

УДК 629.7.05

М.В. Бурдейний

Академія сухопутних військ ім. гетьмана П. Сагайдачного, Львів

АНАЛІЗ ТОЧІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ІНЕРЦІЙНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ ЛА НА АКТИВНІЙ ДІЛЯНЦІ ПОЛЬОТУ

У статті проведено дослідження поведінки точісних характеристик інерційних систем ЛА на активній ділянці польоту.

Ключові слова: інерційна навігаційна система, гіроскопи, акселерометри, похибки.

Вступ

Постановка проблеми. Для вирішення задач навігації та керування польотом сучасних літальних апаратів (ЛА) необхідно знати велику кількість вимірювальних параметрів та мати необхідні алгоритми розв'язки навігаційних задач. Умови застосування ракетного озброєння, швидкоплинність сучасних бойових дій та невелика відстань між ворогуючими сторонами під час миротворчих та антитерористичних операцій вимагають підвищити точність наведення ракет до 10 – 15 метрів. Існуючі навігаційні комплекси ракетного озброєння СВ ЗС України розроблялись, в основному, під спеціальні боеприпаси або для нанесення ударів по площадних об'єктах, коли відхилення у сотні метрів не відіграло великого значення, тож їх системи наведення не відповідають вимогам сьогодення та вимагають удосконалення.

Забезпечення скритності, всепогодності та автономності вимагає використання таких навігаційних систем, які працюють у будь-яких умовах обстановки при широкому спектрі можливих перешкод з боку ворогуючої сторони. Такі обставини значно знижують ефективність радіонавігаційних систем і виводять на перший план інерційні навігаційні системи (ІНС). Під час старту на активній ділянці польоту на гіроскопічні пристрої значний вплив мають постійні сили і прискорення, які діють на ракету. Тому актуальним є проведення дослідження точності навігаційних систем саме на цій ділянці польоту.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Аналіз останніх досліджень та публікацій [2, 9, 10] показує, що важливим напрямом у сучасних навігаційних та прицілювальних комплексах є використання сучасних гіроскопічних систем на основі механічних, лазерних, волоконнооптичних гіроскопів та гіроскопів, що динамічно настроюються.

На жаль, аналіз докладних досліджень поведінки навігаційних систем на активній ділянці траєкторії (АДТ) не виявлено. Таким чином, доцільно дослідити різноманітні фактори, які діють на активній ділянці польоту та їх вплив на точність вимірювання навігаційних параметрів ЛА.

Викладення основного матеріалу

Реальний режим роботи ІНС відрізняється від режиму, який описується рівнянням її ідеальної роботи, оскільки вимірювальні елементи, перш за все гіроскопи та акселерометри, мають власні методичні та інструментальні похибки, початкові умови яких практично не можуть бути враховані абсолютно точно.

Під впливом цих факторів ІНС функціонує у збуреному режимі і вихідна інформація буде мати похибки, що викликані їх впливом.

Завдання аналізу оцінки точності ІНС полягає у визначенні величини похибок та виявленні зв'язку між похибками вихідної інформації та похибками вимірювальних елементів (гіроскопів та акселерометрів).

У літературі [1, 3, 4, 8] наведено багато підходів до математичного моделювання похибок інерційних систем. Розглянемо модель [3], яка наведена в скалярно-матричній формі та найбільш повно описує похибки ІНС для всієї сукупності горизонтальних тригранників, що відрізняються один від одного лише орієнтацією двох осей в азимутній площині

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = \Omega \cdot \bar{X} + \Gamma \cdot \bar{n} + \Delta \bar{n}, \quad (1)$$

де $\bar{X} = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6\}$ – фазовий вектор стану динамічної системи;

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\Omega_x^2 + \Omega_z^2 - \alpha_0^2) & 0 & (\dot{\Omega}_z - \Omega_x \Omega_y) & 2\Omega_z & -(\dot{\Omega}_y + \Omega_x \Omega_z) & -\Omega_y \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(\dot{\Omega}_z + \Omega_x \Omega_y) & -2\Omega_z & (\Omega_x^2 + \Omega_z^2 - \alpha_0^2) & 0 & (\dot{\Omega}_x - \Omega_y \Omega_z) & 2\Omega_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ (\dot{\Omega}_y - \Omega_x \Omega_z) & 2\Omega_z & -(\dot{\Omega}_x + \Omega_y \Omega_z) & 2\Omega_x & (2\alpha_0^2 + \Omega_x^2 + \Omega_z^2) & 0 \end{bmatrix} -$$

матриця кутових швидкостей платформи;

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \gamma & -\beta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \text{матриця визначення}$$

повороту тригранника;

$\bar{n} = \{n_x, n_y, n_z, 0, 0, 0\}$ – вектор уявного прискорення;
 $\Delta\bar{n} = \{0, \Delta n_x, 0, \Delta n_y, 0, \Delta n_z\}$ – вектор методичних та інструментальних похибок акселерометрів.

У рівнянні (1) залежні змінні x_1 , x_3 та x_5 є похибками визначення координат об'єкта та знаходяться з наступних співвідношень [3]:

$$\begin{aligned} x_1 &= \delta\Lambda R \cdot \cos\Phi, \\ x_3 &= \delta\Phi R, \\ x_5 &= \delta R, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\delta\Phi$, $\delta\Lambda$ – похибки у визначенні кутових координат;

δR – похибка у визначенні модуля вектора R (похибка у визначенні висоти польоту);

Φ – кутова координата точки місця.

Кути α , β , γ визначають поворот в азимуті напрямку тригранника, що обчислюється відносно ідеального горизонтального. По суті, це характеристика кутів повороту акселерометричного тригранника відносно тригранника, що обчислюється та визначається наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\delta\Phi; \\ \beta &= \delta\Lambda \cdot \cos\Phi; \\ \gamma &= \delta\Lambda \sin\Phi. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким чином, знаючи функції x_1 , x_3 , x_5 , які були отримані шляхом вирішення систем рівнянь (1), завжди можна знайти похибку ІНС у визначеній системі кутових координат.

Змінні x_2 , x_4 , x_6 характеризують швидкість зміни похибок координат об'єкта, а саме:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 \equiv x_2 &= \delta\dot{\Lambda}R \cos\Phi + \delta\Lambda\dot{R} \cos\Phi - \delta\Lambda\dot{\Phi}R \sin\Phi; \\ \dot{x}_3 \equiv x_4 &= \delta\dot{\Phi}R + \delta\Phi\dot{R}; \\ \dot{x}_5 \equiv x_6 &= \delta\dot{R}. \end{aligned} \quad (4)$$

Елементи матриць коефіцієнтів у рівнянні (1) залежать від величини $\omega_0 = \sqrt{\mu/R_3^3}$ (де μ – добуток маси Землі на гравітаційну постійну), а також від величин Ω_x , Ω_y , Ω_z , що є проекціями вектора абсолютної кутової швидкості горизонтного тригранника на його осі та їх похідних. Оскільки у загальному випадку рух об'єкта величини ω_0 , Ω_x , Ω_y , Ω_z , $\dot{\Omega}_x$, $\dot{\Omega}_y$, $\dot{\Omega}_z$ є функціями часу, то й елементи матриць коефіцієнтів будуть також залежати від t .

Величини кутових швидкостей платформи Ω_x , Ω_y , Ω_z , а також їх похідні знаходяться через координати і кінематичні параметри, що характеризують рух об'єкта по траєкторії, а саме:

$$\Omega_x = u_x - \dot{\Phi},$$

$$\Omega_y = u_y + \dot{\Lambda} \cos\Phi, \quad (5)$$

$$\Omega_z = u_z + \dot{\Lambda} \sin\Phi,$$

де u_x , u_y , u_z – проекції вектора кутової швидкості обертання Землі на осі базового горизонтного тригранника (через нетривалий час польоту ЛА до 200 секунд їх значеннями можна знехтувати).

Суттєвим недоліком моделі (1) є те, що не розглядаються похибки гіроскопів, а тільки враховуються сумарні похибки визначення координат незалежно від їх походження.

Удосконалимо модель (1) з урахуванням динаміки польоту тактичної ракети [7] та побудуємо її траєкторії польоту на АДТ в ідеальних умовах та з врахуванням випадкових похибок гіроскопів (шумів), які виникають під час руху від роботи двигунів, коливань корпусу ЛА тощо.

Швидкість польоту ЛА розрахуємо посекундно, використовуючи імпульсний метод та формулу Цюлковського [6-7]. Програмний кут нахилу вектора швидкості до горизонту Θ програмно повинен змінюватись таким чином [7], щоб вивести ЛА у кінці АДТ до оптимального (45°) [6-7].

Таким чином, отримуємо співвідношення для розрахунку горизонтальних і вертикальних координат, що є функціями часу t :

$$\begin{cases} L(t) = \int_0^t V(\tau) \cos\Theta(\tau) d\tau \\ H(t) = \int_0^t V(\tau) \sin\Theta(\tau) d\tau \end{cases}, \quad (6)$$

де $V(\tau)$ – швидкість польоту ЛА;

$L(\tau)$ – проекція дальності польоту ЛА на

площину горизонту в точці старту;

$H(\tau)$ – висота польоту ЛА відносно площини

горизонту в точці старту;

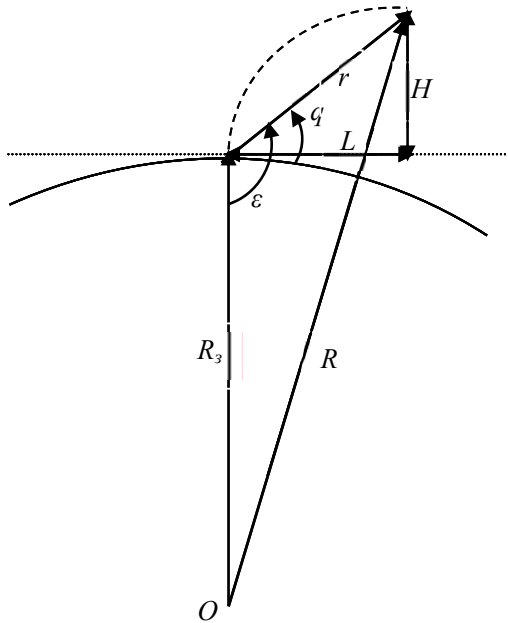
τ – змінна інтегрування.

Перетворимо прямокутні координати місцеположення ЛА в сферичні та визначимо модуль-вектор положення ЛА відносно центра Землі наступним чином:

$$\begin{aligned} R(t) &= \sqrt{R_3^2 + r^2(t) - 2R_3 \cdot r(t) \cdot \cos\varepsilon}, \\ r(t) &= \sqrt{H^2(t) + L^2(t)}, \\ \varepsilon &= q(t) + 90^\circ, \\ q(t) &= \arctg \frac{H(t)}{L(t)}, \end{aligned} \quad (7)$$

де R – модуль-вектор положення ЛА відносно центра Землі;

r – модуль-вектор положення ЛА відносно точки старту;
 q – кут положення модуль-вектора ЛА відносно площини старту.



рїї

Визначимо сферичні координати (ρ, Φ, A) положення ЛА. Для цього модель ідеальної траєкторії візьмемо у вигляді із співвідношення:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_0 + \frac{L(t) \cos A}{R_3}, \\ \Lambda &= \Lambda_0 + \frac{L(t) \sin A}{R_3}, \end{aligned} \quad (8)$$

де Φ – широта;
 A – довгота;
 Φ_0, Λ_0 – координати ЛА на точці старту;
 A – азимут пуску;
 R_3 – радіус Землі.

Для розрахунку реальних параметрів руху та сферичних координат ЛА з врахуванням поведінки гіроскопів додаємо похибки гіроскопів, які розкладаємо на складові похибок, що впливають на результати вимірів цих приладів щодо визначення програмних кутів (рискання, тангажа та нахилу). Величини A_p – азимут напрямку польоту ЛА з похибками гіроскопів та Θ_p – програмний кут польоту ЛА з похибками гіроскопів опишемо наступними співвідношеннями:

$$\begin{aligned} A_p &= A + \delta Q_y(t) \cdot \cos \delta Q_x(t), \\ \Theta_p &= \Theta + \delta Q_z(t) \cdot \cos \delta Q_x(t), \end{aligned} \quad (9)$$

де $\delta Q_y, \delta Q_z, \delta Q_x$ – сумарні похибки значень гіроскопів рискання, тангажа та нахилу відповідно.

Відповідно визначимо Φ_p, A_p – реальні сферичні координати положення ЛА із співвідношень (6, 7), в які підставляємо A_p, Θ_p :

$$\begin{cases} L_p(t) = \int_0^t V(\tau) \cos \Theta_p(\tau) d\tau \\ H_p(t) = \int_0^t V(\tau) \sin \Theta_p(\tau) d\tau, \\ \Phi_p = \Phi_0 + \frac{L_p(t) \cos A_p}{R_3} \\ \Lambda_p = \Lambda_0 + \frac{L_p(t) \sin A_p}{R_3} \end{cases} \quad (10)$$

де L_p – реальна проекція дальності польоту ЛА на площину горизонту в точці старту.

Вирази для похибок $\delta \Phi_p, \delta A_p$ візьмемо у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \delta \Phi_p &= \frac{L \cdot \cos A - L_p \cdot \cos A_p}{R_3}; \\ \delta A_p &= \frac{L \cdot \sin A - L_p \cdot \sin A_p}{R_3}. \end{aligned} \quad (11)$$

Після врахування похибок $\delta \Phi_p, \delta A_p$ динамічна система набуває вигляду

$$\frac{d}{dt} \bar{X}_p = \Omega_p \cdot \bar{X}_p + \Gamma_p \cdot \bar{n} + \Delta \bar{n}, \quad (12)$$

де $\bar{X}_p = \{X_{p1}, X_{p2}, X_{p3}, X_{p4}, X_{p5}, X_{p6}\}$ – реальний фазовий вектор стану динамічної системи з врахуванням похибок гіроскопів;

$$\Omega_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\dot{\Omega}_{yy} + \Omega_{yz}^2 - a_0^2) & 0 & (\dot{\Omega}_{yz} - \Omega_{yx} \Omega_{yy}) & 2\Omega_{yz} & -(\dot{\Omega}_{yy} + \Omega_{yx} \Omega_{yz}) & -\dot{\Omega}_{yy} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(\dot{\Omega}_{yz} + \Omega_{yx} \Omega_{yy}) & -2\Omega_{yz} & (\Omega_{yx}^2 + \Omega_{yz}^2 - a_0^2) & 0 & (\dot{\Omega}_{yx} - \Omega_{yy} \Omega_{yz}) & 2\Omega_{yx} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ (\dot{\Omega}_{yz} - \Omega_{yx} \Omega_{yz}) & 2\Omega_{yz} & -(\dot{\Omega}_{yx} + \Omega_{yy} \Omega_{yz}) & 2\Omega_{yx} & (2a_0^2 + \Omega_{yx}^2 + \Omega_{yz}^2) & 0 \end{bmatrix} -$$

матриця реальних кутових швидкостей платформи;

$$\Gamma_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \gamma_p & -\beta_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma_p & 0 & \alpha_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_p & \alpha_p & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \text{матриця визначення}$$

повороту тригранника;

У рівнянні (12) залежні змінні $x_{p1}, x_{p3}, x_{p5}, x_2, x_4, x_6, \alpha_p, \beta_p, \gamma_p, \Omega_{px}, \Omega_{py}, \Omega_{pz}, \dot{\Omega}_{px}, \dot{\Omega}_{py}, \dot{\Omega}_{pz}$ знаходяться з наступних співвідношень:

$$x_{p1} = \delta \Lambda_p R_p \cdot \cos \Phi_p;$$

На рис. 3 наведені графіки залежності від часу складових похибок гіроскопів щодо визначення відхилення ЛА від програмної радіальної траєкторії в кутових градусах. Аналіз графіків також показує

домінування похибки, викликані перевантаженнями над рештою складових похибок гіроскопів. Показники гіроскопів мають стохастичний характер, але чітко відслідковується їх періодичність.

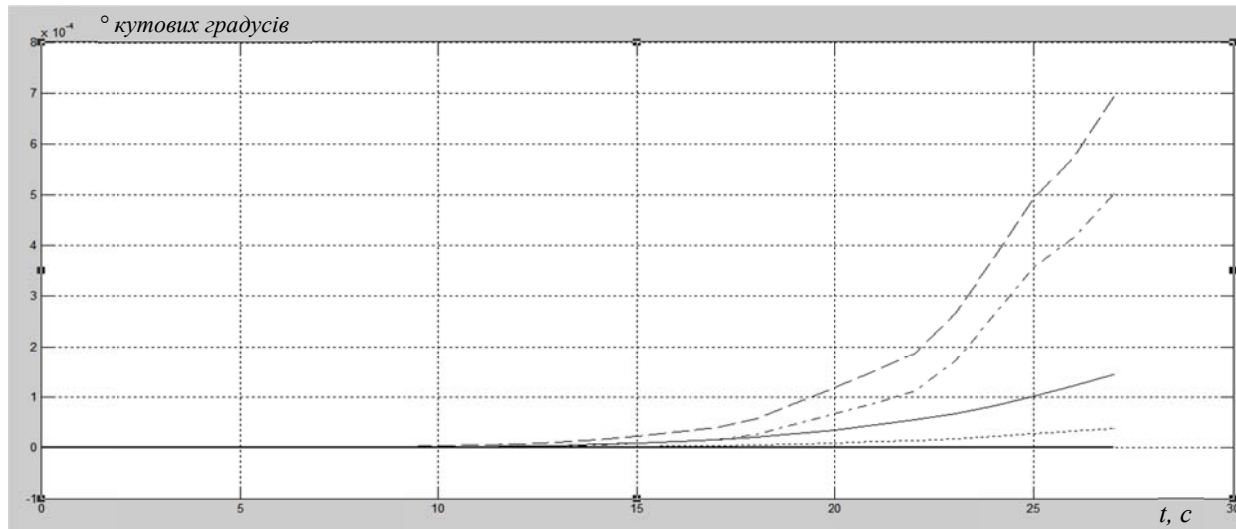


Рис. 3. Вплив похибок щодо визначення відхилення ЛА від програмної радіальної траєкторії в кутових градусах

При вирішенні прямої геодезичної задачі для забезпечення попадання в коло радіусом 10 метрів необхідно, щоб похибки визначення кутів у кінці АДТ не перевищували $1,8 \cdot 10^{-4} \text{°}$. По закінченні роботи двигунів прецесія гіроскопів зупиняється (відсутня дія зовнішніх сил) [5], залишаються власні похибки гіроскопів, які не перевищують отримане значення.

Гіроскопічні прилади, що досліджувались, не забезпечують потрібної точності через прецесію, викликану перевантаженнями при розгоні ЛА, тому доцільно у кінці АДТ списувати набуті похибки ІНС за допомогою навігаційних систем, які працюють на інших фізичних принципах.

У подальшому планується дослідити способи мінімізації похибки ІНС у кінці АДТ.

Висновки

Запропоновано математичну модель оцінки маргінального впливу похибок від перевантаження, тертя, температурної, нутаційних коливань та їх сукупності на оцінку похибки визначення сферичних координат ЛА.

Встановлено, що основний вплив на похибки гіроскопів дає прецесія, викликана перевантаженнями під час розгону ЛА на АДТ.

Розроблена модель дозволяє розрахувати потенційну точність визначення місцезнаходження ЛА.

Список літератури

1. Лазарев Ю.Ф. Розроблення моделювання алгоритмів безплатформної системи орієнтації: Електронний навчальний посібник / Ю.Ф. Лазарев, Я.Г. Бобровицька. – Київ: КПІ, 2011. – 137 с.
2. Гурский Б.Г. Основы теории систем управления высокоточных ракетных комплексов сухопутных войск / Б.Г. Гурский, М.А. Люцанов, Э.П. Спирин [Под ред. Солунина В.Л.]. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 328 с.
3. Помыкаев И.И. Навигационные приборы и системы: Учебное пособие / И.И. Помыкаев, В.П. Селезнёв, Л.А. Дмитроченко. – М.: Машиностроение, 1983. – 456 с.
4. Одинцов А.А. Теория и расчет гироскопических приборов / А.А. Одинцов. – К.: Высшая школа. Главное изд-во, 1995. – 392 с.
5. Назаров Б.И. Командно-измерительные приборы: Учебник / Б.И. Назаров, С.А. Черников, Г.А. Хлебников, Г.В. Верхов. – Москва, 1987. – 639 с.
6. Николаев Ю.М. Инженерное проектирование управляемых баллистических ракет с РДТТ / Ю.М. Николаев, О.С. Соломонов. – М.: Воениздат, 1979. – 240 с.
7. Агафонова А.С. Основы теории полёта баллистических ракет и космических аппаратов / А.С. Агафонова, Г.В. Зимица, А.И. Сырцева, П.Ф. Тушева. – Калинин, 1972. – 327 с.
8. Э. Сейдж Дж. Мелс. Теория оценивания и её применение в связи и управлении / Выпуск 6. – Издательство «связь». – Москва, 1976. – 480 с.
9. Мелешко О.И. Бесплатформенные инерциальные системы: Учебное пособие / В.В. Мелешко, О.И. Нестеренко. – Кировоград: ПОЛИМЕД – Сервис, 2011. – 172 с.
10. Захарин Ф.М. Алгоритмічне забезпечення інерціально-спутникових систем навігації: монографія / Ф.М. Захарин,

В.М. Синеглазов, М.К. Філяшкін. – К.: Вид-во ун-ту «НАУ-
друж», 2011. – 320 с.

11. <http://rbase.new-factoria.ru/missile/wobb/tochka/-tochka.shtml>

12. <http://military.tomsk.ru/blog/topic-191.html>

13. <http://rbase.new-factoria.ru/missile/wobb/lance/lance.shtml>

14. http://rbase.new-factoria.ru/missile/wobb/luna_m/-luna_m.shtml

Анализ точностных характеристик инерционных навигационных систем ЛА на активном участке полета

М.В. Бурдейний

В статье проведено исследование поведения точностных характеристик инерционных систем ЛА на активном участке полета.

Ключевые слова: инерционная навигационная система, гироскопы, акселерометры, погрешности.

An analysis of descriptions of exactness of the inertia systems of navigation of aircrafts is on the active area of flight

N. Byrdeyny

In the article a study of behavior of descriptions of exactness of the inertia systems of aircrafts is undertaken on the active area of flight

Keywords: inertia system of navigation, gyroscopes, accelerometers, errors.