Список літератури

1. *Антонов А.В. Системный аналіз / А.В. Антонов – М.: Высшая школа, 2004. – 454 с.*
2. *Могилевкий В.Д. Методология систем / В.Д. Могилевкий – М.: Экономика, 1999. – 251 с.*
3. *Тарасович Ю.Ю. Математическое и компьютерное моделирование. – М.: УРСС, 2004. – 148 с.*
4. *Факторный, дискриминантный и кластерный анализ: Пер. с англ. / Дж.-О. Ким, Ч.У. Мьюллер, У.Р. Клекка и др.; Под ред. И.С. Енюкова. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 215 с.*

Надійшла до редакції 27.08.2009 р.

Рецензент: доктор технічних наук., старший науковий співробітник В.М. Корольов, Академія сухопутних військ, Львів.

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ ПО ВРЕМЕНИ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Л.О. Новгородская, С.В. Парахин, Р.Г. Шабан, Э.В. Лучук

В статье проведена оценка тенденции изменения показателей надежности авиационной техники по времени эксплуатации. Анализ тенденции изменения показателей надежности авиационной техники позволил сделать выводы о том, что уменьшение среднего налета на неисправность вызвано уменьшением уровня надежности конструкции и не связано с уменьшением налета.

Ключевые слова: *надежность авиационной техники, средний налет на неисправность.*

ESTIMATION OF INDEXES VARIATING OF AEROTECHICS RELIABILITY AT TIMES OF EXPLOITATION

L.O. Novhorodska, S.V. Parakhin, R.G. Shaban, E.V. Luchuk

In the article the estimation of indexes variating tendency of aircraft reliability at times of exploitation is conducted. The analysis of indexes variating tendency of aircraft reliability at times of exploitation allowed to draw a conclusion that diminishing of average flight time preceding disrepair is caused by diminishing of construction reliability level and isn't bound with diminishing of flight time.

Keywords: *reliability of aircraft, average flight time preceding disrepair.*

УДК 62.001.57:517.3

А.О. Левченко

Академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

ПОБУДОВА МОДЕЛЕЙ ЩІЛЬНОСТІ РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ШЛЯХОМ КУСКОВО-ЛІНІЙНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

Наведено спосіб кусково-лінійної апроксимації розв'язання лінійного інтегрального рівняння типу згортки. Наведено оцінку похибки відновлення моделі.

Ключові слова: *зміна стану, дрейф параметра, напівнатурне моделювання, інтегральне рівняння, метод трапецій, емпіричні функції розподілу, апроксимація невідомої залежності.*

Вступ

Постановка проблеми. Застосування інформаційних технологій у системах технічного забезпечення експлуатації складних технічних систем (СТС), пов'язане із застосуванням інформаційних вимірювальних систем (ІВС), з метою отримання числових значень параметрів, що контролюються, та систем підтримки прийняття рішень з прогнозуванням для ідентифікації виду стану об'єктів контролю (ОК) з необхідною достовірністю, обробки цифрової вимірювальної інформації про параметри ОК з необхідною точністю, накопичення інформації про зміну стану

СТС і формування бази даних про процес дрейфу параметра з метою подальшого уточнення прогнозу.

ІВС, як складова апаратної частини системи підтримки прийняття рішень, з одного боку, є засобом контролю в системі технічного забезпечення експлуатації (СТЗЕ) СТС різного призначення, а з іншого – об’єктом контролю у відповідних Державних схемах передачі одиниць фізичних величин.

При побудові інформаційних моделей функціонування СТЗЕ (отримання, передачі, обробки цифрової вимірювальної інформації) слід враховувати вплив на ОК негативних чинників, для яких неможливо отримати точний математичний опис. Виходом з цієї ситуації є напівнатурне моделювання – дослідження ОК на випробувальних комплексах із включенням до їх складу реальної апаратури. Під час створення таких комплексів зменшується невизначеність вихідної інформації і забезпечується можливість моделювання будь-яких технічних об’єктів.

Для побудови інформаційних моделей процесу визначення технічного стану СТС методом напівнатурного моделювання та оцінки похибок визначення параметрів слід заздалегідь відновити вигляд їх емпіричної щільності розподілу ймовірностей, що дозволить у подальшому провести дослідження достовірності оцінки стану ОК методом напівнатурного моделювання.

Постановка завдання. За рахунок розробки нового, більш точного способу розв’язання лінійного інтегрального рівняння типу згортки забезпечити можливості оцінки меж похибок вимірювання узагальнених параметрів ОК.

Викладення основного матеріалу

Для синтезу моделей щільностей розподілу узагальнених параметрів запишемо рівняння згортки, зробивши у ньому заміну змінних.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x) f_z(y-x)dx = f_y(y). \qquad (1)$$

У рамках методу квадратурних формул, для наближеного вирішення цього некоректного, за Адамаром, рівняння в [1] наведена формула трапецій

$$f_x(x_i) = \frac{2}{f_z(x_i, x_j)}\left[\frac{f_y(x_i)}{m} - \sum_{j=1}^{i-1} A_j f_z(x_i, x_j) f_x(x_j)\right],$$

де $i = \overline{1,n}$;

m – крок обчислення;

n – число кроків обчислення;

значення x_i; $f_x(x_0)$ та A_j розраховуються зі співвідношень:

$$x_i = x_0 + (i-1)m\ ,1,$$

$$f_x(x_0) = \frac{2}{f_z(x_0, x_0)} \cdot \left.\frac{\partial F(y)}{\partial (y)}\right|_{y=x_0},$$

$$A_j = \begin{cases} 0{,}5;\ j = 1 \\ 1{,}0;\ j > 1 \end{cases},$$

де x_i – значення кроку обчислень вище апроксимуючої залежності;

A_j – вагові коефіцієнти j-ї складової апроксимуючого відрізку.

Проте цією формулою у такому вигляді користуватися не можна, оскільки для випадку обчислення згортки щільності розподілу $f_z(x_i, x_j)\big|_{i=1} = 0$.

Зберігаючи логіку обчислення за формулою трапецій, неважко прийти до висновку про необхідність зміщення значення аргументу шуканої функції на один крок у бік зменшення, і тоді формула трапецій набирає вигляду

$$f_x(x_{i+1}) = \frac{1}{f_z(x_i, x_{i-1})}\left[\frac{f_y(x_i)}{m} - \sum_{j=2}^{i-2} f_z(x_i, x_j) f_x(x_j)\right].$$

Для лінійного інтегрального рівняння типу згортки маємо

$$f_x(x_{i-1}) = \frac{1}{f_z(m)}\left[\frac{f_y(x_i)}{m} - \sum_{j=2}^{i-2} f_z(x - x_y) f_x(x_j)\right]. \qquad (2)$$

Емпіричні функції розподілу оцінок узагальнених параметрів, на підставі яких за формулою (2) слід обчислювати відповідні характеристики розподілу параметрів, можуть мати довільний нахил на початковій ділянці. До моделей, що побудовані таким чином, висуваються високі вимоги по точності, тому що методика розрахунку достовірності контролю базується на врахуванні малих розходжень між характеристиками розподілу узагальнених параметрів та їх оцінок. Внаслідок цього великі помилки моделей можуть внести значні похибки до результатів обчислення оцінок достовірності апроксимації невідомої залежності за допомогою (2). Для отримання точнішого способу вирішення лінійного інтегрального рівняння типу згортки проінтегруємо обидві частини рівняння (1) по y, оскільки зручніше працювати із емпіричними функціями, а не щільностями розподілу

$$\int_{-\infty}^{y}\left[\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(y-z) f_z(z)dz\right]dy = \int_{-\infty}^{y} f_y(y)dy.$$

Скориставшись залежністю змінних, отримаємо

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F_x(y-z) f_z(z) dz = F_y(y). \qquad (3)$$

Для вирішення цього рівняння скористаємося кусково-лінійною апроксимацією шуканої функції $F_x(y–x)$, яку в цьому випадку можна представити наступним співвідношенням

$$F_x(y-z)=F_x(x)=F_{xj-1}(x)+K_j[(x-x_{j-1})1(x-x_{j-1})-(x-x_j)1(x-x_j)] \qquad (4)$$

де K_j – тангенс кута нахилу *j-го* апроксимуючого відрізку осі абсцис,
1(x) – одинична ступінчаста функція Хевісайда.

$$F_{xj-1}(x) = \sum_{i=1}^{j-1} K_j \left[(x - x_{j-1}) 1(x - x_{j-1}) - (x - x_j) 1(x - x_j) \right]. \qquad (5)$$

Після підстановки в (4) рівнянь (5) і (6) отримаємо:

$$\sum_{i=1}^{j=1} K_i \left[y \cdot \int_{y-x_i}^{y-x_{i-1}} B - \int_{y-x_i}^{y-x_{i-1}} C - x_{i-1} \int_{-\infty}^{y-x_{i-1}} B + x_i \int_{-\infty}^{y-x_i} B \right] +$$

$$+ K_i \left[y \cdot \int_{y-x_j}^{y-x_{j-1}} B - \int_{y-x_j}^{y-x_{j-1}} C - x_{j-1} \int_{-\infty}^{y-x_{j-1}} B + x_j \int_{-\infty}^{y-x_j} B \right] = F_y(y)$$

де $B = f_z(z) dz$;

$C = z \cdot d(F(z))$;

$$-\int_{y-x_i}^{y-x_{i-1}} z \cdot d(F(z)) = -z \cdot F(z) \Big|_{y-x_i}^{y-x_{i-1}} + \int_{y-x_i}^{y-x_{i-1}} F_z(z) dz;$$

$$-\int_{y-x_j}^{y-x_{j-1}} z \cdot d(F(z)) = -z \cdot F(z) \Big|_{y-x_j}^{y-x_{j-1}} + \int_{y-x_j}^{y-x_{j-1}} F_z(z) dz.$$

Виконавши підстановки і провівши перетворення отримаємо:

$$\sum_{i=1}^{j=1} K_i \int_{y-x_i}^{y-x_{i-1}} F_z(z) dz + K_j \int_{y-x_j}^{y-x_{j-1}} F_z(z) dz = F_y(y). \qquad (6)$$

Введемо рівномірний крок квантування: $x_i = m_i$, $x_j = y = m_j$ і проведемо заміну:

$$\int_{m_{(j-i)}}^{m_{(j-i+1)}} F_z(z) dz = L_{(j-i+1)}. \qquad (7)$$

З врахуванням (7) рівняння (6) приймає вигляд

$$K_j = \frac{1}{L_1} \left[F_y(m_j) - \int_{i=1}^{j-1} K_i \cdot L_{(j-i+1)} \right], \qquad (8)$$

тоді із (5):

$$F_j = m \int_{i=1}^{j} K_i. \qquad (9)$$

Як показали розрахунки за формулами (8) і (9), похибки побудованих моделей більші, ніж при використанні (2). Це пояснюється тим, що коефіцієнт нахилу апроксимуючого відрізку визначається по середній частці відповідного кроку обчислення, оскільки в кінці, на першому кроці обчислення і на початку кроку, добуток підінтегральних функцій дорівнює нулю. І тому для функцій з великою кривизною значення на кінці апроксимуючого відрізку визначається із значною помилкою [2].

Доцільно визначати значення відновлюваної функції в середині апроксимуючого відрізку, та щоб не зменшувати крок обчислення, розрахунок проводити із зсувом на один крок обчислень вліво. Тоді (8) матиме вигляд:

$$K_{j-1} = \frac{1}{L_1 + L_2} \left[F_j(m_j) - \int_{i=1}^{j-2} K_i \cdot L_{(j-i+1)} \right]. \qquad (10)$$

Обчислення за співвідношенням (10) слід починати з j=2. Після першого, для розрахунку подальших значень використовувати значення k_i, що знайдені на попередніх кроках обчислення.

З формул (9) і (10) виходить, що за наявності аналітичної форми представлення відомих функцій $f_z(z)$, $f_y(y)$ можна визначити точне значення $f_x(0)$ за формулою

$$f_x(0) = K_0 = \lim_{y \to 0} \frac{F_y(y)}{\int_0^y F_z(z) dz}.$$

Для порівняння точності відновлення апроксимуючої залежності за формулою (11) і за формулою трапецій (2) вирішені тестові приклади з тими ж кроками обчислень, що і в досліді, наведеному в [2].

Із аналізу результатів можна зробити висновок, що застосування формули (10) для функцій з малою кривизною дає зменшення помилок обчислення від 1,4 до 2 разів, а для функцій з великою кривизною на ділянках максимальної кривизни зменшення помилок апроксимації досягає 24,6 раза. У загальному випадку обчислення за формулою (10) для оптимальних значень кроків обчислень не перевищує 0,5%, що згідно з [1] і вимагалось від формули трапецій.

Під оптимізацією кроків обчислень розуміється ефект стабілізації – незначного збільшення точності відновлення при значному зменшенні кроку обчислення.

Практично з тим же обсягом обчислювальних робіт, спосіб кусково-лінійної апроксимації шуканої функції, що пропонується, в порівнянні з класичним способом обчислень за формулою трапецій дає постійне і значне збільшення точності відновлення.

Доведемо наступне твердження: відновлювана функція $F_x(x)$, отримана за співвідношеннями (9) і (10), є функцією розподілу ймовірностей.

Для доведення, у відповідності до [3], необхідно показати, що:

1. $F_x(-\infty) = 0$,
2. $F_x(+\infty) = 1$,
3. $F_x(x)$, – неубуваюча, тобто $F_x(x_2)>F_x(x_1)$, $x_1>x_2$.

Неважко довести, що якщо $F_z(z)$ і $F_y(y)$ задовольняють вказаним умовам, то $F_x(x)$ задовольняють умовам 1 і 2. При $y=-\infty$ і кінцевому z, маємо:

$$F_x(-\infty)\int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z)dz = 0 .$$

Оскільки $F_x(-\infty - z) = F_x(-\infty)$, тобто $F_x(-\infty)$ не залежить від z, і $\int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z)dz = F_z(\infty) = 1 \neq 0$, то $F_x(-\infty) = 0$.

Аналогічно доводиться умова 2. При

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(-\infty - z) f_z(z)dz = F_y(+\infty) = 1 ,$$

оскільки $F_x(+\infty - z) = F_x(+\infty)$, тобто $F_x(+\infty)$ не залежить від z, то

$$F_x(+\infty)\int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z)dz = F_x(+\infty)F_z(+\infty) = F_x(+\infty) = 1 .$$

Умова 3 в загальному випадку не може не виконуватися. Умова 1 для щільностей розподілу має вигляд $f_y(y)\geq 0$, $f_y(y)\geq 0$.

Звідси, із врахуванням (1) маємо:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(y - z) f_z(z)dz \geq 0 .$$

З цієї нерівності не виходить, що $f_x(y\text{-}x)=0$, але

$$\int_{D_i(y)} f_x(y-z) f_z dz - \int_{D_2(y)} f_x(y-z) f_z dz \geq 0 ,$$

де $D_i(y)$ – область визначення аргументу z, $f_x(y–x)\leq 0$; $D_2(y)$ – область визначення аргументу z, $f_x(y–x)\leq 0$.

Тому, щоб шукана функція $E_x(z)$ задовольняла умові 1, її при $f_x(y–x)\leq 0$ слід обчислювати з корегуванням на неубування.

Висновок

У статті розроблений метод кусково-лінійної апроксимації вирішення лінійного інтегрального рівняння типа згортки. Застосування методу кусково-лінійної апроксимації дає збільшення точності побудови моделей для функцій з великою кривизною. Показано, що модель, побудована таким чином, відповідає вимогам до щільності розподілу ймовірностей. Таким чином, забезпечена можливість оцінки похибок непрямих вимірювань узагальненого параметра, із загальним зменшенням помилок обчислень до двох разів для функцій з малою кривизною (найгірший випадок).

Список літератури

1. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы / А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков. – К.: Наукова думка, 1986. – 541 с.

2. Левченко А. О. Алгоритм восстановления плотности распределения вероятностей обобщенных параметров / А. О. Левченко, И. Л. Стадник // Труди Одеського національного політехнічного університету. – Одеса, 2006. – Вип. 1(20). – С. 133 – 136.

3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

Надійшла до редакції 27.08.2009 р.

Рецензент: доктор технічних наук, старший науковий співробітник А.М. Зубков, Академія сухопутних військ, Львів.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПЛОТНОСТЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ПУТЕМ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

А.А. Левченко

Приведен способ кусочно-линейной аппроксимации решения линейного интегрального уравнения типа свертки. Приведена оценка погрешности восстановления модели.

Ключевые слова: *изменение состояния, дрейф параметра, полунатурное моделирование, интегральное уравнение, метод трапеций, эмпирические функции распределения, аппроксимация неизвестной зависимости.*

CONSTRUCTION OF THE MODELS OF CLOSENESS OF DIVISION OF THE PROBABILITIES THROUGH THE COBBED-LINEAR APPROXIMATION

A.O. Levchenko

The way of cobbed-linear approximation of the solving of linear integral equalization of the package type is shown. There is also shown the estimation of an error of the model renewal.

Keywords: *change of the state, drift of a parameter, semimodel design, integral equalization, method of trapezoids, empiric functions of division, approximation of unknown dependence.*