

умовах спекотного пустельного клімату Республіки Ірак// Миротворча діяльність Збройних Сил України та досвід застосування підрозділів Збройних Сил України в операції багатонаціональних сил зі створення умов стабільності та безпеки в Республіці Ірак. – К.: ННДЦ ОТ і ВБ України, 2005. – 400 с.

4. Чорний М.В. Обґрунтування пропозицій щодо визначення необхідного рівня захисту автомобілів багатоцільового призначення в залежності від характеру та місця виконання ними завдань / М.В. Чорний, О.М. Курпінченко, В.А. Голуб // Системи озброєння і військова техніка. – 2010. – № 2(22). – С. 182-187.

5. Семенов В. Золотые грабли, или чем IVECO лучше «Тигра» / В. Семенов // Техника и вооружение. – 2010. – № 12. – С. 2-12.

6. Корчак Ю.В. Бронирование военной автомобильной техники / Ю.В. Корчак, А.В. Сошников, Р.В. Реулов // Военная мысль. – 2010. – № 10. – С. 41-46.

7. Бобров Б.И. Определение оптимального соотношения толщины стальных слоев в композитной 3-слойной броне / Б.И. Бобров, А.А. Кондратьев, Н.Н. Морозов, В.Е. Никитин // Вестник бронетанковой техники. – 1989. – № 12. – С. 22-24.

8. Голуб В.А. Влияние габаритных размеров и скорости руху автомобіля багатоцільового призначення на ефективність його обстрілу зі стрілецької зброї / В.А. Голуб // Збірник наукових праць ЦНДІ ОВТ ЗСУ. – 2011. – № 18. – С. 83-90.

**Рецензент:** А.В. Гурнович, д.т.н., с.н.с., начальник науково-дослідного управління розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ ЦНДІ ОВТ ЗС України, Київ.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СРЕДНЕГО КОЛИЧЕСТВА ПОПАДАНИЙ В АВТОМОБИЛЬ МНОГОЦЕЛЕВОГО НАЗНАЧЕНИЯ

В.А. Голуб

*В статье проведено определение законов распределения количества попаданий в автомобиль многоцелевого назначения при его обстреле из стрелкового оружия и математические ожидания числа попаданий при ограничении времени обстрела. При этом учтены нечеткие значения скорости движения автомобиля и дальности, с которой осуществляется обстрел, отклонение условий стрельбы от нормальных и уровень подготовленности личного состава. Результаты моделирования дают возможность обосновывать рекомендации по внедрению конструктивных мероприятий по повышению живучести.*

**Ключевые слова:** обстрел, количество попаданий, модель обстрела, время поражения, условия стрельбы, подготовленность стрелков.

## LAW OF DISTRIBUTION OF AVERAGE NUMBER OF HITS IN THE MULTI-PURPOSE VEHICLE

V. Holub

*In the article the definition of the laws of distribution of hits in the multi-purpose vehicle during its engagement by small arms and mathematical expectations of the number of hits while limiting the time of firing. At the same time take into account fuzzy values of vehicle speed and distance with which the shooting, the deviation from the normal firing conditions and level of training of personnel. The results of the simulation make it possible to justify the recommendation to implement meaningful measures to improve survivability.*

**Keywords:** shooting, the number of hits, the model of fire, the time of fire, firing conditions, preparedness shooters.

УДК 519.876.5

В.І. Грабчак<sup>1</sup>, В.М. Супрун<sup>2</sup>, А.М. Заскока<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

<sup>2</sup> Сумський державний університет, Суми

## АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ БОЮ МІЖ ПРОТИДІЮЧИМИ УГРУПОВАННЯМИ

*В статті представлена аналітична модель бою між протидіючими угрупованнями, динаміка якої описується системою лінійних диференціальних рівнянь. Знайдений у явному вигляді розв'язок системи диференціальних рівнянь, при відповідних початкових умовах. Отримані розрахункові формули для визначення середніх чисельностей бойових одиниць протидіючих сторін, що збереглися на будь-який момент часу ведення бою, та встановлена функціональна залежність між їх середніми чисельностями.*

*Введений коефіцієнт переваги, який дає можливість оцінити перевагу однієї сторони над іншою і спрогнозувати результати бою. Розглянутий практичний приклад функціонування моделі, наведена динаміка втрат середніх чисельностей бойових засобів кожної з сторін на довільний час ведення бою як при одночасній вогневій дії, так і з урахуванням упереджувального вогневого нальоту.*

**Ключові слова:** аналітична модель бою, середні чисельності бойових одиниць, коефіцієнт переваги.

## Вступ

**Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури.** Для опису і оцінки бойових дій між протидіючими угрупованнями у теперішній час розроблена велика кількість математичних моделей. При оперативно-тактичних розрахунках широке застосування знайшли аналітичні моделі бою. За допомогою моделей групового бою визначаються основні параметри, які характеризують динаміку бойових дій. До таких параметрів відносяться, наприклад, прогнозування бою, темп втрат протидіючих сторін, їх абсолютна або відносна чисельність і зміна в ході бою, побудова і щільність бойових порядків і т.ін.

При побудові аналітичних моделей бою досить часто використовують метод динаміки середніх [1, 2, 3]. У найпростішому випадку двосторонній бій між протидіючими угрупованнями описується аналітичною моделлю у вигляді системи диференціальних рівнянь Ланчестера [1, 2, 3, 4]. Ці моделі хоча і не враховують цілий ряд важливих факторів, які супроводжують бій (наприклад, бойові порядки та тактику ведення бойових дій протидіючих сторін, рельєф місцевості, умови спостереження і ін.), але дають можливість прогнозувати наслідок бою і оцінювати співвідношення сил протидіючих сторін.

В роботі [5] розглянуто узагальнення аналітичної моделі бойових дій однорідних угруповань для випадку, коли складові правої частини рівнянь Ланчестера (ефективні скорострільності) розглядаються як функції часу. Отримані аналітичні залежності дозволяють розрахувати середні чисельності бойових одиниць протидіючих сторін, що збереглися на будь-який момент часу  $t$  ведення бою.

В той же час суттєвим недоліком цих моделей є умова однорідності бойових засобів протидіючих сторін. Ця умова обмежує їх застосування для моделювання бойових дій різнорідних угруповань, двосторонній бій яких в реальних умовах є найбільш типовим.

Перспективним напрямом опису і оцінки бойових дій між протидіючими угрупованнями є розробка аналітичних моделей ведення бою, між двома угрупованнями з різнорідними бойовими засобами для випадку, коли складові правої частини диференціальних рівнянь (ефективні скорострільності) розглядаються як функції часу; отримання

аналітичних залежностей, які дозволяють спрогнозувати наслідок бою між угрупованнями, до складу яких входять різнорідні бойові засоби, знаходити середні чисельності бойових одиниць протидіючих сторін, що збереглися, на будь-який момент часу ведення бою [6].

**Метою статті** є побудова аналітичної моделі бою між протидіючими угрупованнями, яка описується системою лінійних диференціальних рівнянь, розв'язок якої при відповідних початкових умовах можливо знайти у явному вигляді; отримання розрахункових формул для визначення середніх чисельностей бойових одиниць протидіючих сторін, що збереглися на будь-який момент часу ведення бою, та установити функціональну залежність між їх середніми чисельностями. Навести практичний приклад функціонування розробленої моделі.

## Основна частина

**1. Формалізація задачі.** Нехай у бойових діях беруть участь два різнорідні протидіючі угруповання (сторони  $I$  і  $II$ ).

Позначимо через  $N_1$  число бойових одиниць сторони  $I$ , а через  $N_2$  число бойових одиниць сторони  $II$ .

Припустимо, що має місце наступна організація бою:

– кожна бойова одиниця сторони  $I$  здатна вести вогонь по будь-якій бойовій одиниці сторони  $II$ , і навпаки;

– одним пострілом уражається не більше однієї бойової одиниці;

– уражена бойова одиниця миттєво припиняє вогонь, тобто вважається знищеною;

– кожна бойова одиниця сторони  $I$  або  $II$  спричиняє пуасонівський потік уражаючих пострілів з відповідними інтенсивностями, причому в який завгодно момент часу  $t$  ведення бою сумарний потік уражаючих пострілів кожної сторони пропорційний математичному очікуванню числа бойових одиниць, що збереглися;

– вогонь усіх бойових одиниць (що збереглися) кожної сторони розподіляється рівномірно між усіма бойовими одиницями іншої сторони як уражених, так і неуражених (перенесення вогню не відбувається).

При зроблених вище припущеннях процес динаміки бою між сторонами  $I$  і  $II$  може бути описаний [7–9] випадковим марковським процесом з дискретною множиною станів і неперервним часом. Це означає, що шукані середні чисельності бойових одиниць, що збереглися на момент часу  $t$  ведення бою, можуть бути знайдені як розв'язок системи диференціальних рівнянь.

Найбільш загальним і розповсюдженим видом аналітичних моделей, які описують бій між протидіючими угрупованнями, є система диференціальних рівнянь виду

$$\begin{cases} \frac{dm_1(t)}{dt} = f_1[m_1(t), m_2(t), u, v, t], \\ \frac{dm_2(t)}{dt} = f_2[m_1(t), m_2(t), u, v, t]. \end{cases} \quad (1)$$

де  $m_1, m_2$  – середні чисельності бойових засобів протидіючих сторін на момент часу;  $u, v$  – компоненти управління;  $t$  – час ведення бою.

**2. Побудова математичної моделі бою.** Нехай існує деяка фізична система  $S$ , яка описує бій між різнорідними протидіючими угрупованнями (сторони  $I$  і  $II$ ).

Позначимо через  $S_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) можливі стани, в яких може перебувати бойова одиниця кожної з сторін, тобто  $S_1(S_2)$  – бойова одиниця сторони  $I$  ( $II$ ) не уражена;  $S_3(S_4)$  – бойова одиниця сторони  $I$  ( $II$ ) уражена.

Будемо вважати також, що в системі  $S = (S_1, S_2, S_3, S_4)$  протікає марковський процес  $X = X(t)$ ,  $t \geq 0$  з дискретною множиною станів і неперервним часом. Тоді  $P_i(t) = P\{X(t) = i\}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) ймовірність того, що в момент часу  $t$  система  $S$  знаходиться в одному з можливих станів  $S_1, S_2, S_3, S_4$ . Перехід системи  $S$  із стану  $S_i$  в стан  $S_j$  ( $i \neq j$ ) відбувається миттєво під дією пуассонівського потоку подій з інтенсивністю  $\lambda_{ij}(t)$ .

Процес переходу системи  $S$  із стану в стан покажемо за допомогою графа, наведеного на рис. 1.

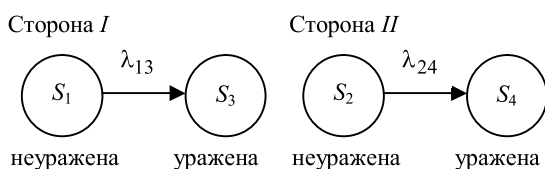


Рис. 1. Граф станів бойових одиниць сторін  $I$  і  $II$

Згідно з [2, 10], для ймовірностей станів  $P_1(t)$  і  $P_2(t)$ , з якими перебувають бойові одиниці сторін  $I$

і  $II$  відповідно у станах  $S_1$  і  $S_2$  (при  $\lambda_{ij}(t) = const$ ), отримуємо наступну систему диференціальних рівнянь Колмогорова

$$\begin{cases} \frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda_{13}P_1(t), \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = -\lambda_{24}P_2(t). \end{cases} \quad (2)$$

де  $\lambda_{13}$  і  $\lambda_{24}$  – середня скорострільність бойових одиниць.

Визначимо параметри  $\lambda_{13}$  і  $\lambda_{24}$  для довільного моменту часу  $t$  ведення бою. Виходячи з фізичного змісту задачі маємо:

а) в ході бою кожна бойова одиниця сторони  $II$  учиняє по стороні  $I$  пуассонівський потік вражаючих пострілів з інтенсивністю  $\lambda_2\theta_2P_2(I/\theta_2)$ , де  $\lambda_2$  – скорострільність,  $\theta_2$  – імовірність накриття цілі сторони  $I$  областю розривів,  $P_2(I/\theta_2)$  – умовна ймовірність ураження цілі за умови, що вона накрита зоною рівномірного розсіювання;

б) позначимо через  $m_2(t)$  число бойових одиниць сторони  $II$ , що збереглися на момент часу  $t$ , тоді середнє число успішних пострілів сторони  $II$  по стороні  $I$  буде наступним  $\lambda_2\theta_2P_2(I/\theta_2)m_2$ ;

в) згідно з організацією бою перенесення вогню не відбувається, тобто обстрілюються усі цілі як уражені, так і не уражені, тому середнє число цілей, що обстрілюються, необхідно розділити на загальне число цілей сторони  $I$  – на  $N_1$ .

Таким чином, параметр  $\lambda_{13}$  з (2) визначається наступним співвідношенням

$$\lambda_{13} = \frac{\lambda_2\theta_2P_2(I/\theta_2)}{N_1}, \quad (3)$$

аналогічно можна показати, що

$$\lambda_{24} = \frac{\lambda_1\theta_1P_1(II/\theta_1)}{N_2}. \quad (4)$$

Підставимо (3) і (4) в (2). Скориставшись тепер принципом квазірегулярності [2, 7], отримуємо аналітичну модель бою між різнорідними протидіючими угрупованнями (сторони  $I$  і  $II$ ) у вигляді наступної системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dm_1(t)}{dt} = -\frac{\lambda_2\theta_2P_2(I/\theta_2)}{N_1}m_1(t), m_2(t), \\ \frac{dm_2(t)}{dt} = -\frac{\lambda_1\theta_1P_1(II/\theta_1)}{N_2}m_1(t), m_2(t). \end{cases} \quad (5)$$

Система (5) дає можливість описувати зміну середніх чисельностей  $m_1(t)$  і  $m_2(t)$  бойових одиниць протидіючих сторін з урахуванням організації бою на момент часу  $t$ .

Перейдемо в (5) до відносних середніх чисельностей сторін, поклавши

$$\hat{m}_1(t) = \frac{m_1(t)}{N_1} \quad \text{і} \quad \hat{m}_2(t) = \frac{m_2(t)}{N_2},$$

отримаємо аналітичну модель у вигляді

$$\begin{cases} \frac{d\hat{m}_1(t)}{dt} = -\frac{\lambda_2 \theta_2 E_2 (I / \theta_2)}{N_1} \hat{m}_1(t), \hat{m}_2(t), \\ \frac{d\hat{m}_2(t)}{dt} = -\frac{\lambda_1 \theta_1 E_1 (I / \theta_1)}{N_2} \hat{m}_1(t), \hat{m}_2(t). \end{cases} \quad (6)$$

**3. Розв'язок системи диференціальних рівнянь.** Для зручності викладок покладемо

$$\frac{\lambda_2 \theta_2 P_2 (I / \theta_2)}{N_1} = S_2, \quad \frac{\lambda_1 \theta_1 P_1 (I / \theta_1)}{N_2} = S_1,$$

тоді (5) запишеться наступним чином

$$\begin{cases} \frac{dm_1(t)}{dt} = -S_2 m_1(t), m_2(t), \\ \frac{dm_2(t)}{dt} = -S_1 m_1(t), m_2(t). \end{cases} \quad (7)$$

Розв'язок (7) знаходимо в явному вигляді при  $S_1 = const$  і  $S_2 = const$  і початкових умовах

$$t = 0, \quad m_1(0) = N_1, \quad m_2(0) = N_2. \quad (8)$$

Згідно з [11] поділимо друге рівняння системи (7) на перше, маємо

$$\frac{dm_2}{dm_1} = \frac{S_1}{S_2} \quad \text{або} \quad dm_2 = \frac{S_1}{S_2} dm_1. \quad (9)$$

Інтегруючи праву і ліву частину рівняння (9), отримуємо

$$m_2 = \frac{S_1}{S_2} m_1 + c. \quad (10)$$

Постійну інтегрування  $c$  знайдемо за умови (8), тоді

$$c = N_2 - \frac{S_1}{S_2} N_1. \quad (11)$$

Після підстановки (11) в (10) знаходимо

$$m_2 = \frac{S_1}{S_2} m_1 + N_2 - \frac{S_1}{S_2} N_1. \quad (12)$$

Покладемо в першому рівнянні системи (7) замість  $m_2$  отримане співвідношення (12) і приходимо до диференціального рівняння першого порядку з відокремленими змінними відносно шуканої функції  $m_1(t)$

$$\frac{dm_1}{dt} = -S_1 m_1^2 - (S_2 N_2 - S_1 N_1) m_1$$

або

$$\frac{dm_1}{S_1 m_1^2 + (S_2 N_2 - S_1 N_1) m_1} = -dt. \quad (13)$$

Зведемо (13) до зручного для інтегрування вигляду, маємо

$$S_1 \left\{ \frac{dm_1}{\left[ m_1 + \frac{(S_2 N_2 - S_1 N_1)}{2S_1} \right]^2 - \left[ \frac{(S_2 N_2 - S_1 N_1)}{2S_1} \right]^2} \right\} = -dt.$$

Після інтегрування і врахування початкових умов (8) знаходимо  $m_1(t)$  та  $m_2(t)$

$$\begin{aligned} m_1(t) &= \frac{N_1 (S_2 N_2 - S_1 N_1)}{S_2 N_2 e^{(S_2 N_2 - S_1 N_1)t} - S_1 N_1}, \\ m_2(t) &= \frac{N_2 (S_1 N_1 - S_2 N_2)}{S_1 N_1 e^{(S_1 N_1 - S_2 N_2)t} - S_2 N_2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким чином, при постійних  $S_1$  і  $S_2$  розв'язок системи (5) знайдено у явному вигляді

$$\begin{cases} m_1(t) = \frac{N_1 (S_2 N_2 - S_1 N_1)}{S_2 N_2 e^{(S_2 N_2 - S_1 N_1)t} - S_1 N_1}, \\ m_2(t) = \frac{N_2 (S_1 N_1 - S_2 N_2)}{S_1 N_1 e^{(S_1 N_1 - S_2 N_2)t} - S_2 N_2}. \end{cases} \quad (15)$$

В термінах відносних середніх чисельностей розв'язок (6) буде наступним

$$\begin{cases} \hat{m}_1(t) = \frac{\hat{S}_2 - \hat{S}_1}{\hat{S}_2 e^{(\hat{S}_2 - \hat{S}_1)t} - \hat{S}_1}, \\ \hat{m}_2(t) = \frac{\hat{S}_1 - \hat{S}_2}{\hat{S}_1 e^{(\hat{S}_1 - \hat{S}_2)t} - \hat{S}_2}, \end{cases} \quad (16)$$

де  $\hat{S}_1 = S_1 N_1$ ,  $\hat{S}_2 = S_2 N_2$ .

**4. Дослідження основних параметрів моделі, які впливають на результат бою.** Побудована аналітична модель бою (5) дає можливість проаналізувати динаміку бою між двома різнорідними протидіючими угрупованнями і спрогнозувати його наслідки з урахуванням різних факторів, а саме:

4.1. Функціональна залежність між середніми чисельностями бойових одиниць протидіючих сторін.

Позначимо через  $\hat{m}_1 = \frac{m_1}{N_1}$  і  $\hat{m}_2 = \frac{m_2}{N_2}$  відносні

середні чисельності бойових одиниць сторін I і II, що збереглися на момент часу  $t$  ведення бою, тоді з (12) отримуємо

$$\hat{m}_1(t) = 1 - \frac{S_2 N_2}{S_1 N_1} [1 - \hat{m}_2(t)] \quad (17)$$

або

$$\hat{m}_1(t) = k \hat{m}_2(t) + b, \quad (18)$$

де  $k = \frac{S_2 N_2}{S_1 N_1}$ ,  $b = 1 - k$ .

Тобто між  $\hat{m}_1(t)$  і  $\hat{m}_2(t)$  існує функціональна залежність  $\hat{m}_1(t) = F[\hat{m}_2(t)]$  і при  $k = const$  вона описується лінійною функцією (18).

4.2. Умови, за яких одна зі сторін має перевагу над іншою.

У випадкові, коли коефіцієнт  $k = 1$  у протидії між сторонами I і II має місце момент динамічної

рівноваги. Найпростіший варіант при  $N_1 = N_2$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2$ ,  $\theta_1 = \theta_2$ ,  $P_1(I/\theta_1) = P_2(I/\theta_2)$ .

Якщо ж  $k < 1$ , то перемагає сторона  $I$ , а при  $k > 1$  – сторона  $II$ .

Таким чином, коефіцієнт  $k$  характеризує перевагу однієї сторони над іншою і може виступати в якості характеристичної оцінки бою.

На рис. 2 наведена графічна ілюстрація цього факту:

- А – область перемоги сторони  $I$ ;
- В – область перемоги сторони  $II$ .

4.3. По якому закону розвивається бій у випадку рівних бойових потенціалів.

Розглянемо ситуацію, коли потенціали сторін  $I$  і  $II$  рівні ( $\hat{S}_1 N_1 = \hat{S}_2 N_2$ ) або наближаються один до одного. Тоді, наприклад, з (16) маємо

$$\lim_{\hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2} \hat{m}_1(t) = \lim_{\hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2} \hat{m}_2(t) = \lim_{\hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2} \frac{\hat{S}_1 - \hat{S}_2}{\hat{S}_1 e^{(\hat{S}_1 - \hat{S}_2)t} - \hat{S}_2} \quad (19)$$

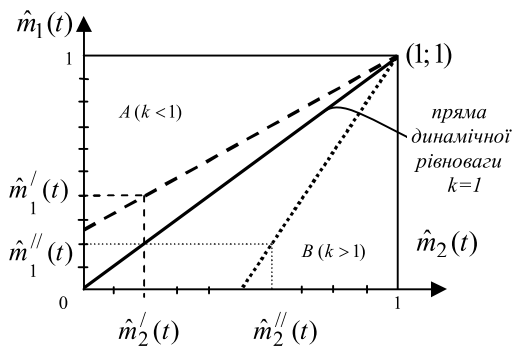


Рис. 2. Залежність відносних середніх величин чисельностей бойових засобів сторін  $I$  і  $II$

Очевидно, що при  $\hat{S}_1 = \hat{S}_2$  в (19) має місце невизначеність типу  $\left(\frac{0}{0}\right)$ , тому для знаходження границі скористаємося розкладом в ряд Маклорена функції  $e^x = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \dots$ , тоді

$$\begin{aligned} \lim_{\hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2} \frac{\hat{S}_1 - \hat{S}_2}{\hat{S}_1 e^{(\hat{S}_1 - \hat{S}_2)t} - \hat{S}_2} &= \\ &= \lim_{\hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2} \frac{\hat{S}_1 - \hat{S}_2}{\hat{S}_1 \left[ 1 + (\hat{S}_1 - \hat{S}_2)t + \frac{(\hat{S}_1 - \hat{S}_2)^2 t^2}{2!} + \dots \right] - \hat{S}_2} = \\ &= \lim_{\hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2} \frac{\hat{S}_1 - \hat{S}_2}{(\hat{S}_1 - \hat{S}_2) \left[ 1 + \hat{S}_1 t + \hat{S}_1 \frac{(\hat{S}_1 - \hat{S}_2) t^2}{2!} + \dots \right]} = \frac{1}{1 + \hat{S}_1 t} \end{aligned} \quad (20)$$

Таким чином, якщо  $\hat{S}_1 = \hat{S}_2 (\hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2)$ , то з (20) випливає, що

$$\hat{m}_1(t) = \hat{m}_2(t) = \frac{1}{1 + \hat{S}_1 t} \quad (21)$$

або, в термінах (15)

$$\hat{m}_1(t) = \hat{m}_2(t) = \frac{N_1}{1 + \hat{S}_1 N_1 t} \quad (22)$$

#### 4.4. Тривалість бойових дій між сторонами $I$ і $II$ .

Для аналізу бойових дій між протидіючими сторонами важливим є визначення тривалості бою (час від початку бою до того моменту, коли одна з сторін припиняє бій).

Нехай  $\hat{S}_1^I$  і  $\hat{S}_1^{II}$  відносні критичні значення середніх чисельностей, при яких сторони  $I$  і  $II$  втрачають боєздатність (припиняють бойові дії), визначаються за умови втрати бойових засобів більш ніж 50% від загальної кількості.

Розглянемо два випадки:

а) перемагає сторона  $I$ , тобто

$$k < 1, \text{ а } \hat{S}_2 = \hat{S}_2^{I^2};$$

б) перемагає сторона  $II$ , тобто

$$k > 1, \text{ а } \hat{S}_1 = \hat{S}_1^{II},$$

і знайдемо час тривалості бойових дій.

З першого рівняння (16) маємо при  $\hat{S}_2 = \hat{S}_2^{I^2}$

$$\hat{m}_1 = \frac{\hat{S}_2^{I^2} - \hat{S}_1}{\hat{S}_2^{I^2} e^{(\hat{S}_2^{I^2} - \hat{S}_1)t} - \hat{S}_1}$$

Звідки, послідовно виконуючи перетворення, отримуємо

$$e^{(\hat{S}_2^{I^2} - \hat{S}_1)t} = \frac{\hat{m}_1 \hat{S}_1 + \hat{S}_2^{I^2} - \hat{S}_1}{\hat{m}_1 \hat{S}_2^{I^2}} \quad (23)$$

або, після логарифмування правої і лівої частини рівності (23)

$$t = \frac{1}{(\hat{S}_2^{I^2} - \hat{S}_1)} \ln \left( \frac{\hat{m}_1 \hat{S}_1 + \hat{S}_2^{I^2} - \hat{S}_1}{\hat{m}_1 \hat{S}_2^{I^2}} \right)$$

Таким чином, при  $k < 1$  і  $\hat{S}_2 = \hat{S}_2^{I^2}$  (перемагає сторона  $I$ ) час закінчення бойової операції, в термінах коефіцієнта переваги  $k$ , визначається співвідношенням

$$t_I = 1 - \frac{\ln \left( \frac{\hat{m}_1 k}{\hat{m}_1 + k - 1} \right)}{\hat{S}_2 (1 - k)} \quad (24)$$

Аналогічно попередньому з другого рівняння (16) при  $\hat{S}_1 = \hat{S}_1^{II}$  маємо

$$\hat{m}_2 = \frac{\hat{S}_1^2 - \hat{S}_2}{\hat{S}_1^2 e^{(\hat{S}_1^2 - \hat{S}_2)t} - \hat{S}_2}.$$

Звідки при  $k > 1$  і  $\hat{S}_1 = \hat{S}_1^2$  отримуємо формулу для визначення часу закінчення бойових дій стороною II

$$t_{22} = \frac{\ln \left( \frac{\hat{m}_2}{\hat{S}_2 \left( 1 - \frac{1}{k} \right)} \right)}{\hat{S}_2 \left( 1 - \frac{1}{k} \right)}. \quad (25)$$

4.5. Залежність між відносними середніми чисельностями протидіючих сторін.

Запишемо розв'язок (16) системи диференціальних рівнянь у вигляді

$$\begin{cases} \hat{m}_1(t) = \frac{k-1}{ke^{\left(\frac{k-1}{k+1}\right)\tilde{t}} - 1}, \\ \hat{m}_2(t) = \frac{1-k}{e^{-\left(\frac{k-1}{k+1}\right)\tilde{t}} - k} \end{cases} \quad (26)$$

де  $\tilde{t} = (\hat{S}_1 + \hat{S}_2)t$  – зведений час.

Для подальшого аналізу результату протидії між сторонами I і II розглянемо відношення відносних середніх чисельностей  $\hat{m}_1$  і  $\hat{m}_2$ , тоді з (26), в термінах коефіцієнта  $k$ , маємо

$$\omega(t) = \frac{\hat{m}_1(t)}{\hat{m}_2(t)} = e^{-\left(\frac{k-1}{k+1}\right)\tilde{t}}. \quad (27)$$

Очевидно з (27), що при  $k < 1$

$$e^{-\left(\frac{k-1}{k+1}\right)\tilde{t}} = e^\alpha > 1,$$

тобто  $\hat{m}_1(t) > \hat{m}_2(t)$ , що означає перемогу сторони I, а при  $k > 1$ ,  $e^\alpha < 1$  – перемагає сторона II, що збігається з результатами дослідження, отриманого в пункті 4.4.

#### 5. Практичний приклад розв'язання задачі

Побудуємо аналітичну модель бою між двома протидіючими артилерійськими підрозділами у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь з урахуванням часу протікання бою і взаємного ураження.

*Вихідні дані.* За даними розвідки виявлено артилерійську батарею укритих причіпних гармат противника. Для ураження артилерійської батареї противника залучається артилерійський дивізіон 152-мм СГ 2С3М. Визначення установок для стрільби на ураження здійснюється на основі повної підготовки. Необхідно визначити ефективність ураження батареї противника з урахуванням його протидії (рис. 3).

*Вихідні дані для батареї садн.* Ціль – артилерійська батарея укритих причіпних гармат

противника ( $n = 6$  гармат); бойовий порядок противника зигзагоподібний; фронт ( $\Phi$ ) і глибина ( $\Gamma$ ) вогневої позиції визначені за даними повітряної розвідки  $250 \times 200$  м; розвідано дві гармати.

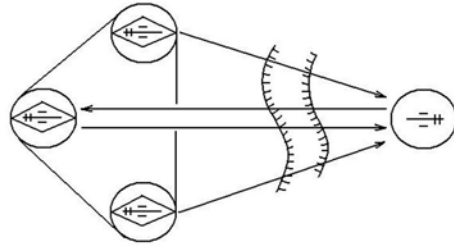


Рис. 3. Схема вогневої взаємодії садн і артилерійської батареї противника

Для ураження батареї противника залучається артилерійський дивізіон 152-мм СГ 2С3М (три батареї – 18 гармат). Скорострільність  $\lambda_1 = 2$   $^{1/хв}$ , дальність стрільби – 10 км. Тривалість вогневого нальоту 15 хв.

*Вихідні дані для батареї противника.* Ціль – одна з батарей садн 152-мм СГ 2С3М ( $n = 6$  гармат); бойовий порядок – уступом назад.

Розміри цілі по фронту ( $\Phi$ ) і глибині ( $\Gamma$ ) визначені засобами розвідки  $200 \times 200$  м; розвідано 3 гармати. Скорострільність  $\lambda_2 = 4$   $^{1/хв}$ , дальність стрільби – 10 км.

*Розрахунок імовірності накриття цілей зоною рівномірного розсіювання.* З урахуванням штучного та технічного розсіювання снарядів, а також наявності помилок підготовки установок для ведення вогню, імовірність накриття цілі областю розривів  $\theta$  залежить від багатьох факторів і в загальному випадку може бути задана у вигляді функціональної залежності [8]

$$\theta = f(E_{\partial_3}, E_{H_3}, B_{\partial_3}, B_{\partial_3}, n_{\Gamma}, n_{\Phi}, h_X, h_Z, \Phi_{зрр}, \Gamma_{зрр}),$$

де  $E_{\partial_3}$  ( $E_{H_3}$ ) – зведені серединні помилки підготовки стрільби по дальності (напрямку);

$B_{\partial_3}$  ( $B_{\partial_3}$ ) – зведені серединні помилки розсіювання по дальності (напрямку);

$n_{\Gamma}$  ( $n_{\Phi}$ ) – число установок прицілу (кутоміра);

$h_X$  ( $h_Z$ ) – відстань між точками прицілювання по дальності (напрямку);

$\Phi_{зрр}$  ( $\Gamma_{зрр}$ ) – фронт (глибина) зони рівномірного розподілу точок падіння снарядів.

Згідно з [8] імовірність накриття цілі зоною рівномірного розсіювання  $\theta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) кожною батареєю визначається за формулою

$$\theta_z = \frac{1}{2} \left[ \hat{O} \left( \frac{m_{z_i} + 0.5 \hat{O}_{\zeta \delta \delta}}{A'_{i \zeta}} \right) - \hat{O} \left( \frac{m_{z_i} - 0.5 \hat{O}_{\zeta \delta \delta}}{A'_{i \zeta}} \right) \right] - \hat{O} \left( \frac{\tilde{A}_{\zeta \delta \delta}}{2 A'_{\tilde{a} \zeta}} \right), \quad (28)$$

де  $m_{z_i}$  ( $i=1, 2, 3$ ) – віддалення точки прицілювання батареї від центра групової цілі за напрямком;

$$\hat{O}(x) = \frac{2\rho}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \tilde{a}^{-\rho^2 t^2} dt - \text{зведена функція Лапласа}$$

(табульована [2, 8]);

$$\Phi_{zpp} = \sqrt{26.4 B_{\sigma_3}^2 + (n_{\phi}^2 - 1) h_z^2}, \quad (29)$$

$$\Gamma_{zpp} = \sqrt{26.4 B_{\sigma_3}^2 + (n_{\Gamma}^2 - 1) h_x^2},$$

$$E'_{\sigma_3} = \sqrt{E_{\sigma_3}^2 + 0.038 \Gamma_{\zeta}^{*2}}, \quad (30)$$

$$E'_{H_3} = \sqrt{E_{H_3}^2 + 0.038 \Phi_{\zeta}^{*2}}$$

зведені серединні помилки підготовки під час стрільби по груповій цілі за дальністю ( $E'_{\sigma_3}$ ) і напрямком ( $E'_{H_3}$ );

$$\Phi_{\zeta}^* = (1 - \sqrt{\Delta n}) \Phi_{\zeta} + \Phi_{\zeta}, \quad (31)$$

$$\Gamma_{\zeta}^* = (1 - \sqrt{\Delta n}) \Gamma_{\zeta} + \Gamma_{\zeta}$$

умовні розміри цілі по фронту і глибині, коли гармати на вогневій позиції розміщені уступом вперед (назад), ромбом та іншими способами,  $\Delta n$  – математичне очікування частки площі цілі, що накрита зоною ураження для  $n$  виявлених гармат обирається з табл. 1 [8].

Таблиця 1

$n$	1	2	3	4	5	6
$\Delta n$	0.56	0.71	0.82	0.92	0.98	1

Виходячи з вищезазначеного, знайдемо параметр  $\theta$  для кожної з протидіючих сторін.

*Вогневий наліт по батареї противника здійснює садн 152-мм СГ 2С3М.* Батареї ведуть стрільбу на трьох установках прицілу  $n_{\Gamma} = 3$  зі стрибком  $h_X = 33$  м і одній установці кутоміра з  $n_{\phi} = 6$  точкам прицілювання за напрямком з відстанню між точками прицілювання  $h_Z = 33$  м, зведені серединні помилки підготовки та розсіювання за дальністю стрільби 10 км для даного зразка озброєння 152-мм СГ 2С3М відшукаємо за табл. 2 [6].

Тоді параметри  $\Phi_{zpp}$  і  $\Gamma_{zpp}$  зони рівномірного розсіювання і зведені серединні помилки підготовки, що входять в (28), підраховуємо [8] за формулами (29 – 31)

$$\Phi_{zpp} = \sqrt{26.4 \cdot 21^2 + 35 \cdot 33^2} \approx 233 \text{ м},$$

$$\Gamma_{zpp} = \sqrt{26.4 \cdot 48^2 + 8 \cdot 66^2} \approx 310 \text{ м}.$$

Таблиця 2

Величини зведених серединних помилок для повної підготовки

Артилерійська система	Дальність, км	Зведені серединні помилки під час стрільби, м			
		дивізіоном			
		$B_{\sigma_3}$	$E_{\sigma_3}$	$B_{H_3}$	$E_{H_3}$
152 - мм СГ 2С3М	4	33	42	17	33
	6	39	43	18	34
	8	38	58	19	35
	<b>10</b>	<b>48</b>	<b>63</b>	<b>21</b>	<b>38</b>
	12	70	77	24	42
	14	73	89	28	47
16	79	99	28	52	
батарея противника	<b>10</b>	<b>31</b>	<b>78</b>	<b>8</b>	<b>48</b>

Зведену зону ураження прийемо  $S_z^H = 120 \text{ м}^2$  [8].

Оскільки засобами розвідки виявлено дві гармати ( $n = 2$ ), то

$$\Phi_{\zeta}^* = (1 - \sqrt{0.71}) 250 + 250 \approx 290 \text{ м},$$

$$\Gamma_{\zeta}^* = (1 - \sqrt{0.71}) 200 + 200 \approx 232 \text{ м},$$

$$E'_{\sigma_3} = \sqrt{63^2 + 0.038 \cdot 232^2} \approx 78 \text{ м},$$

$$E'_{H_3} = \sqrt{38^2 + 0.038 \cdot 290^2} \approx 69 \text{ м}.$$

Будемо вважати, що дивізіон веде стрільбу по центру цілі, у цьому випадку  $m_{z_i}$  в (28) дорівнює нулю, тоді формула для підрахунку ймовірності накриття цілі зоною рівномірного розсіювання снарядів набуде вигляду

$$\theta_1 = \hat{O} \left( \frac{\hat{O}_{\zeta \delta \delta}}{2 A'_{i \zeta}} \right) \hat{O} \left( \frac{\tilde{A}_{\zeta \delta \delta}}{2 A'_{\tilde{a} \zeta}} \right), \quad (32)$$

звідки, скориставшись таблицями для зведеної функції Лапласа [8], маємо

$$\theta_1 = \hat{O} \left( \frac{233}{2 \cdot 69} \right) \hat{O} \left( \frac{310}{2 \cdot 78} \right) = 0.595. \quad (33)$$

*Вогневий наліт (вогнева протидія) по садн здійснює артилерійська батарея противника.* Покладемо для визначеності, що батарея веде вогонь на трьох  $n_{\Gamma} = 3$  установках прицілу, двох установках кутоміра з  $n_{\phi} = 12$ , відстань між точками прицілювання  $h_X = 33$  м по дальності і

$h_Z = 17$  м за напрямком; зведені серединні помилки підготовки та розсіювання за дальністю стрільби 10 км (табл. 2) будуть наступними:  $B_{\partial_3} = 31$  м;  $B_{\partial_3} = 8$  м;  $E_{H_3} = 48$  м;  $E_{\partial_3} = 78$  м; зведена зона ураження  $S_3^I = 55$  м<sup>2</sup>.

Аналогічно попереднім розрахункам при  $n = 3$  з табл. 1 і формул (29) – (31) отримуємо:

$$\Phi_{Ц}^* = (1 - \sqrt{0.82})200 + 200 \approx 219 \text{ м,}$$

$$\Gamma_{Ц}^* = (1 - \sqrt{0.82})200 + 200 \approx 219 \text{ м,}$$

$$E'_{H_3} = \sqrt{48^2 + 0.038 \cdot 219^2} \approx 65 \text{ м,}$$

$$E'_{\partial_3} = \sqrt{78^2 + 0.038 \cdot 219^2} \approx 89 \text{ м,}$$

$$\Gamma_{зpp} = \sqrt{26.4 \cdot 31^2 + 8 \cdot 33^2} \approx 185 \text{ м,}$$

$$\Phi_{зpp} = \sqrt{26.4 \cdot 8^2 + 143 \cdot 17^2} \approx 208 \text{ м.}$$

Тоді з (32)

$$\theta_2 = \hat{O} \left( \frac{208}{2 \cdot 65} \right) \hat{O} \left( \frac{185}{2 \cdot 89} \right) = 0.373. \quad (34)$$

Визначення середніх чисельностей бойових одиниць *сaдн* і артилерійської батареї противника. Розв'язок (16) системи диференціальних рівнянь (7) дає можливість дослідити динаміку бою протидіючих сторін і визначити середню чисельність бойових одиниць на момент часу  $t$

ведення бою. Для спрощення розрахунків скористаємося співвідношенням (26).

Враховуючи вихідні дані задачі, підрахуємо зведений час  $\hat{t}$  і коефіцієнт  $k$ , отримаємо

$$S_1 = \frac{2 \cdot 0.595 \cdot 0.017 \cdot 18}{6} = 0.062.$$

Оскільки батарея противника веде вогонь по одній з батареї *сaдн*, то при визначенні параметра  $S_2$  покладемо  $N_1 = 6$  гармат, тоді

$$S_2 = \frac{4 \cdot 0.3735 \cdot 0.014 \cdot 6}{6} = 0.021.$$

$$\text{Звідки } k = \frac{\hat{S}_2}{\hat{S}_1} = 0.344, \text{ а } \hat{t} = 0.04lt.$$

Підставивши отримані дані в (16), отримуємо розрахункові формули для знаходження середніх відносних чисельностей бойових одиниць кожної з протидіючих сторін на момент часу  $t$  ведення бою

$$\begin{cases} \hat{m}_1(t) = \frac{-0.656}{0.344e^{-0.04lt} - 1}, \\ \hat{m}_2(t) = \frac{0.656}{e^{0.04lt} - 0.344}. \end{cases} \quad (35)$$

Розглянемо два випадки.

А) Бій розпочався одночасно.

Згідно з умовою задачі вогневий наліт триває 15 хв, тому при  $t = 1, 2, \dots, 15$  з (35) знаходимо ту кількість вогневих одиниць сторін I і II, які збереглися на відповідний момент часу бою  $t$ . Дані розрахунків зведені в табл. 3.

Таблиця 3

Кількісна зміна втрат бойових засобів протидіючих сторін при одночасному завданні вогневого нальоту

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\hat{m}_1(t)$	1	0,979	0,960	0,943	0,926	0,911	0,897	0,884	0,872	0,861	0,850	0,840	0,831	0,822	0,814	0,806
$m_1(t)$	18	$\frac{17,62}{18}$	$\frac{17,28}{18}$	$\frac{16,97}{17}$	$\frac{16,68}{17}$	$\frac{16,41}{17}$	$\frac{16,15}{17}$	$\frac{15,41}{16}$	$\frac{15,69}{16}$	$\frac{15,49}{16}$	$\frac{15,30}{16}$	$\frac{15,12}{16}$	$\frac{14,95}{15}$	$\frac{14,79}{15}$	$\frac{14,64}{15}$	$\frac{14,50}{15}$
$\hat{m}_2(t)$	1	0,940	0,885	0,834	0,786	0,742	0,702	0,664	0,628	0,595	0,564	0,535	0,507	0,482	0,458	0,436
$m_2(t)$	6	$\frac{5,64}{6}$	$\frac{5,31}{6}$	$\frac{5,00}{5}$	$\frac{4,72}{5}$	$\frac{4,45}{5}$	$\frac{4,21}{5}$	$\frac{3,98}{4}$	$\frac{3,77}{4}$	$\frac{3,57}{4}$	$\frac{3,38}{4}$	$\frac{3,21}{4}$	$\frac{3,05}{3}$	$\frac{2,89}{3}$	$\frac{2,75}{3}$	$\frac{2,61}{3}$

Б) *Сaдн* здійснив упереджувальний вогневий наліт по противнику.

З [8, 12] відомо, що артилерійська батарея противника здатна учинити протидію через 2-3 хв після початку вогневого нальоту (це час, необхідний для визначення координат цілі і підготовки до вогню).

За 3 хв бою противник втрачає 1 гармату і вступає в бій з *сaдн*, маючи у своєму складі  $n_{\Gamma} = 5$  гармат.

Як і в попередньому випадку, аналогічні розрахунки приводять до наступних співвідношень:

$$k = 0.211; \\ \tilde{t} = 0.0577t,$$

відповідно

$$\begin{cases} \hat{m}'_1(t) = \frac{-0.789}{0.211e^{-0.057t} - 1}, \\ \hat{m}'_2(t) = \frac{0.789}{e^{0.057t} - 0.211}. \end{cases} \quad (36)$$



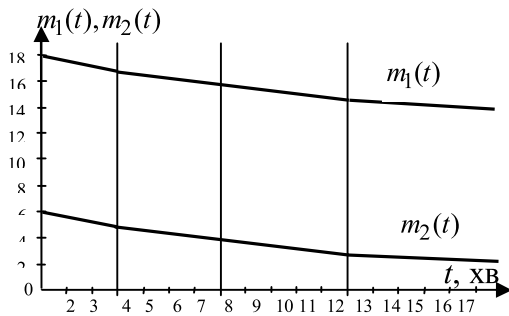
В результаті отримуємо дані, які зведені у табл. 4. На рис. 4 приведені залежності зміни середніх чисельностей сторін I і II в залежності від часу при

одночасному завданні вогневого удару та при упереджувальному вогневному нальоті.

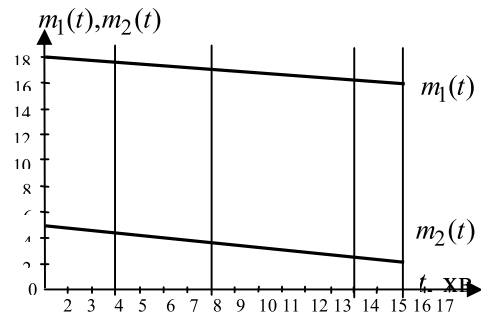
Таблиця 4

Кількісна зміна втрат бойових засобів протидіючих сторін при упереджувальному вогневному нальоті

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\hat{m}_1(t)$	1	0,985	0,972	0,959	0,948	0,937	0,928	0,919	0,910	0,903	0,895	0,889	0,883	0,877	0,871	0,866
$m_1(t)$	18	$\frac{17,73}{18}$	$\frac{17,49}{18}$	$\frac{17,27}{18}$	$\frac{17,06}{17}$	$\frac{16,88}{17}$	$\frac{16,70}{17}$	$\frac{16,54}{17}$	$\frac{16,39}{17}$	$\frac{15,25}{17}$	$\frac{16,12}{17}$	$\frac{16,00}{16}$	$\frac{15,89}{16}$	$\frac{15,79}{16}$	$\frac{15,69}{16}$	$\frac{15,60}{16}$
$\hat{m}_2(t)$	1	0,930	0,867	0,809	0,754	0,705	0,659	0,616	0,577	0,540	0,507	0,475	0,445	0,418	0,392	0,325
$m_2(t)$	5	$\frac{4,65}{5}$	$\frac{4,34}{5}$	$\frac{4,04}{5}$	$\frac{3,77}{4}$	$\frac{3,52}{4}$	$\frac{3,29}{4}$	$\frac{3,08}{4}$	$\frac{2,88}{3}$	$\frac{2,70}{3}$	$\frac{2,53}{3}$	$\frac{2,37}{3}$	$\frac{2,22}{3}$	$\frac{2,09}{3}$	$\frac{1,96}{2}$	$\frac{1,63}{2}$



а) одночасне завдання вогневого нальоту



б) упереджувальний вогневий наліт

Рис. 4. Графік зміни середніх чисельностей сторін I і II в залежності від часу

Встановлення функціональної залежності між середніми чисельностями протидіючих сторін. Між відносними середніми чисельностями бойових одиниць сторін I і II існує функціональна залежність, яка є лінійною функцією виду (18). Розглянемо цю залежність у нашому випадку:

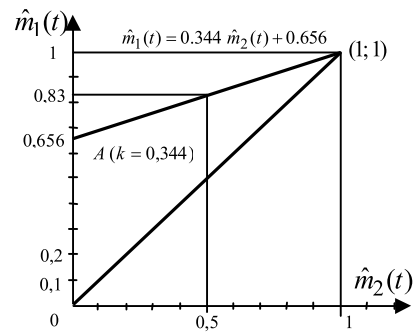
а) вогневий наліт розпочався одночасно, тоді  $k = 0.344$  і рівняння (18) буде наступним

$$\hat{m}_1(t) = 0.344\hat{m}_2(t) + 0.656 ; \quad (37)$$

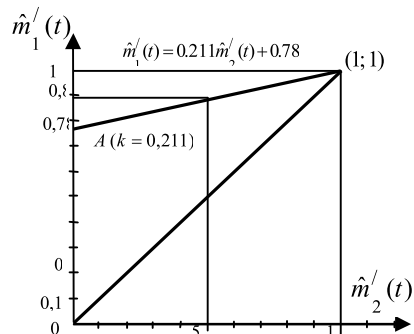
б) має місце упереджувальний вогневий наліт, тоді  $k = 0.211$ , і маємо наступне рівняння

$$\hat{m}_1'(t) = 0.211\hat{m}_2'(t) + 0.789 . \quad (38)$$

Графіки функцій (37) і (38) зображені на рис. 5, з яких видно, як при різних значеннях  $\hat{m}_2(t)$  або  $\hat{m}_2'(t)$  можна відшукувати  $\hat{m}_1(t)$  або  $\hat{m}_1'(t)$  (наприклад,  $\hat{m}_2(t) = \hat{m}_2'(t) = 0.5$  на графіку  $\hat{m}_1(t) = 0.83$ , а  $\hat{m}_1'(t) = 0.89$ ), що збігається з результатами, отриманими раніше (див. табл. 3 і 4).



а – одночасний вогневий наліт



б – упереджувальний вогневий наліт

Рис. 5. Залежності відносних середніх чисельностей сторін I і II

Для подальшого дослідження результату бою між *сади* і артилерійською батареєю противника розглянемо відношення середніх чисельностей бойових засобів протидіючих сторін, тобто

$$\omega(t) = \frac{\hat{m}_1(t)}{\hat{m}_2(t)} \quad \text{і} \quad \omega'(t) = \frac{\hat{m}'_1(t)}{\hat{m}'_2(t)}$$

формулою (27), табл. 2, 3, маємо:

–  $\omega(t) = e^{0,41t}$  – коли вогнева взаємодія розпочинається одночасно;

–  $\omega'(t) = e^{0,57t}$  – для упереджувального вогню.

Враховуючи тривалість вогневої протидії та отримані співвідношення, складаємо табл. 5 і будуємо графіки функцій  $\omega(t)$  і  $\omega'(t)$  (рис. 6). Відомо [8, 9, 13], що одним із основних факторів, який необхідно враховувати в будь-якій моделі, яка описує бойове застосування артилерії є протидія противника.

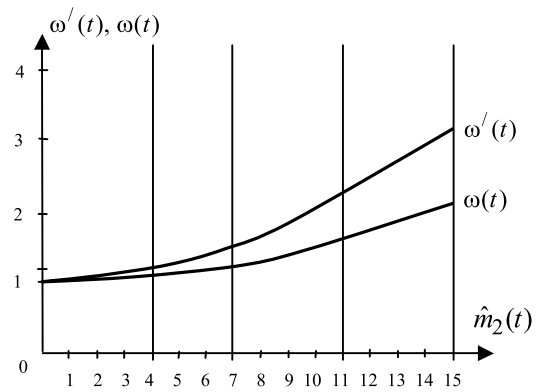


Рис. 6. Відношення середніх чисельностей бойових засобів протидіючих сторін  $\omega(t)$  і  $\omega'(t)$

Тоді з наведеної табл. 5 і рис. 6 випливає, що функції  $\omega(t)$  і  $\omega'(t)$  виявляють перевагу однієї сторони над іншою і можуть виступати в якості характеристики бою між *сади* і батареєю противника.

Таблиця 5

Залежність відношення середніх чисельностей бойових одиниць протидіючих сторін в процесі бою

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\omega(t)$	1	1,04	1,08	1,13	1,18	1,23	1,28	1,33	1,39	1,45	1,51	1,57	1,63	1,70	1,77	1,85
$\omega'(t)$	1	1,06	1,12	1,19	1,26	1,33	1,41	1,49	1,58	1,67	1,77	1,87	1,98	2,10	2,22	2,35

## Висновки

Запропонована аналітична модель бою між двома протидіючими угрупованнями у вигляді системи лінійних диференціальних рівнянь з урахуванням часу протікання бою і взаємного ураження, дозволяє знайти у явному вигляді її розв'язок, що дало можливість отримати аналітичні співвідношення для визначення середніх (відносних) чисельностей протидіючих сторін, що збереглися на момент часу  $t$  ведення бою, визначити основні параметри системи, які суттєво впливають на результат бою.

Введено коефіцієнт переваги однієї сторони над іншою і в термінах цього параметра досліджені відношення середніх (відносних) чисельностей, які можуть виступити в якості характеристичної оцінки бою. Розглянутий практичний приклад функціонування моделі та наведена динаміка втрат середніх чисельностей бойових засобів кожної із сторін на довільний час ведення бою як при одночасній вогневій дії, так і з урахуванням

упереджувального вогневого нальоту, що дозволяє раціонально використовувати бойові угруповання в операціях і бойових діях, знаходити оптимальні варіанти їх використання, краще прогнозувати тактичну обстановку і приймати найбільш вірні рішення. Перспективним напрямом подальших досліджень є розгляд моделі бою з урахуванням того, що середні скорострільності  $\lambda_{13}$  і  $\lambda_{24}$  є функціями часу.

## Список літератури

1. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Полумарковские процессы и их приложения / В.С. Королюк, А.Ф. Турбин. – К.: Наукова думка, 1976. – 181 с.
2. Венцель Е.С. Исследование операций / Е.С. Венцель. – М.: Сов. радио, 1972. – 550 с.
3. Нецадим М.І., Колесніков В.О., Мазуренко В.О., Супрун В.М. Основи управління та прийняття рішень у військовій справі / М.І. Нецадим, В.О. Колесніков, В.О. Мазуренко, В.М. Супрун. – С.: Слобожанщина, 2000. – 376 с.
4. Ануреев И.И., Татарченко А.Е. Применение математических методов в военном деле / И.И. Ануреев, А.Е. Татарченко. – М.: Воениздат, 1979. – 159 с.

5. Супрун В.М. Узагальнення аналітичної моделі бою для однорідних угруповань / В.М. Супрун, В.І. Грабчак // Системи управління, навігації та зв'язку. – Київ: ЦНДІНіУ. – 2008. – Вип. 1(5). – С. 97-99.

6. Грабчак В.І. Узагальнення аналітичної моделі бою для різнорідних угруповань / В.І. Грабчак, В.М. Супрун, В.М. Петренко // Збірник наукових праць. – Харків: ХУПС. – 2008. – Вип. 2 (17). – С. 10-13.

7. Абчук В.А. и др. Справочник по исследованию операций / В.А. Абчук. – М.: Воениздат, 1979. – 368 с.

8. Барковский А.Ф. Основы оценки эффективности и выработки рекомендаций по поражению целей огнем артиллерии / А.Ф. Барковский. – П.: ВАУ, 2000. – 310 с.

9. Гордонов В.П. Моделирование боевых действий частей, соединений, объединений войск ПВО / В.П. Гордонов. – Х.: АПО, 1987. – 378 с.

10. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей / Б.В. Гнеденко. – М.: Наука, 1988. – 448 с.

11. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений / В.В. Степанов. – М.: Наука, 1959. – 465 с.

12. Правила стрельбы и управления вогнем артиллерії. – К.: Варта, 1995. – 305 с.

13. Алексеев О.Г. и др. Управление в системах РАВ (часть I) / О.Г. Алексеев. – Л.: ЛВАА, 1980. – 365 с.

**Рецензент:** А.М. Зубков, д.т.н., с.н.с., Академія сухопутних військ, Львів.

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БОЯ МЕЖДУ ПРОТИВОБОРСТВУЮЩИМИ ГРУППИРОВКАМИ

В.И. Грабчак, В.Н. Супрун, А.М. Заскока

*В статье представлена аналитическая модель боя между противоборствующими группировками, динамика которой описывается системой линейных дифференциальных уравнений. Найдено в явном виде решение системы дифференциальных уравнений, при определенных начальных условиях. Получены расчетные формулы для определения средних численностей боевых единиц противоборствующих сторон, сохранившиеся в произвольный момент времени ведения боя, и установлена функциональная зависимость между их средними численностями. Введен коэффициент преимущества, который дает возможность оценить преимущество одной стороны над другой и спрогнозировать результаты боя. Рассмотрен практический пример функционирования модели, приведена динамика потерь средних численностей боевых средств каждой из сторон в произвольный момент времени ведения боя как при одновременном огневом воздействии, так и с учетом упреждающего огневого налета.*

**Ключевые слова:** аналитическая модель боя, средние численности боевых единиц, коэффициент преимущества.

## ANALITICAL COMBAT MODEL BETWEEN OPPOSING FORCES

V. Hrabchak, V. Suprun, A. Zaskoka

*The article presents analytical combat model between opposing forces, dynamics of which is described by system of linear differential equations. Solution of the linear differential equations system has been found under respective initial conditions in explicit form. Design formulas for determination of average numbers of opposing combat units, that were preserved at random moment of combat time and functional relationship between their average numbers have been established. Superiority coefficient, which enables to estimate the degree of one side's superiority over the other, and anticipate the outcome of combat has been entered. Practical example of model functioning has been examined, dynamics of each side average casualties in combat assets during random time of combat in synchronous effect of fire and taking into account preemptive fire assault has been stated.*

**Keywords:** analytical combat model, average numbers of combat units, superiority coefficient.

УДК 007.52:623.4

О.М. Гусяков

Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки ЗС України

## АНАЛІЗ СВІТОВОГО ДОСВІДУ ЗАСТОСУВАННЯ ТА ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВИТКУ ВІЙСЬКОВИХ РОБОТОТЕХНІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ

*В статті наведені результати аналізу світових розробок та досвіду застосування робототехнічних комплексів, на підставі яких визначені їх типові завдання та розроблена класифікація наземних*