delta + \bar{M}_{Z3}; \\ \frac{dL}{dt} = -\bar{V} \sin \theta_H \delta \theta; \\ \frac{dH}{dt} = \bar{V} \cos \theta_H \delta \theta. \end{cases} \quad (4)$$

В (4) невідомими є відхилення параметрів руху $\delta V, \delta \vartheta, \delta \theta, \delta \alpha, \delta \delta$. Функції $V_H, \vartheta_H, \theta_H, \alpha_H$ та δ_H , які характеризують номінальний рух, вважаються відомими, їх можна визначити з рішення рівнянь (1). Замінивши $\alpha = \vartheta - \theta$, рівняння (4) приймуть вигляд

$$\begin{cases} \dot{V} + C_{VV}V + C_{V\theta}\theta + C_{V\vartheta}\vartheta + C_{V\delta}\delta + \frac{\bar{X}_3}{m} = 0; \\ \dot{\theta} + C_{\theta V}V + C_{\theta\vartheta}\vartheta + C_{\theta\theta}\theta + C_{\theta\delta}\delta + \frac{\bar{Y}_3}{m} = 0; \\ \ddot{\vartheta} + C_{\vartheta\vartheta}\vartheta + C_{\vartheta V}V + C_{\vartheta\delta}\delta + \frac{\bar{M}_{Z3}}{I} = 0; \\ \dot{L} + C_{L\theta}\theta = 0; \\ \dot{H} + C_{H\theta}\theta = 0. \end{cases} \quad (5)$$

В рівняннях (5) введені позначки коефіцієнтів, значення яких наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Коефіцієнт	Вираз
C_{VV}	$m^{-1} \rho V_H S c_X$
$C_{V\theta}$	$m^{-1} (\bar{G} \cos \theta_H - \bar{P}_E \alpha_H - \bar{R}_{КЕРУ} \delta_H)$
$C_{V\vartheta}$	$m^{-1} (\bar{P}_E \alpha_H + \bar{R}_{КЕРУ} \delta_H)$
$C_{V\delta}$	$m^{-1} \bar{R}_{КЕРУ} \alpha_H$
$C_{\theta V}$	$\rho V_H \times$ $\times \left(\bar{P}_E - \bar{G} \sin \theta_H + \frac{\rho V_H^2}{2} S c_Y^\alpha - \bar{R}_{КЕРУ} \delta_H \alpha_H \right)$
$C_{\theta\theta}$	$\rho V_H \times$ $\times \left(-\bar{P}_E - \frac{\rho V_H^2}{2} S c_Y^\alpha + \bar{R}_{КЕРУ} \delta_H \alpha_H \right)$

Коефіцієнт	Вираз
$C_{\theta V}$	$-\rho V_H \times$ $\times \left(\bar{P}_E \alpha_H - \bar{G} \sin \theta_H + \frac{\rho V_H^2}{2} S c_Y^\alpha - \bar{R}_{КЕРУ} \delta_H \alpha_H \right)$
$C_{\theta\delta}$	$-\rho V_H \times$ $\times \left(\bar{R}_{КЕРУ} \alpha_H \right)$
$C_{\vartheta\vartheta}$	$\rho V_H \times$ $\times \left(-\frac{\rho V_H^2}{2} S L_C m_Z^\alpha \right)$
$C_{\vartheta V}$	$\rho V_H \times$ $\times \left(S m_Z^\alpha \alpha_H \right)$
$C_{\vartheta\delta}$	$\rho V_H \times$ $\times \left(\bar{R}_{КЕРУ} (x_P - x_C) \right)$
$C_{L\theta}$	$-\bar{V} \sin \theta_H$
$C_{H\theta}$	$\bar{V} \cos \theta_H$

де $I = I_Z$.

На відміну від рівнянь (1) рівняння (4) є рівняннями руху снаряда у відхиленнях. Це лінійні диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами. Коефіцієнти рівнянь визначаються через характеристики снаряда $m, I, \bar{P}_E, x_P, x_C, \bar{R}_{КЕРУ}$; параметри незбуреного руху $V_H, \vartheta_H, \alpha_H, \delta_H$, щільність повітря та аеродинамічні коефіцієнти можуть бути обчислені.

Для запису рівнянь (3) у векторно-матричній формі [11]

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + F(t), \quad (6)$$

де $x - m$ - мірний вектор стану; $u - s$ - мірний вектор керування; $A(t)$ та $B(t)$ - матриці змінних за часом коефіцієнтів розмірності $(n \times m)$ та $(n \times 1)$ відповідно; $F(t)$ - матриця значень збурюючих сил та моментів розмірності $(n \times 1)$, введемо позначки

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]^T,$$

де $x_1 = V, x_2 = H, x_3 = \theta, x_4 = L, x_5 = \vartheta, u = \delta$

Відповідно матриці (6) мають вираз

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} C_{VV} & 0 & C_{V\theta} & 0 & C_{V\vartheta} \\ 0 & 0 & C_{H\theta} & 0 & 0 \\ C_{\theta V} & 0 & C_{\theta\theta} & 0 & C_{\theta\vartheta} \\ 0 & 0 & C_{L\theta} & 0 & 0 \\ C_{\vartheta V} & 0 & 0 & 0 & C_{\vartheta\vartheta} \end{bmatrix}; \\ B &= [C_{V\delta} \ 0 \ C_{\theta\delta} \ 0 \ C_{\vartheta\delta}]^T; \\ F &= \begin{bmatrix} \bar{X}_3/m & 0 & \bar{Y}_3/m & 0 & \bar{M}_{Z3}/I \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \quad (7)$$

Розглянемо боковий рух снаряда, який характеризується зміною величин ψ та z . На рис. 2 схематично представлено розташування основних

сил і моментів, що діють на снаряд, який здійснює політ в боковій площині (площині горизонту).

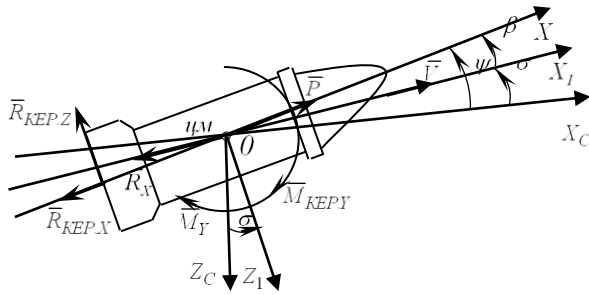


Рис. 2. Схема дії сил та моментів на снаряд в боковій площині

За аналогією з (5) запишемо

$$\begin{cases} \dot{V} + C_{VV}V + C_{V\psi}\psi + C_{V\delta}\delta + \bar{Z}_3 = 0; \\ \ddot{\psi} + C_{\psi V}V + C_{\psi\psi}\psi + C_{\psi\delta}\delta + \bar{M}_{Y3} = 0, \end{cases} \quad (8)$$

де C_{ij} – змінні коефіцієнти.

Таблиця 2

Коефіцієнт	Вираз
C_{VV}	$- \left(\rho V_H \right)^{-1} \left(\bar{P}_E + \frac{\rho V_H^2}{2} Sc_Z^\beta \right)$
$C_{V\psi}$	$\left(\rho V_H \right)^{-1} \left(\bar{P}_E + \frac{\rho V_H^2}{2} Sc_Z^\beta \right)$
$C_{V\delta}$	$- \left(\rho V_H \right)^{-1} \bar{R}_{KEPY}$
$C_{\psi V}$	$m^{-1} \bar{R}_{KEPY} \alpha_H$
$C_{\psi\psi}$	$\left(\rho V_H \right)^{-1} \frac{\rho V_H^2}{2} SL_C m_Y^\beta$
$C_{\psi V}$	$- \left(\rho V_H \right)^{-1} \frac{\rho V_H^2}{2} SL_C m_Y^\beta$
$C_{\psi\delta}$	$\left(\rho V_H \right)^{-1} \bar{R}_{KEPY} \left(P - x_C \right)$

Вирази для коефіцієнтів лінійних членів (8) наведені в табл. 2.

Представимо рівняння (8) у формі рівнянь Коші, тобто у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, яка вирішена відносно похідних. Зазначений підхід здійснимо за допомогою заміни змінних. Введемо позначки

$$x_1 = Z, \quad x_2 = V = \dot{Z}, \quad x_3 = \psi, \quad x_4 = \dot{\psi}, \quad u = \delta. \quad (9)$$

де c_Z^β – безрозмірний коефіцієнт моменту рискання; \bar{R}_{KEPY} – складова газодинамічної сили рулів снаряда; $I = I_Y = I_Z$ – екваторіальний момент інерції снаряда відносно його нормальної осі Y ; ψ – кут рискання; β – кут ковзання; σ – кут повороту траєкторії по відношенню до площини стрільби.

З урахуванням (9) отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = \dot{V} + C_{VV}V + C_{V\psi}\psi + C_{V\delta}\delta + \frac{\bar{Z}_3}{m}; \\ \dot{x}_3 = x_4; \\ \dot{x}_4 = \ddot{\psi} + C_{\psi V}V + C_{\psi\psi}\psi + C_{\psi\delta}\delta + \frac{\bar{M}_{Y3}}{I}, \end{cases} \quad (10)$$

де C_{ij} – змінні коефіцієнти.

Отримана система рівнянь (10) також може бути представлена у векторно-матричній формі

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + F(t), \quad (11)$$

де $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$,

$$\begin{aligned} A &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{VV} & C_{V\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & C_{\psi V} & C_{\psi\psi} & 0 \end{vmatrix}; \\ B &= \begin{vmatrix} 0 & C_{V\delta} & 0 & C_{\psi\delta} \end{vmatrix}^T; \\ F &= \begin{vmatrix} 0 & \frac{\bar{Z}_3}{m} & 0 & \frac{\bar{M}_{Y3}}{I} \end{vmatrix}^T. \end{aligned} \quad (12)$$

Розробка дискретних алгоритмів керування стимулюється широким застосуванням цифрових обчислювальних машин в системах керування снарядами. Це, в свою чергу, призводить до необхідності розгляду математичних моделей руху з дискретним часом [1].

Вихідні рівняння лінійної моделі снаряда (6, 11) можуть бути представлені у вигляді

$$x_{n+1} = A_n x_n + B_n u_n, \quad (13)$$

де матриці A_n, B_n визначаються із співвідношень

$$A_n = A \left[T_0 \right] = E + T_0 A(t) + \frac{T_0^2}{2!} A^2(t) + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{T_0^i A^i(t)}{i!};$$

$$B_n = B \left[T_0 \right] = B' \left[T_0 \right] \bar{F}(t);$$

$$\begin{aligned} B' \left[T_0 \right] &= T_0 E + \frac{T_0^2}{2!} A(t) + \frac{T_0^3}{3} A^2(t) + \dots = \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{T_0^i A^{i-1}(t)}{i!}, \end{aligned} \quad (14)$$

де T_0 – період дискретності; E – одинична матриця.

Рівняння (13) описує поведінку дискретної системи в момент часу nT_0 ($n = 0, 1, 2, \dots$), співвідношення (14) зв'язують матриці A_n, B_n з матрицями $A(t), B(t)$.

Висновки

Таким чином, розвиток методів сучасної теорії оптимального керування значною мірою зв'язаний з використанням диференціальних рівнянь, які описують рух снаряда для неперервних систем та різницевих рівнянь для дискретних. Слід відмітити, що результати аналітичного синтезу оптимального керування, яке спирається на вибрану математичну модель, є наближеними, та їх потрібно розглядати як перший, але не менш важливий, етап проектування систем керування снарядами.

У статті проведено дослідження питання побудови математичних моделей польоту снарядів при вирішенні задач пошуку алгоритмів їх оптимального керування. Проведена лінійзація рівнянь руху снарядів та побудовані векторно-матричні моделі їх руху в поздовжній та боковій площинах. Запропоновані аналітичні залежності перерахунку векторно-матричних моделей руху снарядів з безперервним часом на моделі руху з дискретним часом.

Розроблені векторно-матричні моделі руху дозволяють проводити подальші дослідження щодо синтезу алгоритмів керування поздовжнім та боковим рухом снарядів.

Список літератури

1. Латицький С.В. Основні напрями розвитку системи високоточної зброї Сухопутних військ / С.В. Латицький,

І.Б. Чепков. Збірка тез доповідей П'ятої Всеукраїнської науково-технічної конференції. – Львів: АСВ. – 2012. – С. 93-94.

2. Ванюрихин Г.И. Синтез систем управления движением нестационарных объектов / Г.И. Ванюрихин, В.М. Иванов. – М: Машиностроение, 1988. – 168 с.

3. Петров Б.Н. Бортовые терминальные системы управления / Б.Н. Петров, Ю.П. Портнов-Соколов, А.Я. Андриенко, В.П. Иванов. – М: Машиностроение, 1983. – 196 с.

4. Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лисенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 607 с.

5. Боднер В.А. Системы управления летательными аппаратами / В.А. Боднер. – М: Машиностроение, 1973. – 504 с.

6. Внешняя баллистика. Кн. 1. – М.: ВАИА им. Дзержинского, 1954. – 463 с.

7. Внешняя баллистика. Кн. 2. – М.: ВАИА им. Дзержинского, 1954. – 496 с.

8. Лисенко В.М. Теория полета / В.М. Лисенко, В.І. Грабчак, Д.А. Новак. – Суми: СумДУ, 2006. – 203 с.

9. Равдин И.Ф. Внешняя баллистика неуправляемых реактивных снарядов / И.Ф. Равдин. – Л.: ВВА, 1972. – 184 с.

10. Дубовик В.П. Вища математика / В.П. Дубовик, І.І. Юрик. – Київ: А.С.К., 2006. – 648 с.

11. Райниш К. Кибернетические основы и описание непрерывных систем / К. Райниш. – М: Энергия, 1978. – 456 с.

Рецензент: д.т.н., с.н.с. М.Ю. Яковлев, Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, м. Львів.

РАЗРАБОТКА ВЕКТОРНО-МАТРИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ПОЛЕТА УПРАВЛЯЕМЫХ СНАРЯДОВ

В.И. Грабчак, Б.А. Попков

В статье исследуется вопрос построения математических моделей полета управляемых снарядов при решении задач поиска алгоритмов их оптимального управления. Проведена линейзация уравнений движения управляемых снарядов и построены векторно-матричные модели их движения в продольной и боковой плоскостях. Предложены аналитические зависимости пересчета векторно-матричных моделей движения снарядов с непрерывным временем на модели движения с дискретным временем.

Ключевые слова: дифференциальные и векторно-матричные модели движения снарядов, линейзация, математические модели движения с дискретным временем.

DESIGN OF VECTOR-MATRIX MODELS OF GUIDED PROJECTILES FLIGHT

V. Hrabchak, B. Popkov

The article investigates the problem of physical models development in the process of their effective guidance algorithms search. Linearization of guided projectiles movement equations has been performed and vector-matrix models of their movement in fore-and-aft and profile planes have been developed. Analytical dependencies of recalculations of vector-matrix models of projectiles movement with continuous time on movement models with discrete time have been offered.

Key words: differential and vector-matrix models of projectile movement, linearization, physical models of movement with discrete time.