

ВИРОБНИЦТВО ОВТ

УДК 539.4+517.8

Б.І. Сокіл¹, М.Г. Стащук², О.С. Петрученко¹

¹Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного

²Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України

ЗАЛИШКОВІ НАПРУЖЕННЯ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ ЕЛЕМЕНТІ СТВОЛА ПІД ТИСКОМ

Розглянуто модель оцінки залишкових напружень уздовж твірної елемента ствола, експлуатованого при високих тисках. На підставі цієї моделі встановлений розподіл тензора залишкової напруги і вектора переміщень, обумовлених пошкодженням та заданими зовнішніми зусиллями. Проведено числову реалізацію, відповідну до знайдених в роботі розрахункових співвідношень.

Ключові слова: бронетехніка, ресурс, міцність, залишкові напруження, елемент циліндричної труби.

Актуальність та аналіз публікацій

Сучасна бронетехніка, зокрема танки, зберігають за собою чи не найважливішу та основну роль у загальних військових формуваннях. Тому розвиток бронетехніки та танкової справи ставить на перше місце досягнення високих характеристик вогневої забезпеченості, захищеності й мобільності, що сприяє успіху бойових дій [1,2]. Важливим при цьому є забезпечення відповідного ресурсу щодо працездатності відповідальних елементів таких конструкцій в реальних умовах їх експлуатації. Одним із основних складових елементів танка є ствол, який вичерпує ресурс, втрачає міцність за рахунок появи в ньому різноманітних пошкоджень, зміни структури металу, виникнення залишкових напружень [3-5], які стають основним чинником його руйнування.

Постановка задачі

Розглянемо елемент ствола (рис. 1), підданий внутрішньому p_1 та зовнішньому p_2 тискам. Припустимо, що на деякій частині ствола вздовж твірної виникає пошкодження при його експлуатації. Ототожнимо цю частину ствола з пустотілим циліндром із внутрішнім та зовнішнім радіусами r і R відповідно. Будемо вважати, що такий циліндр перебуває в умовах плоскої деформації. Тому сформулюємо задачу для кільця, що задовольняє умови плоскої задачі [6,7].

Позначимо через γ і Γ контури кіл, які розміщені в площині xOy з центром на початку координат та з радіусами r і R відповідно. Прийемо, що функції $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ виражають переміщення в напрямках Ox та Oy .

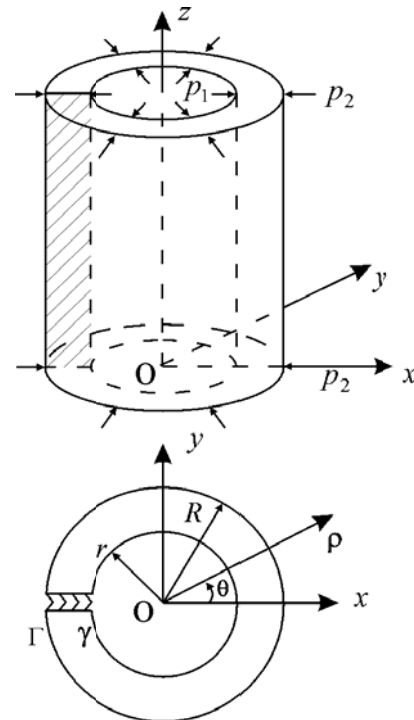


Рис. 1. Схема пошкодження елемента ствола

Нехай компоненти відповідного комплексного вектора переміщень $u + iv$ ($i^2 = -1$) при експлуатаванні елемента ствола у кільці на відрізку $-R < x < -r$ зазнали стрибка, який задаємо деякою відомою комплексною функцією $s(x) = s_1(x) + is_2(x)$. Компонента $s_1(x)$ відповідає стрибку переміщень уздовж пошкодження, а $s_2(x)$ - уперек. Тоді можемо записати, що

$$[u(x,0) + iv(x,0)]^+ - [u(x,0) + iv(x,0)]^- = s_1(x) + is_2(x), \quad (1)$$

де $-R \leq x \leq -r$.

Тут квадратні дужки зі знаками „+” „-” відповідають верхньому та нижньому берегам пошкодження.

Ставиться задача визначення компонент тензора напружень й вектора переміщень в елементі ствола при заданому формулою (1) стрибку переміщень та відповідних тисках на його поверхнях.

Використаємо циліндричну систему координат (ρ, θ, z) , яка зв'язана із декартовими координатами співвідношеннями $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$, $z = z$.

Основні співвідношення загального розв'язку задачі

Розглянемо трубний елемент та задамо граничні умови на його поверхнях. Оскільки для $\rho = r$ і $\rho = R$ зміна навантаження уздовж осі Oz відсутня, то розглядаємо тільки фізичні компоненти тензора напружень $\sigma_{\rho\rho}^*$ й $\sigma_{\theta\theta}^*$ поверхневого навантаження, що діє на внутрішню й зовнішню циліндричні поверхні й регламентується умовами експлуатації трубного елемента, зокрема зовнішнім і внутрішнім тисками. Для розв'язання задачі припустимо, що компоненти таких зусиль можуть бути розвинуті в ряд Фур'є за полярним кутом θ , тобто

$$\sigma_{\rho\rho}^* + i\sigma_{\theta\theta}^* = \begin{cases} \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k^{(1)} e^{ik\theta} & \text{для } \rho = r, \\ \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k^{(2)} e^{ik\theta} & \text{для } \rho = R. \end{cases} \quad (2)$$

Використовуючи вираження компонент тензора напружень через потенціали Колосова-Мухелішвілі [6] $\varphi(z)$, $\psi(z)$ за змінною $z = x + iy$:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 4 \operatorname{Re} \varphi'(z); \\ \sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2i\sigma_{xy} = -2[z\varphi''(z) + \psi'(z)] \end{cases} \quad (3)$$

після переходу від декартової системи координат до полярної запишемо, що на контурах навантажених поверхонь повинна виконуватись гранична умова

$$\varphi'(z) + \overline{\varphi'(z)} - e^{-2i\theta} [z\overline{\varphi''(z)} + \overline{\psi'(z)}] = \begin{cases} \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k^{(1)} e^{ik\theta} & \ddot{a}\ddot{e}\ddot{y} \quad z = re^{i\theta} \\ \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k^{(2)} e^{ik\theta} & \ddot{a}\ddot{e}\ddot{y} \quad z = Re^{i\theta}. \end{cases} \quad (4)$$

Розв'язки такої граничної задачі представимо через аналітичні функції $\varphi(z)$ і $\psi(z)$ рядами Лорана [8].

$$\varphi(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k z^k, \quad \psi'(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k z^k. \quad (5)$$

Інтегрування таких рядів приводить до співвідношень

$$\varphi(z) = a_{-1} \ln z + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq -1}}^{\infty} \frac{a_k z^{k+1}}{k+1}, \quad (6)$$

$$\psi(z) = b_{-1} \ln z + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq -1}}^{\infty} \frac{b_k z^{k+1}}{k+1}.$$

Скориставшись результатами робіт [6,7], після розв'язання відповідної системи алгебраїчних рівнянь, яка є результатом задоволення граничних умов (1) та (2), запишемо всі коефіцієнти в загальних розкладах (6) для комплексних потенціалів при заданому стрибку переміщень на місці пошкодження у трубному елементі ствола.

$$a_0 = \frac{R^2 g_0^{(2)} - r^2 g_0^{(1)}}{2(R^2 - r^2)}, \quad b_{-2} = \frac{r^2 R^2 (g_0^{(2)} - g_0^{(1)})}{R^2 - r^2}, \quad (7)$$

$$a_{-1} = \bar{b}_{-1} = \frac{i\mu(s_1 + is_2)}{4\pi(1-\nu)}.$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{2i\mu(s_1 + is_2)}{\pi(1+\kappa)(R^2 + r^2)} + \frac{R^3 g_1^{(2)} - r^3 g_1^{(1)}}{R^4 - r^4}; \\ b_{-3} = \frac{2i\mu(s_1 + is_2)R^2 r^2}{\pi(1+\kappa)(R^2 + r^2)} + \frac{R^3 r^3 (r g_1^{(2)} - R g_1^{(1)})}{R^4 - r^4}; \end{cases} \quad (8)$$

$$a_k = \frac{(R^{2-2k} - r^{2-2k})(R^{k+2} g_k^{(2)} - r^{k+2} g_k^{(1)}) - (1+k)(R^2 - r^2)(R^{2-k} g_k^{(2)} - r^{2-k} g_k^{(1)})}{(R^{2+2k} - r^{2+2k})(R^{2-2k} - r^{2-2k}) - (1-k^2)(R^2 - r^2)}$$

$$b_{-k-2} = r^{2k+2} \bar{a}_k + (1+k)r^2 a_{-2} - r^{k+2} \bar{g}_k^{(1)}, \quad k = \pm 2, \pm 3, \dots \quad (9)$$

Тут $\kappa = 3 - 4\nu$ для плоскої деформації і $\kappa = \frac{3-4\nu}{1+\nu}$ - у випадку плоского напруженого стану [6,7], μ - модуль зсуву, ν - коефіцієнт Пуассона.

На основі приведених загальних формул можемо уже розглядати різні комбінації тисків або інших можливих навантажень, заданих зовні та в середині труби ствола.

Напруження та переміщення в трубчатому елементі із заданим стрибком переміщень на пошкодженні та постійним тиском

Прийmemo, що на поверхнях циліндричного елемента задані тільки постійні інтенсивності напружень, тобто $g_0^{(1)} = p_1$, $g_0^{(2)} = p_2$ і $g_k^{(1)} = g_k^{(2)} = 0$ при $k \neq 0$. Тоді, в силу такого припущення, з урахуванням (5) одержуємо, що

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 4 \operatorname{Re} \varphi'(z) = 4 \operatorname{Re} \left(\frac{a_{-1}}{z} + a_0 + a_1 z \right)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2i\sigma_{xy} &= -2\left\{z\overline{\varphi''(z)} + \overline{\psi'(z)}\right\} = \\ &= -2\left(\overline{a_1}z - \frac{\overline{a_{-1}}}{z} + \frac{\overline{b_{-1}}}{z} + \frac{\overline{b_{-2}}}{z^2} + \frac{\overline{b_{-3}}}{z^3}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Далі, враховуючи зв'язок між полярними та декартовими координатами згідно з [6,7], записуємо, що

$$\begin{cases} \sigma_{\rho\rho} + \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{xx} + \sigma_{yy}; \\ \sigma_{\rho\rho} + \sigma_{\theta\theta} + 2i\sigma_{\rho\theta} = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy} + 2i\sigma_{xy})e^{-2i\theta}. \end{cases} \quad (11)$$

Тоді на основі формул (7)-(11) знаходимо компоненти тензора напружень:

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho\rho} &= \frac{2\mu}{\pi(\kappa+1)} \left[s_1 \left(\frac{r^2 R^2}{r^2 + R^2} \frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{\rho} + \frac{\rho}{r^2 + R^2} \right) \sin \theta + \right. \\ &+ s_2 \left(-\frac{r^2 R^2}{r^2 + R^2} \frac{1}{\rho^3} + \frac{1}{\rho} - \frac{\rho}{r^2 + R^2} \right) \cos \theta \left. + \right. \\ &+ \frac{R^2 p_2 - r^2 p_1}{R^2 - r^2} - \frac{1}{\rho^2} \frac{r^2 R^2 (p_2 - p_1)}{R^2 - r^2}; \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \frac{2\mu}{\pi(\kappa+1)} \left[s_1 \left(-\frac{r^2 R^2}{r^2 + R^2} \frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{\rho} + \frac{3\rho}{r^2 + R^2} \right) \sin \theta + \right. \\ &+ s_2 \left(\frac{r^2 R^2}{r^2 + R^2} \frac{1}{\rho^3} + \frac{1}{\rho} - \frac{3\rho}{r^2 + R^2} \right) \cos \theta \left. + \right. \\ &+ \frac{R^2 p_2 - r^2 p_1}{R^2 - r^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{r^2 R^2 (p_2 - p_1)}{R^2 - r^2}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$(s_1 \cos \theta + s_2 \sin \theta). \quad (14)$$

Виписемо також компоненти вектора переміщень. На основі формули [6]

$$2\mu(u + iv) = \kappa\varphi(z) - z\overline{\varphi'(z)} - \overline{\psi(z)} + 2\mu(\omega_0 iz + u_0 + iv_0), \quad (15)$$

де $\omega_0 iz + u_0 + iv_0$ відображає нескінченно мале зміщення елемента труби як єдиного цілого, компоненти u_0, v_0 відповідають нескінченно малим трансляціям, ω_0 - малому повороту;

а зі співвідношень (5) й (6) для комплексних потенціалів знаходимо складові вектора переміщень

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{2\pi(\kappa+1)} \left\{ s_1 \left[(\kappa+1)\theta + \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \frac{\kappa\rho^4 - r^2 R^2}{r^2 + R^2} \right) \sin 2\theta \right] + \right. \\ &+ s_2 \left[(\kappa-1)\ln\rho + \frac{2\rho^2}{r^2 + R^2} - \left(1 + \frac{1}{\rho^2} \frac{\kappa\rho^2 - r^2 R^2}{r^2 + R^2} \right) \cos 2\theta \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{2\mu} \left[\frac{1}{\rho} \frac{r^2 R^2 (p_2 - p_1)}{R^2 - r^2} + \rho(\kappa-1) \frac{R^2 p_2 - r^2 p_1}{R^2 - r^2} \right] \cos \theta, \\ v &= \frac{1}{2\pi(\kappa+1)} \left\{ s_1 \left[-2(\kappa-1)\ln\rho - \frac{2\rho^2}{r^2 + R^2} - \right. \right. \\ &- \left. \left(1 + \frac{\kappa\rho^2}{r^2 + R^2} - \frac{r^2 R^2}{r^2 + R^2} \frac{1}{\rho^2} \right) \cos 2\theta \right] + \\ &+ s_2 \left[(\kappa+1)\theta - \left(1 + \frac{\kappa\rho^2}{r^2 + R^2} - \frac{r^2 R^2}{r^2 + R^2} \frac{1}{\rho^2} \right) \sin 2\theta \right] + \\ &+ \frac{1}{2\mu} \left[\frac{1}{\rho} \frac{r^2 R^2 (p_2 - p_1)}{R^2 - r^2} + \frac{\rho(\kappa-1)}{2} \frac{R^2 p_2 - r^2 p_1}{R^2 - r^2} \right] \sin \theta. \end{aligned} \quad (17)$$

Формули (13)-(17) визначають напружено-деформований стан циліндричного елемента труби із пошкодженням уздовж твірної пустотілого циліндра, на поверхнях якого задані відповідні компоненти рівномірно заданих зусиль p_1 й p_2 . При $s_1 = s_2 = 0$ (стрибок відсутній) одержимо розподіл тензора напружень й вектора переміщення для суцільної труби під тиском, що збігається з відомими класичними результатами [6, 7, 9].

У випадку наявності уздовж твірної трубного елемента пошкодження, яке ініціює появу залишкових напружень, згідно з дослідженнями, наведеними в роботах [3-5], виникають переміщення типу укорочень. Якщо ці переміщення позначити через ε_1 й ε_2 відповідно уздовж осей Ox й Oy , то у формулах (13)-(17) потрібно взяти $s_1 = \varepsilon_1$, $s_2 = -\varepsilon_2$. Тоді це буде відповідати пошкодженню, змодельованому в рамках теорії пружності, яке викликає залишкові напруження при укороченнях в його зоні.

Відзначимо також, що розв'язок задачі про пошкодження циліндричного елемента труби уздовж її твірної є точним в рамках вихідної постановки задачі. На основі такого розв'язку можна проводити оцінювання несучої здатності трубоподібних елементів, послаблених краєвими та прикраєвими, або наскрізними щілинами [10], що є необхідними для механіки руйнування при побудові критеріїв розвитку й поширення щілин в реальних трубоподібних конструкціях, які експлуатуються в умовах дії сучасних робочих умов та середовищ. Зокрема подання розв'язку такої задачі в точному аналітичному представленні (13)-(17) уможливило проведення експериментальних досліджень [11] для визначення пружних та міцнісних характеристик матеріалів, необхідних при проектуванні та виготовленні стволів та трубних елементів сучасної бронетехніки.

Числові розрахунки

На основі записаних вище розрахункових формул були проведені обчислення компонент тензора

напружень та вектора переміщень для різних координатних значень θ і ρ . При розрахунках приймалися наступні пружні характеристики для сталі: $\nu = 0,3$, $\mu = 1,3 \cdot 10^4$ МПа. Вважалося, що усадки, зніщені пошкодженням, були $\varepsilon_1 = 0,002$ м, $\varepsilon_2 = 0,006$ м, а експлуатація труби з внутрішнім діаметром $d = 0,852$ м

та товщиною стінки $h = 0,05$ м відбувається під дією зовнішнього та внутрішнього тисків з величинами $p_1 = -35$ МПа $p_2 = 1$ МПа. Відповідні графіки зміни залишкових напружень та переміщень за відсутності, а також наявності експлуатаційних тисків зображені (рис. 2-3).

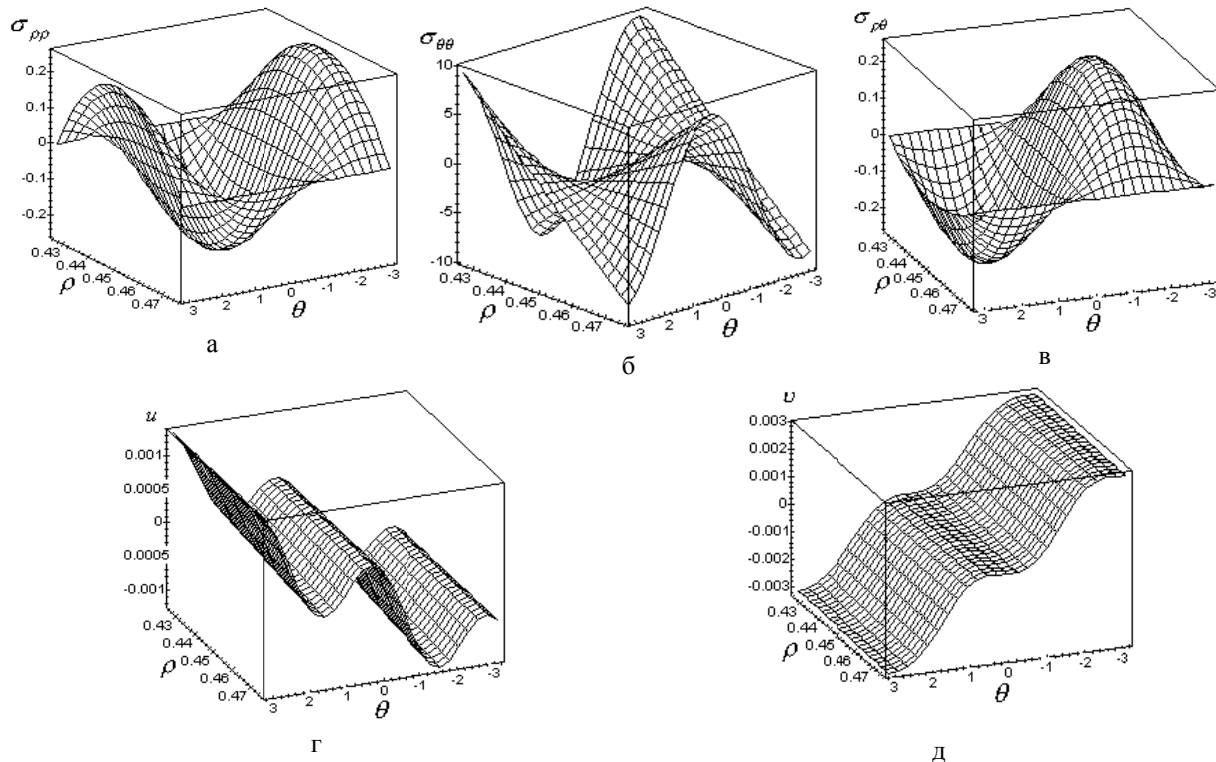


Рис. 2. Характер зміни залишкових напружень в МПа:

а – $\sigma_{\rho\rho}$; б – $\sigma_{\theta\theta}$; в – $\sigma_{\rho\theta}$ та переміщень в м: г – u ; д – v , у залежності від ρ і θ при відсутності тисків

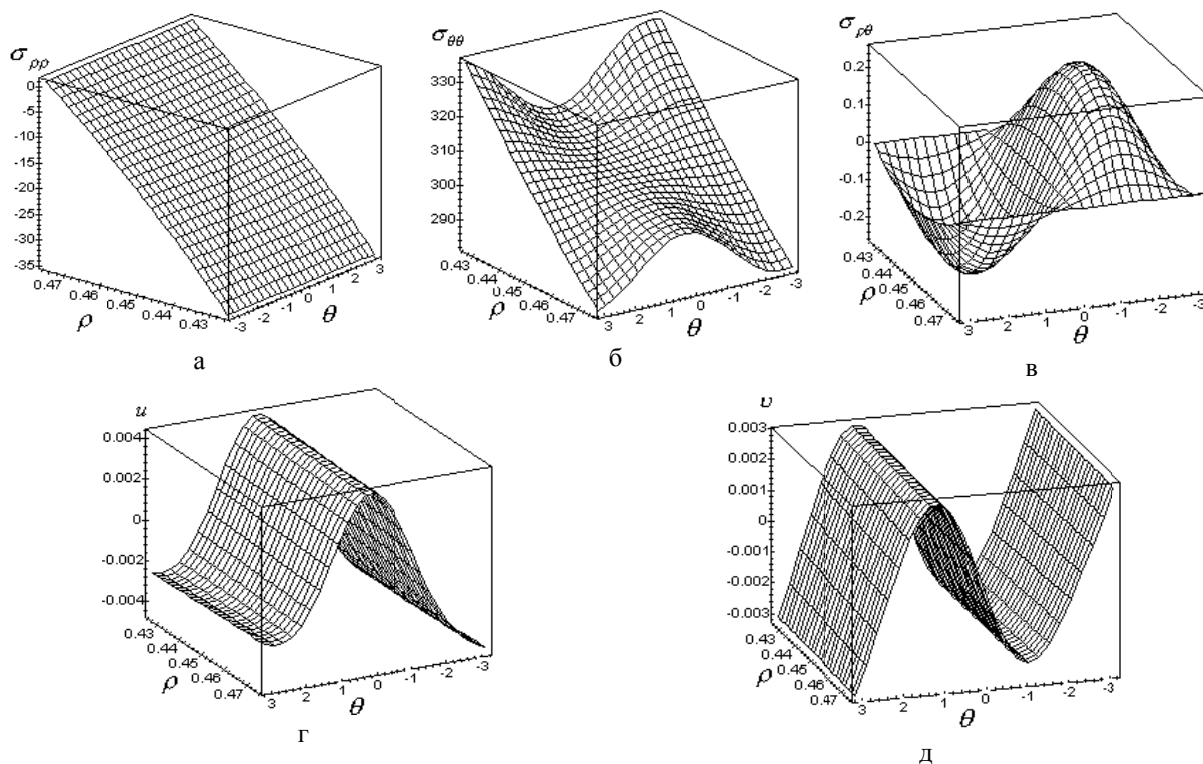


Рис. 3. Характер зміни напружень в МПа:

а – $\sigma_{\rho\rho}$; б – $\sigma_{\theta\theta}$; в – $\sigma_{\theta\rho}$ та переміщень в м: г – u ; д – v , в залежності від ρ і θ при $p_1 = -35$ МПа та $p_2 = 1$ МПа

Висновки

Для розрахунку залишкових напружень при пошкодженні уздовж твірної циліндричної труби ствола пропонується визначати залишкові зварні напруження аналітичним методом теорії пружності, який базується на задані стрибка переміщень, еквівалентного усадці пошкодження.

Як видно з графічного матеріалу, зображеного на рис. 2а, зміна напружень $\sigma_{\rho\rho}$ вказує, хоча й незначне, але на деяке відхилення від очікуваної симетрії в розподілі цих напружень. Це пояснюється заданням усадки s_1 . Характер зміни $\sigma_{\theta\theta}$ зображений на рис. 2б. Цей розподіл при малих значеннях усадки s_1 майже симетричний відносно площини, в якій знаходиться пошкодження. Зсувні напруження $\sigma_{\rho\theta}$ (рис. 2в) досягають екстремальних значень при кутах θ , близьких до $\pm\pi/2$. Числовий аналіз (рис. 2г,д) компонент переміщень u та v підтверджує задані граничні умови на стрибок, а також вказує на нерівномірність характеру їх зміни із зміною кута θ .

Поведінка залишкових напружень в трубі під тиском значно відрізняється від такої ж без тиску (рис. 3а,б). Найбільш суттєвою є зміна напружень $\sigma_{\theta\theta}$. Також зауважимо, що тиск в трубі не впливає на характер поведінки дотичних залишкових напружень $\sigma_{\rho\theta}$ (рис. 3в). Однак, вплив тиску при існуючих залишкових напруженнях в трубі для переміщень u є значним та міняє характер їх поведінки (рис. 2-3г). В той же час, хоча характер зміни переміщень v для труби під тиском змінюється, незмінним залишається абсолютний розмах цих величин.

Остаточные напряжения в цилиндрическом элементе ствола под давлением

Б.И. Сокил, М.Г. Стащук, О.С. Петрученко

Рассмотрено модель оценки остаточных напряжений вдоль образующей элемента ствола, эксплуатируемого при высоких давлениях. На основании этой модели установлено распределение тензора остаточных напряжений и вектора перемещений, обусловленных повреждениями и заданными внешними усилиями. Произведено числовую реализацию, соответствующую найденным в работе расчетным соотношениям.

Ключевые слова: бронетехника, ресурс, прочность, остаточные напряжения, элемент цилиндрической трубы.

Calculation of remaining tensions in cylindrical pipe force-feed with guy-sutures along formative

B. Sokil, N. Stashchuk, O. Petruchenko

The model of estimation of remaining tensions is considered along the generatrix of element of barrel, on-the-road at high pressures. On the basis of this model distribution of tensor of remaining tensions and vector of moving, conditioned by damages and set external efforts is set. Numerical realization, corresponding to the calculation correlations found in-process, is produced.

Keywords: armores vehicles, resource, durability, remaining tensions, element of cylindrical pipe.

Список літератури

1. Лосик О. Имеют ли танки будущее / О. Лосик, О. Брилев // Техника и вооружение. – 2005. – №12. – С.2 – 7, – 2006. – №1. – С. 9 – 14.
2. Горячев Ю. Огневая мощь танков / Ю. Горячев, А. Пантелеев // Военный парад. – 2005. – №2. – С.34 – 36.
3. Биргер И. А. Остаточные напряжения. – М.: ГНТИМЛ, 1963. – 323 с.
4. Подстригач Я.С., Осадчук В.А. Маргоглин А.М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций – К.: Наук. думка, 1991. – 296с.
5. Чернышев Г.Н., Попов А.Л., Козинцев В.М., Пономарев И.И. Остаточные напряжения в деформируемых твердых телах. – М.: Наука. Физматлит. – 1996. – 240с.
6. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
7. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979, – 506 с.
8. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с.
9. Сегаль А.И. Прикладная теория упругости. – Л.: Гос. изд. судостроительной промышленности, 1957. – 246 с.
10. Стащук Н.Г. Задачи упругих тел с трещиноподобными дефектами. – К.: Наук. думка, 1993. – 358 с.
11. Экспериментальная механика: В 2-х книгах: Книга 1,2. [Пер. с англ.] / Под ред. А. Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – 616с., 552 с.

Рецензент: д. ф.-м. н., проф. В.М. Юзевич, Фізико-механічний інститут імені Г.В. Карпенка НАН України, Львів.