

УДК 621.391

В.И. Слюсар, М.В. Бондаренко

Центральный научно-исследовательский институт вооружения и военной техники  
Вооруженных Сил Украины, Киев

## ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ПЕЛЕНГАЦИИ В ЦИФРОВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ В УСЛОВИЯХ ДЖИТТЕРА АЦП

Предложено выражение для вычисления нижней границы дисперсии оценки угла для задачи пеленгации в цифровой линейной антенной решетке в условиях джиттера АЦП. Работоспособность предложенного выражения подтверждена численным экспериментом. Показана невозможность компенсации искажений, вызванных джиттером за счет повышения энергии сигнала.

**Ключевые слова:** аналого-цифровой преобразователь, джиттер, цифровая антенная решетка, отношение сигнал/шум, нижняя граница Крамера-Рао.

### Введение

Постоянный рост степени интеграции схем цифровой обработки при снижении их удельной стоимости ведет к все более интенсивному использованию технологии цифрового диаграммообразования в радиолокации. Потенциальные возможности системы, зависящие от отношения сигнал/шум, во многом определяются качеством узлов преобразования сигнала из аналоговой формы в цифровую [1].

Одним из видов искажений, ограничивающих отношение сигнал/шум в трактах АЦП, являются искажения вследствие нестабильной работы генератора тактовых импульсов и шумов в цепях синхронизации АЦП. Они проявляются в несовпадении значений истинного и реально взятых отсчетов напряжений на выходе АЦП. С ростом частоты формируемого входного сигнала из-за разницы момента времени, в котором реально производится формирование дискретного отсчета АЦП, и момента времени, в котором это событие должно было произойти, уровень искажений растет, приводя к уменьшению отношения сигнал/шум. В результате моделирования было показано, что подобные искажения в результате нестабильности такта АЦП в цифровых антенных решетках приводят к появлению погрешностей пеленгации, не полностью устранимых повышением энергии сигнала [2].

Нижняя граница Крамера-Рао (НГКР) для задачи пеленгации, полученная без учета эффектов, связанных с джиттером, дает завышенную оценку точности для линейной антенной решетки, по сравнению с достижимыми на практике значениями. В данной работе предлагается модифицированное выражение нижней границы для линейной антенной решетки в условиях аддитивного шума и джиттера

АЦП, позволяющее прогнозировать поведение оценок при изменении параметров аддитивного шума и джиттера.

### Основная часть

Рассмотрим линейную антенную решетку из  $N$  элементов (рис. 1), расположенных с интервалом  $d$  между ними. Угол  $\beta$  направления на источник сигнала будем отсчитывать от нормали к решетке. Пусть принимаемый каждым антенным элементом сигнал с частотой  $F$  переносится на промежуточную частоту  $f$  с одновременным формированием аналогового комплексного сигнала.

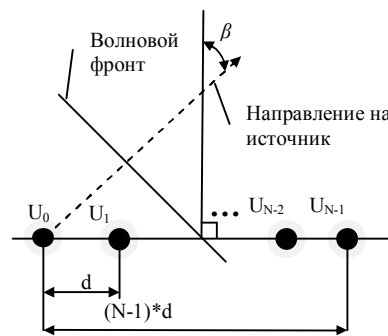


Рис. 1. Линейная антенная решетка

Тогда, напряжение на выходе приемного канала для каждого элемента антенны можно записать в виде

$$u_n(t) = A \exp\left(j\left(\omega t - \Omega n \frac{d \sin \beta}{c} + \varphi\right)\right), \quad (1)$$

где  $n$  – номер приемного канала;

$A$  – амплитуда сигнала;

$\omega = 2\pi f$  – круговая промежуточная частота;

$\Omega = 2\pi F$  – круговая частота принимаемого сигнала;

$c$  – скорость света;

$\varphi$  – начальная фаза сигнала на выходе приемного канала.

Пусть на выходе приемных каналов сигнал дискретизируется с помощью синхронно тактируемых аналого-цифровых преобразователей (АЦП). При этом будем считать, что момент формирования отсчета каждого АЦП сдвинут на случайную величину  $\tau$  относительно идеального момента времени, соответствующего периодической дискретизации

$$\dot{U}_{n,k} = U_{n,k}^C + jU_{n,k}^S, \quad (2)$$

где  $n$  – номер приемного канала;

$U_{n,k}^C, U_{n,k}^S$  – отсчеты синфазного и квадратурного сигналов, соответственно, на выходах  $n$ -го приемного канала;

$k$  – номер отсчета.

Соответственно, выражения для напряжений  $U_{n,k}^C$  и  $U_{n,k}^S$  имеют вид

$$U_{n,k}^C = A \cos(\Theta_k^C - \Psi n \sin \beta) + \eta_{n,k}^C, \quad (3)$$

$$U_{n,k}^S = A \sin(\Theta_k^S - \Psi n \sin \beta) + \eta_{n,k}^S, \quad (4)$$

где  $\Theta_k^C = \omega(Tk + \tau_{n,k}^C) + \varphi$ ;

$\Theta_k^S = \omega(Tk + \tau_{n,k}^S) + \varphi$ ;

$\Psi = \Omega \frac{d}{c}$ ;

$T$  – период дискретизации;

$\tau_{n,k}^C, \tau_{n,k}^S$  – случайный временной сдвиг при формировании  $k$ -го отсчета  $n$ -го приемного канала синфазной и квадратурной составляющих, соответственно;

$\eta_{n,k}^C, \eta_{n,k}^S$  – напряжение аддитивного шума при формировании  $k$ -го отсчета  $n$ -го приемного канала синфазной и квадратурной составляющих, соответственно.

Далее считаем, что отсчеты случайного сдвига  $\tau_{n,k}^C, \tau_{n,k}^S$  по апертуре решетки независимы и имеют нормальное распределение с равным нулю средним значением и дисперсией  $\sigma_\tau^2$ , одинаковой для всех АЦП решетки. Аналогичное допущение примем в отношении отсчетов аддитивного шума  $\eta_{n,k}^C, \eta_{n,k}^S$  имеющих одинаковую для всех АЦП решетки, в том числе в квадратурных каналах, дисперсию  $\sigma_\eta^2$ .

В отсутствии джиттера, функции плотности распределения вероятности (ПРВ) для отсчетов АЦП синфазного и квадратурного каналов можно записать в виде

$$p(U_{k,n}^C) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\eta^2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(U_{k,n}^C - A \cos(\Theta_k - \Psi n \sin \beta))^2}{\sigma_\eta^2}\right), \quad (5)$$

$$p(U_{k,n}^S) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\eta^2}} \times \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(U_{k,n}^S - A \sin(\Theta_k - \Psi n \sin \beta))^2}{\sigma_\eta^2}\right), \quad (6)$$

где  $\Theta_k = \omega Tk + \varphi$ .

Запишем функцию правдоподобия в виде произведения вероятностей для всех отсчетов по апертуре, сформированных в один момент времени  $k$

$$L_k = \prod_{n=0}^{N-1} p(U_{k,n}^C) p(U_{k,n}^S). \quad (7)$$

Дифференцируя логарифм функции правдоподобия по углу  $\beta$  и приравнявая производную нулю, получаем уравнение правдоподобия для направления на источник сигнала

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta} \ln(L_k) &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \ln \left( \prod_{n=0}^{N-1} p(U_{k,n}^C) p(U_{k,n}^S) \right) \right) = \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \sum_{n=0}^{N-1} \ln(p(U_{k,n}^C)) \right) + \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \sum_{n=0}^{N-1} \ln(p(U_{k,n}^S)) \right) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

После подстановки в уравнение (8) значений напряжений  $U_{n,k}^C, U_{n,k}^S$  для конкретной реализации сигнала, решение (угол  $\beta$ ) может быть найдено, например, с помощью последовательного перебора значений.

Нижняя граница дисперсии оценки  $\beta$  может быть найдена в виде нижней границы Крамера-Рао [3]

$$\sigma_\beta^2 \geq - \left( \left\{ \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \ln(L_k) \right\} \right)^{-1}, \quad (9)$$

где  $\{\dots\}$  – операция вычисления математического ожидания.

С учетом формул (5) – (8) выражение (9) принимает вид

$$\sigma_\beta^2 \geq \frac{6\sigma_\eta^2}{A^2 \pi^2 N(N-1)(2N-1) \cos^2 \beta}. \quad (10)$$

На рис. 2 проиллюстрирована зависимость (10) СКО оценки угла  $\beta$  в зависимости от направления на

источник сигнала (ось абсцисс в градусной мере) и отношения сигнал/шум. По оси ординат отложено среднее квадратическое отклонение (СКО) оценки угла  $\beta$  в градусах. На рисунке представлено три пронумерованные серии из 4-х графиков каждая. Серия 1 соответствует отношению сигнал/шум 20 дБ, серия 2 – отношению сигнал/шум 14 дБ, серия 3 – отношению сигнал/шум 6 дБ. Сплошная линия отображает экспериментальную оценку СКО, полученную решением методом перебора уравнения правдоподобия (100 реализаций для каждого значения  $\beta$ ); пунктирная линия – нижнюю границу Крамера-Рао для заданного отношения сигнал/шум; штрих-пунктирная линия – нижнюю границу доверительного интервала, штриховая линия – верхнюю границу доверительного интервала. Доверительный интервал сформирован для доверительной вероятности 0,999 с использованием распределения  $\chi^2$  (хи-квадрат). Для 100 реализаций коэффициент для верхней границы доверительного интервала составляет 1,29, а для нижней границы – 0,808 [4]. В каждой из реализаций входной сигнал представлял собой смесь синусоидального сигнала и аддитивного шума (джиттер отсутствовал).

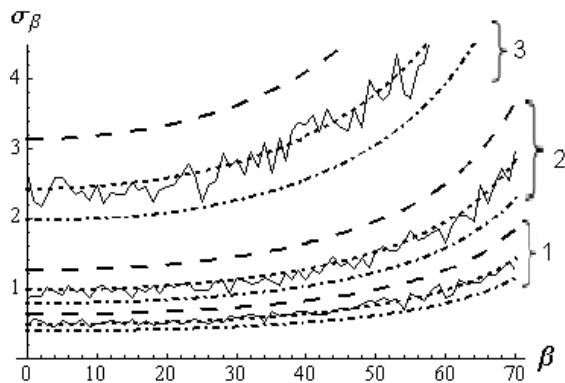


Рис.2. Зависимость оценки угла  $\beta$  от направления на источник сигнала

Появление джиттера приводит к возникновению мультипликативного шума, вызывающего рост дисперсии оценки. В этом случае отсутствие учета джиттера в выражении (10) порождает слишком оптимистичные прогнозы поведения оценки, не соответствующим результатам эксперимента.

К примеру, на рис.3 изображены НГКР и доверительный интервал для случая отношения сигнал/аддитивный шум, равного 20 дБ. Сплошная линия соответствует экспериментальной оценке СКО на основе численного решения уравнения правдоподобия для указанного отношения сигнал/аддитивный шум, но дискретизированного АЦП с джиттером, равным 1/320 от периода входного сигнала.

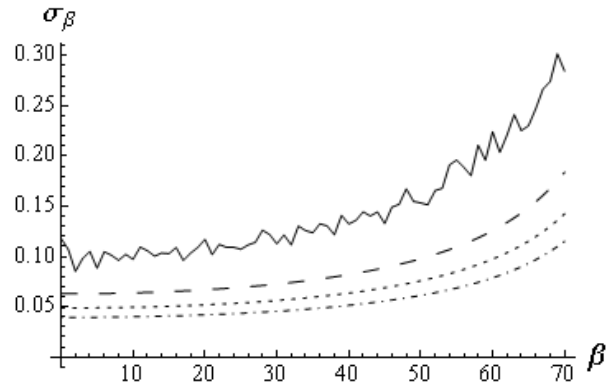


Рис.3. Нижняя граница Крамера-Рао и доверительный интервал для случая отношения сигнал/аддитивный шум, равного 20 дБ

В случае, если джиттер мал, отсчеты АЦП синфазного и квадратурного каналов (3),(4) можно представить в виде разложения в ряд Тейлора в окрестностях точек дискретизации [5] по параметру джиттера  $\tau$ . Отбрасывая все члены с порядком малости выше первого, можно записать

$$U_{n,k}^C = A \cos(\Theta_k - \Psi n \sin \beta) - A \omega \tau_{n,k}^C \sin(\Theta_k - \Psi n \sin \beta) + \eta_{n,k}^C, \quad (11)$$

$$U_{n,k}^S = A \sin(\Theta_k - \Psi n \sin \beta) + A \omega \tau_{n,k}^S \cos(\Theta_k - \Psi n \sin \beta) + \eta_{n,k}^S. \quad (12)$$

С учетом малости джиттера, значение отсчетов на выходе АЦП можно рассматривать как сумму двух случайных величин, соответствующих напряжениям аддитивного шума и шума, вызванного джиттером, а также идеального значения сигнала в отсутствие шума. При этом, в силу нормальности законов распределения случайных величин  $\tau$  и  $\eta$ , распределение отсчета АЦП также можно считать нормальным [6].

Можно показать, что в этом случае выражение для средней мощности шума в цифровом сигнале на выходе АЦП с джиттером при синусоидальном входном сигнале имеет вид

$$\sigma^2 = \frac{A^2}{2} \omega^2 \sigma_\tau^2 + \sigma_\eta^2. \quad (13)$$

Модифицируем выражение (10) для НГКР, заменяя  $\sigma_\eta^2$  выражением (13), для учета шума, вызываемого джиттером. Получим соотношение:

$$\sigma_\beta^2 \geq \frac{6 \left( \frac{A^2}{2} \omega^2 \sigma_\tau^2 + \sigma_\eta^2 \right)}{A^2 \pi^2 N(N-1)(2N-1) \cos^2 \beta}. \quad (14)$$

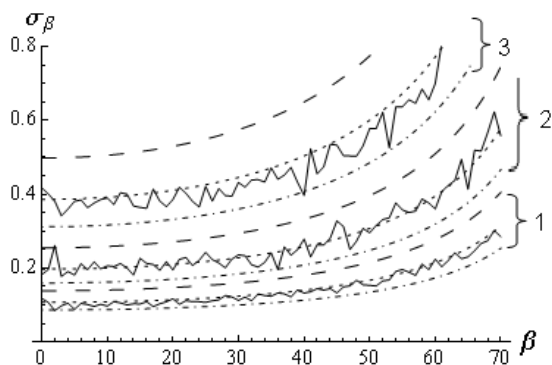


Рис.4. Возможность применения выражения (14) в качестве нижней границы дисперсии оценки угла  $\beta$

Рис.4 иллюстрирует возможность применения выражения (14) в качестве нижней границы дисперсии оценки угла  $\beta$  в цифровой антенной решетке в том случае, если джиттер АЦП в каналах решетки можно считать малым. Сплошными линиями изображены экспериментальные оценки СКО угла  $\beta$ , полученные численным решением уравнения правдоподобия (100 реализаций для каждого значения  $\beta$ ). Пунктирной линией изображена нижняя граница, рассчитанная по выражению (14). Доверительный интервал построен для доверительной вероятности 0,999. Отношение сигнал/аддитивный шум для всех серий графиков составляет 40 дБ. Серия 1 соответствует джиттеру, равному 1/320 от периода входного сигнала, серия 2 соответствует джиттеру в 1/160 от периода входного сигнала, серия 3 – 1/80 от периода.

Равенство дисперсии джиттера нулю в выражении (14) обеспечивает переход к нижней границе Крамера-Рао (10), не учитывающей джиттер.

Анализ выражения (14) показывает, что увеличение амплитуды входного сигнала при наличии джиттера АЦП не может полностью компенсировать рост дисперсии оценки угла, даже без учета ограниченности входного диапазона АЦП. Предельный переход в выражении (14) к бесконечной амплитуде дает нижнюю границу дисперсии оценки угла, не зависящую от амплитуды входного сигнала и мощности аддитивного шума

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \left( \frac{6 \left( \frac{A^2}{2} \omega^2 \sigma_{\tau}^2 + \sigma_{\eta}^2 \right)}{A^2 \pi^2 N(N-1)(2N-1) \cos^2 \beta} \right) = \frac{6 \omega^2 \sigma_{\tau}^2}{\pi^2 N(N-1)(2N-1) \cos^2 \beta} \quad (15)$$

### Заключение

Численным экспериментом показана возможность применения предложенного выражения для нижней границы дисперсии оценки угла прихода сигнала в задаче пеленгации с помощью линейной цифровой антенной решетки, имеющей АЦП с малым джиттером. Показана принципиальная неустранимость погрешностей пеленгации, вызванных джиттером АЦП, с помощью повышения энергетики сигнала.

Наличие оценок потенциальной точности радиотехнических систем, учитывающих джиттер, позволит сформулировать технические требования к составляющим системы таким образом, чтобы практически реализованная система достигала запланированных точностных показателей.

### Список литературы

1. Слюсар В.И. Цифровые антенные решетки: аспекты развития / В.И. Слюсар // *Специальная техника и вооружение*. – 2002. – № 1,2. – С. 17-23.
2. Слюсар В.И. Влияние нестабильности такта АЦП на угловую точность линейной цифровой антенной решетки / В.И. Слюсар // *Радиоэлектроника*. – 1998. – Том 41. – №6. – С. 77-80. (Изв.вузов)
3. Kay S.M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*/ S.M. Kay. — Prentice Hall, 1993. – 625 с.
4. Большев Л.Н. *Таблицы математической статистики* // Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. – М.: Наука., 1983. – 416 с.
5. Бахтиаров Г.Д. *Аналого-цифровые преобразователи* / Бахтиаров Г.Д., Малинин В.В., Школин В.П.; Под ред. Г.Д.Бахтиарова. – М.: Советское радио, 1980. – 280 с.
6. Корн Г. *Справочник по математике* / Корн Г., Корн Т. – М.: Наука, 1974 – 832 с.

Надійшла до редакції 22.09.2009 р.

**Рецензент:** доктор технических наук, старший научный сотрудник А.Н. Зубков, Академия сухопутных войск, Львов.

## ПОТЕНЦІЙНА ТОЧНІСТЬ ПЕЛЕНГАЦІЇ В ЦИФРОВИХ АНТЕННИХ РЕШІТКАХ В УМОВАХ ДЖИТЕРУ АЦП

В.І. Слюсар, М.В. Бондаренко

Запропоновано вираз для вирахування нижньої границі дисперсії оцінки кута напрямку на джерело сигналу для лінійної цифрової решітки в умовах джитеру АЦП. Роботоспроможність виразу підтверджена чисельним експериментом. Показана неможливість компенсації спотворювань сигналу, спричинених джитером, за рахунок підвищення енергетики сигналу.

**Ключові слова:** аналогово-цифровий перетворювач, джитер, цифрова антенна решітка, відношення сигнал-шум, нижня границя Крамера-Рао.

## DIRECTION-FINDING POTENTIAL PRECISION FOR DIGITAL ANTENNA ARRAY IN ADC JITTER CONDITIONS

V.I. Slyusar, M.V. Bondarenko

The expression for lower bound of variance estimate of the bearing to a source of signal for linear digital antenna array in ADC Jitter conditions is proposed. The efficiency of this expression is examined by numerical experiment. The impossibility of jitter distortion of compensation by increasing of signal amplitude is shown.

**Key words:** analog-to-digital converter (ADC), digital antenna array, signal-to-noise ratio, Cramera-Rao lower bound.

УДК 681.3.01

І.А. Круковський

Житомирський військовий інститут імені С.П. Корольова Національного авіаційного університету, Житомир

## УДОСКОНАЛЕНІ ВИМОГИ ДО РЕАЛІЗАЦІЇ OLAP У DSS ДЛЯ ЧАСТКОВИХ ПРОБЛЕМНИХ ОБЛАСТЕЙ ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНОЇ РОБОТИ

Удосконалені вимоги до OLAP у DSS відрізняються від існуючих визначенням необхідності забезпечення активності інформації у OLAP, її синергетичності, можливості реплікації замість клієнт-серверної технології – адекватно до часткових проблемних областей інформаційно-аналітичної роботи. Виконання вимог забезпечує підвищення ефективності DSS за рахунок: об'єднання OLAP з експертною системою, синергії знань у корпоративній системі DSS на модульно-уніфікованих моделях, цілісності бази даних (знань) протягом тривалого часу при змінах у складі користувачів, кращого врахування прийомів і методів роботи користувачів-аналітиків.

**Ключові слова:** OLAP, FASMI, Data Warehouse, Data Mart, Data Mining, DSS, Expert system, Business Intelligence, система підтримки прийняття рішень, експертна система, система управління знаннями.

### Вступ

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.**  
**Постановка проблеми.** Засоби інтерактивної аналітичної обробки (On-line Analytical Processing, OLAP [1]), які також називають засобами швидкого аналізу розділеної багатовимірної інформації, використовуються у значній кількості проблемних областей інформаційно-аналітичної роботи (IAR): пошукова система Google по запиту «OLAP» повертає біля  $4 \cdot 10^6$  записів. Разом зі сховищами даних (Data Warehouses, DWH), вітринами й

кіосками даних (Data Marts, DMarts) і засобами інтелектуального аналізу даних (Data Mining, DM) вони утворюють сучасні системи підтримки прийняття рішень спеціального типу (Decision Support System, DSS), які також називають інформаційно-аналітичними системами [3, 4]. DSS є основою засобів бізнес-розвідки або бізнес-аналітики, бізнес-інтелекту (Business Intelligence, BI) [5, 6]. Засоби BI відносяться до систем управління знаннями (Knowledge Management System, KMS) і створені, насамперед, на основі систем управління реляційними базами даних