

УДК 623.546

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.22.2020.7-13>В.І. Грабчак<sup>1</sup>, В.П. Василенко<sup>2</sup>, С.М. Осипенко<sup>2</sup>, О.М. Шаповал<sup>2</sup><sup>1</sup>Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів<sup>2</sup>Національна академія Національної гвардії України, Харків

## ВПЛИВ СИЛИ ТА МОМЕНТУ СИЛИ МАГНУСА НА ДАЛЬНІСТЬ ПОЛЬОТУ СНАРЯДА

В статті проведений аналіз виникнення сили та моменту сили Магнуса при польоті снаряда; наведені аналітичні залежності їх визначення. З використанням методу різниць проведена оцінка впливу сили та моменту сили Магнуса на характеристики стрільби артилерійських систем. Наведена математична модель польоту снаряда та представлені результати чисельного моделювання залежностей відхилення в дальності польоту снаряда ОФ-462Ж 122-мм гаубиці Д-30 від точності визначення аеродинамічних коефіцієнтів сили і моменту сили Магнуса. Показано, що найбільші відхилення в дальності польоту снаряда відбуваються при стрільбі на великих кутах кидання, при збільшенні швидкості польоту снаряда.

**Ключові слова:** артилерійський снаряд, аеродинамічні сили та моменти, сила Магнуса, момент сили Магнуса, кут нутації, рівняння руху снаряда, відхилення в дальності, Таблиці стрільби.

### Вступ

**Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури.** Взаємодія повітря та снаряда, що в ньому рухається, проявляється у виникненні системи розподілених за поверхнею снаряда аеродинамічних сил від нормального тиску та дотичного напруження. Повна аеродинамічна сила, яка діє на снаряд в польоті, дорівнює [1, 2]

$$\bar{R} = \int (p\bar{n} + \bar{f}) dS, \quad (1)$$

де  $p$  – тиск в точці поверхні снаряда, яка розглядається;  $\bar{n}$  – одиничний вектор нормалі до поверхні в точці, що розглядається;  $\bar{f}$  – тангенціальна сила на одиницю площі, що обумовлена тертям (в'язкою взаємодією молекул повітря);  $S$  – площа снаряда.

В загальному випадку вектор аеродинамічної сили має дотичну  $R_T$  та нормальну  $R_N$  складові, тобто складові за напрямком дотичної та нормалі до траєкторії в площині, яка проходить через дотичну до траєкторії та віссю снаряда. Не зупиняючись на природі виникнення кожної з перерахованих складових, які детально розглянуті в [3, 4], зазначимо, що сила лобового опору  $R_T$  залежить від форми снаряда, швидкості і висоти його польоту, кута нутації та складається з трьох різних за своєю природою складових – донного опору, опору тертя та хвильового опору. Піднімальна сила  $R_N$  утворюється поверхнею корпусу снаряда та залежить від величини кута нутації  $\delta$  і форми снаряда.

Третьою складовою, вектор якої перпендикулярний векторам сили лобового опору та піднімальної сили, є сила Магнуса  $R_L$ . Сьогодні підходи щодо розрахунку сили Магнуса охоплюють весь спектр від натурних випробувань (метод стрільб), випробувань моделей снарядів продувкою в аеродинамічних трубах до кінцево-різницевого чисельного розв'язання рівнянь з частковими похідними. Сучасному стану вирішення проблеми розрахунку сили Магнуса присвячені роботи Шапіро Я.М., Венцеля Д.А., Чернозубова А.Д., Дмитрієвського А.О., які сформулювали основні положення теорії та практики її визначення на основі зовнішньотраєкторних випробувань; роботи Сладкова В.Ю., Бистріцького Ю.К., Дубова Б.С., Калугіна В.Т., Красильщикова А.П., Legner J.C., в яких розглянуто питання аеродинамічних досліджень із застосуванням експериментальних балістичних установок і аеродинамічних труб, а також роботи Краснова Н.Ф., Мхітаряна А.М., Сідельнікова Р.В., Лойцяньського Л.Г., Anderson J.D., Bertin J.J., Gulçat U., присвячені математичним (чисельним) методам розрахунку сили Магнуса.

Як правило, вектор сили Магнуса не проходить через ц.м. снаряда, внаслідок чого виникає момент цієї сили  $M_L$ .

Провідними науковцями Ballistic Research Laboratories – Балістичної дослідної лабораторії Сполучених Штатів Америки оприлюднені точнісні показники, досягнуті при визначенні сили та моменту сили Магнуса вищезазначеними підходами (табл. 1) [5].

Таблиця 1

Точнісні показники, які досягнуті при визначенні аеродинамічних коефіцієнтів сили та моменту Магнуса

Aerodynamic Coefficient	Wind Tunnel, %	Aeroballistic Range, %	PRODAS, %
Magnus Force	Large	25	33
Magnus Moment	Large	10-20	15-25

Вплив сили Магнуса  $R_L$  і її моменту  $M_L$  на політ снарядів вивчений порівняно мало. Експериментальні дослідження впливу сили та моменту сили Магнуса на рух снаряда ускладнюються рядом труднощів, які пов'язані зі складністю у вимірі локальних кількісних параметрів повітряного потоку як вільного, так і потоку, що обтікає аеродинамічну модель снаряда, точністю виконання вимірювань аеродинамічними вагами, а також складністю врахування впливу обертання снаряда, а також прецесійного та нутаційного руху снаряда [1-2, 6-8].

Крім того, з практичної точки зору важливим питанням постає оцінка впливу сили та моменту сили Магнуса на політ снаряда, а саме на характеристики стрільби артилерійських систем, основною з яких є дальність польоту снаряда.

Таким чином, метою статті є аналіз причин виникнення сили та моменту сили Магнуса при польоті снаряда, а також оцінка їх впливу на дальність польоту снаряда.

## Основна частина

**1. Причини виникнення сили та моменту сили Магнуса при польоті снаряда.** Тільки снарядам, що швидко обертаються притаманні аеродинамічні характеристики – сила та момент сили Магнуса. Під час руху снаряд, який обертається, захоплює за собою частки повітря і навколо нього утворюється циркуляційний потік, який взаємодіє з потоком повітря, що набігає, перпендикулярному осі снаряда. Внаслідок цього утворюється зона підвищеного тиску повітря та зона розрядження, тобто виникає різниця тиску на снаряд, що призводить до виникнення сили Магнуса  $R_L$ , яка направлена перпендикулярно площині опору снаряда (площина, яка проходить через вісь снаряда та дотичну до траєкторії) (рис. 1).

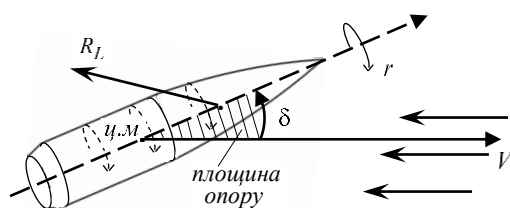


Рис. 1. Схема виникнення сили Магнуса

$\delta$  – кут нутації;  $V$  – швидкість польоту снаряда;  
 $r$  – полярна складова кутової швидкості снаряда

Схематична орієнтація векторів сил, що діють на снаряд – лобового опору  $R_T$ , піднімальної сили  $R_N$  та сили Магнуса  $R_L$ , наведена на рис. 2.

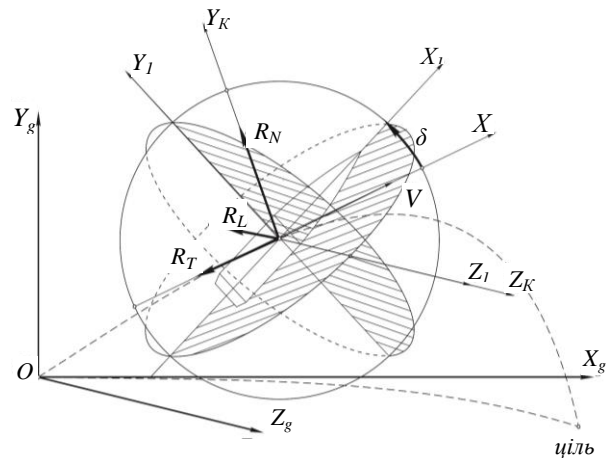


Рис. 2. Взаємна орієнтація векторів сил, які діють на снаряд в польоті:

$OX_gY_gZ_g$  – нормальна земна;  $OX_KY_KZ_K$  – траєкторна;  
 $OX_1Y_1Z_1$  – зв'язана системи координат

Сила Магнуса  $R_L$  в значній мірі залежить від кута нутації снаряда  $\delta$ ; за умови  $\delta=0$  вона дорівнює нулю. При зміні знака кута  $\delta$ , напрямку дії сили  $R_L$  зміниться на зворотний. Запишемо значення сили Магнуса  $R_L$  та прийнемо, що кут нутації снаряда  $\delta$  малий. Розкладемо  $R_L$  в ряд за степенями кута  $\delta$  навколо значення  $\delta \approx 0$ . Так як  $R_L$  є функція непарна, тобто при зміні кута  $\delta$  величина  $R_L$  змінює свій знак, відповідно буде розкладатися за непарними степенями кута  $\delta$

$$R_L = \left( \frac{\partial R_L}{\partial \delta} \right)_{\delta \approx 0} \cdot \delta + \frac{1}{6} \left( \frac{\partial^3 R_L}{\partial \delta^3} \right)_{\delta \approx 0} \cdot \delta^3 + \dots, \quad (2)$$

нехтуючи членами розкладання другого та вищих порядків, отримаємо

$$R_L = \left( \frac{\partial R_L}{\partial \delta} \right)_{\delta \approx 0} \cdot \delta. \quad (3)$$

Сила Магнуса залежить в першому наближенні від форми і розмірів снаряда, швидкості його польоту і обертання навколо ц.м., від щільності повітря і його в'язкості, від швидкості звука у повітрі, яка визначається його температурою, а також від положення снаряда на траєкторії – кута нутації (3), тобто

$$R_L = f(\delta, V, d, \rho, r, \omega, \mu, a), \quad (4)$$

де  $d$  – діаметр (калібр) снаряда;  $\rho$  – густина повітря;  $\omega$  – екваторіальна складова кутової швидкості снаряда;  $\mu$  – кінетичний коефіцієнт в'язкості повітря;  $a$  – швидкість звука у повітрі.

За допомогою теорії подібності і розмірностей вид функціональної залежності (4) перетворюється так, що незалежні змінні стають безрозмірними і кількість їх зменшується. В підсумку отримаємо формулу [3, 4]

$$R_L = \frac{\rho V^2}{2} S_M \Phi \left( \frac{Vd\rho}{\mu}; \frac{rd}{V}; \frac{V}{a}; \delta \right), \quad (5)$$

де  $S_M = \frac{\pi d^2}{4}$  – площа міделевого перетину (площа перетину корпусу снаряда у місці його найбільшого діаметра);  $\frac{Vd\rho}{\mu}$  – число Рейнольдса ( $Re$ );  $\frac{V}{a}$  – число Маха ( $M$ ).

Площа  $S_M$  у (5) є лише масштабом і не характеризує повністю впливу лінійних розмірів снаряда на величину  $R_L$ . Крім того, з фізичних міркувань постає, що величина  $R_L$  залежить не стільки від площі поперечного перетину  $S_M$ , скільки від площі осевого перетину, яке характеризується величинами калібру  $d$  та довжини снаряда  $l$ .

Для зручності розрахунків сили Магнуса  $R_L$  та з метою приведення її до відповідних розмірностей інших складових аеродинамічної сили, помножуючи та поділяючи вираз (5) на добуток  $\Pi_{ON} 10^3$  та переходячи від масової густини повітря до її питомої ваги  $\Pi = \rho g$ , отримаємо

$$R_L = \frac{d^2 l}{g} 10^3 H(y) V r K_{R_L}(M) \delta, \quad (6)$$

де  $K_{R_L}(M) = \frac{\pi}{8} \frac{\Pi_{ON}}{10^3} \frac{d}{l} c_L(M) = 4.74 \cdot 10^{-4} \frac{d}{l} c_L(M)$  – коефіцієнт сили Магнуса,  $H(y) = \frac{\Pi}{\Pi_{ON}}$  – функція зміни густини повітря за висотою;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\Pi_{ON}$  – значення питомої ваги повітря на поверхні землі.

Точка прикладення сили Магнуса  $R_L$  не збігається з ц.м. снаряда, внаслідок чого виникає момент від сили Магнуса  $M_L$  (рис. 3), який залежить від кута  $\delta$ , лежить в його площині та направлений перпендикулярно осі симетрії снаряда (для наочності на рисунку схематично наведені – перекидний  $M$ , полярний гасильний  $M_\Gamma$  та екваторіальний демпфірувальний  $M_D$  моменти).

Аналогічно визначенню сили Магнуса  $R_L$ , аеродинамічний момент сили Магнуса  $M_L$ , дорівнює

$$M_L = \frac{d^3 l}{g} 10^3 H(y) V r K_{M_L}(M) \delta, \quad (7)$$

де в якості плеча сили  $R_L$  приймається величина калібру снаряда. Враховуючи, що значення калібру є величиною сталою, водночас плече сили є величиною змінною, яка залежить від швидкості польоту снаряда  $V$  і кутової швидкості його власного обертання  $r$ , відповідно змінна складова входить до аеродинамічного коефіцієнта  $K_{M_L}(M)$ , значення якого визначається експериментально.

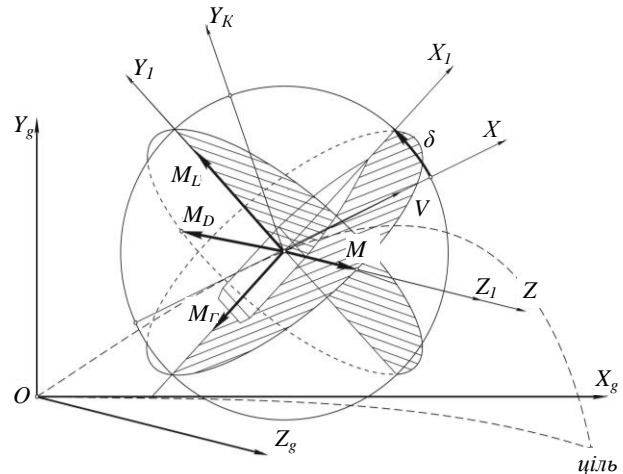


Рис. 3. Взаємна орієнтація векторів моментів, які діють на снаряд в польоті

**2. Оцінка впливу сили та моменту сили Магнуса на дальність польоту снаряда.** Для дослідження впливу сили та моменту сили Магнуса на дальність польоту снаряда, використаємо систему диференціальних рівнянь просторового руху снаряда, яка наведена в [9, 10].

Рівняння руху ц.м. снаряда:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} V(t) = f(V(t)) - g \sin \theta(t); \\ \frac{d}{dt} \theta(t) = 2\chi\delta_2(t) + 2\lambda\delta_1(t) - \frac{g \cos \theta(t)}{V(t)}, \end{cases} \quad (8)$$

де  $f = \frac{1}{m} R_T = \frac{d^2}{q} 10^3 H(y) V^2(t) c_X(M)$ ;  $c_X(M)$  – коефіцієнт сили лобового опору;  $m$  – маса снаряда;  $q$  – вага снаряда;  $2\chi\delta_1 = \frac{1}{mV} R_N \sin v = 2\chi\delta \sin v$ ;  $v$  – кут прецесії снаряда;  $2\chi\delta_2 = \frac{1}{mV} R_N \cos v = 2\chi\delta \cos v$ ;  $\delta_1, \delta_2$  – відповідно вертикальна і горизонтальна складові кута нутації снаряда;  $R_N = \frac{dl}{g} 10^3 H(y) V^2 K_{R_N} \delta$ ;  $K_{R_N}$  – коефіцієнт піднімальної сили;  $2\lambda\delta_1 = \frac{1}{mV} R_L \sin v = 2\lambda\delta \sin v$ ;  $2\lambda\delta_2 = \frac{1}{mV} R_L \cos v = 2\lambda\delta \cos v$ ;  $\theta$  – кут кидання;  $t$  – час польоту снаряда.

Координати ц.м. снаряда в нормальній земній системі координат (рис. 4):

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = V \cos \theta(t) \cos \psi(t); \\ \frac{d}{dt} y(t) = V \sin \theta(t); \\ \frac{d}{dt} z(t) = -V \cos \theta(t) \sin \psi(t), \end{cases} \quad (9)$$

де  $x, y, z$  – координати ц.м. снаряда;  $\psi$  – кут обертання снаряда в площині горизонту.

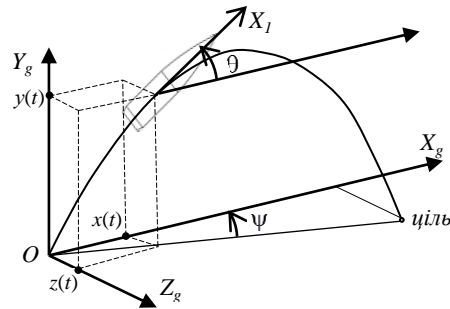


Рис. 4. Визначення координат ц.м. снаряда

Рівняння руху снаряда навколо його ц.м.:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} \delta_1(t) - \left( \frac{Cr(t)}{A} + 2\lambda \right) \frac{d}{dt} \delta_2(t) + 2(\xi + \chi) \frac{d}{dt} \delta_1(t) - \\ - \left( \beta + 2 \frac{Cr(t)}{A} \lambda - 4\xi\chi - 2 \frac{d}{dt} \chi \right) \delta_1(t) + 2 \left( \varepsilon \frac{r(t)}{r_0} - \frac{Cr(t)}{A} \chi - 2\xi\lambda - \frac{d}{dt} \lambda \right) \delta_2(t) = - \frac{Cr(t)}{A} \frac{g \cos \theta(t)}{V(t)}; \\ \frac{d^2}{dt^2} \delta_2(t) - \left( \frac{Cr(t)}{A} + 2\lambda \right) \frac{d}{dt} \delta_1(t) + 2(\xi + \chi) \frac{d}{dt} \delta_2(t) - \left( \beta + 2 \frac{Cr(t)}{A} \lambda - 4\xi\chi - 2 \frac{d}{dt} \chi \right) \delta_2(t) + \\ + 2 \left( \varepsilon \frac{r(t)}{r_0} - \frac{Cr(t)}{A} \chi - 2\xi\lambda - \frac{d}{dt} \lambda \right) \delta_1(t) = \frac{d}{dt} \left( \frac{g \cos \theta(t)}{V(t)} \right) + 2\xi \frac{g \cos \theta(t)}{V(t)}; \\ \frac{d \ln r(t)}{dt} = - \frac{d^3 l}{gC} 10^3 H(y) V(t) K_{M_T}, \end{cases} \quad (10)$$

де  $C, A$  – відповідно полярний та екваторіальний момент інерції снаряда;  $2\xi = \frac{d^3 l}{gA} 10^3 H(y) V K_{M_D}$ ;

$K_{M_D}$  – коефіцієнт екваторіального демпфірувального моменту;  $\beta = \frac{d^2 h}{gA} 10^3 H(y) V^2 K_M$ ;  $K_M$  – коефіцієнт перекидного моменту;

$2\varepsilon = \frac{d^3 l}{gA} 10^3 r_0 H(y) V K_{M_L}$ ;

$K_{M_L}$  – коефіцієнт моменту Магнуса;  $K_{M_T}$  – коефіцієнт полярного гасильного моменту.

При виведенні математичної моделі, було прийнято ряд базових припущень, які суттєво не впливають на точність опису просторового руху снарядів, але дозволяють значно її спростити:

- снаряд в будь-який момент часу розглядається як абсолютно жорстке тіло, тобто не враховуються його пружність;

- снаряд симетричний відносно повздовжньої осі інерції;

- ц.м. снаряда лежить на його геометричній осі;

- вектор сили опору повітря лежить в площині, яка проходить через вісь снаряда та дотичну до траєкторії;

- вважається, що в будь-який момент руху центр тиску снаряда співпадає з його ц.м., а навколо ц.м. діє аеродинамічний перекидний момент;

- сила тяжіння не міняє свого напрямку і величини на всій траєкторії польоту снаряда.

Наведена математична модель польоту снаряда реалізована програмно на основі стандартної підпрограми чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, написаною в програмному середовищі Maple.

При проведенні розрахунків аеродинамічних сил та моментів, як правило, експериментально визначаються не безпосередні їх значення, а значення їх коефіцієнтів, а саме значення  $K_{R_L}$  – коефіцієнта сили Магнуса та  $K_{M_L}$  – коефіцієнта моменту сили Магнуса.

Розрахунки проводилися для нормальних (табличних) умов стрільби для 122-мм гаубиці Д-30, снаряд ОФ-462Ж [11]:

- вогнева позиція та ціль розташовані на одній висоті;

- висота вибуху дорівнює нулю;

- враховані наступні табличні метеорологічні фактори:

- тиск повітря на рівні стартової позиції – 1000 мб (750 мм рт. ст.); температура повітря на рівні стартової позиції – (+15 °С) при вологості 50%;

- розподіл температури повітря з висотою – нормальний артилерійський;
- балістичні параметри та характеристики мають паспортні (формулярні) та табличні значення.

Для оцінки впливу сили та моменту сили Магнуса на дальність польоту снаряда використаємо метод різниць, який полягає в розв'язанні системи диференціальних рівнянь просторового руху снаряда (9-11) так, щоб змінюючи значення сили та моменту сили Магнуса, отримувати зміну величини дальності польоту снаряда [4, 7].

В загальному випадку схема оцінки впливу відхилення дальності польоту снаряда від точності визначення сили та моменту сили Магнуса з врахуванням (11-13) наведена на рис. 5.

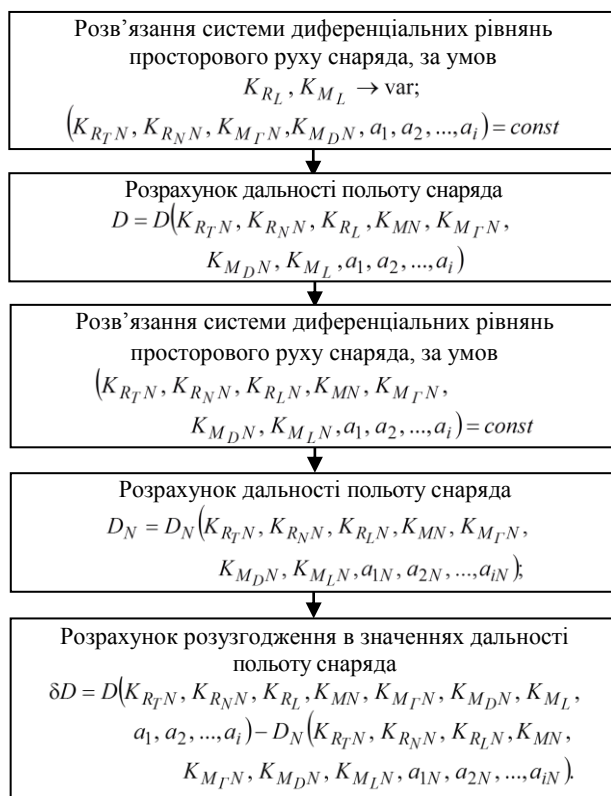


Рис. 5. Схема оцінки впливу відхилення в дальності польоту снаряда від точності визначення аеродинамічних коефіцієнтів  $K_{R_L}, K_{M_L}$

Послідовність оцінки впливу аеродинамічних коефіцієнтів снаряда на дальність його польоту наступна:

а) система диференціальних рівнянь, яка описує просторовий рух снаряда при умовах стрільби, де змінюється значення одного з аеродинамічних коефіцієнтів снаряда, решта залишається незмінними, інтегрується чисельним методом, в процесі рішення якої визначається дальність

$$\xi_1 \rightarrow \text{var}; \{\xi_2, \xi_3, \dots, \xi_n\} = \text{const}; \quad (11)$$

б) інтегруються рівняння, які характеризують рух снаряда за розрахунковими (незбуреними) умовами та визначається дальність

$$D_N = D_N(\xi_{1N}, \xi_{2N}, \dots, \xi_{nN}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{kN}); \quad (12)$$

в) розузгодження в значеннях дальності отримують як

$$\delta D = D(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, a_1, a_2, \dots, a_k) - D_N(\xi_{1N}, \xi_{2N}, \dots, \xi_{nN}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{kN}), \quad (13)$$

де  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  – аеродинамічні коефіцієнти;  $a_i$  – параметри, які характеризують балістичні, метеорологічні та геофізичні умови стрільби;  $D$  – дальність польоту снаряда.

На рис. 6 а, б наведені графіки відносного відхилення в дальності польоту снаряда від точності визначення аеродинамічних коефіцієнтів сили  $K_{R_L}$  та моменту сили Магнуса  $K_{M_L}$  при зміні їх величини на 1%.

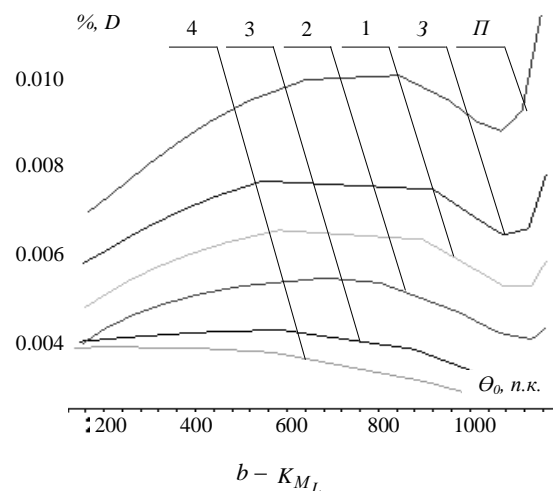
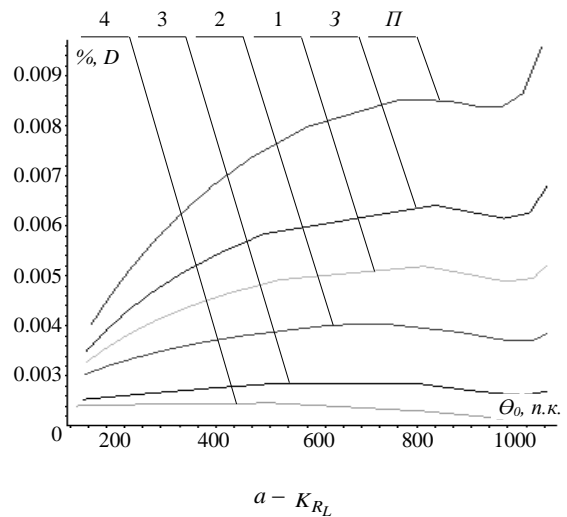


Рис. 6. Залежність відносного відхилення в дальності польоту снаряда ОФ-462Ж 122-мм гаубиці Д-30 від точності визначення аеродинамічних коефіцієнтів  $K_{R_L}, K_{M_L}$

П, 3, 1+4 – відповідно повний (690 м/с), зменшений (565 м/с), перший – четвертий заряди (650 ÷ 276) м/с



Вплив аеродинамічних коефіцієнтів  $K_{R_L}$  та  $K_{M_L}$  на відхилення в дальності польоту снаряда є практично однакового порядку. Найбільші відхилення в дальності польоту снаряда спостерігаються при стрільбі на повному заряді (швидкість польоту снаряда 690 м/с) на великих кутах кидання (навісна стрільба) та призводить до похибок, які досягають  $(0.009 \div 0.011) \% D$ , відповідно найменші – на четвертому заряді (швидкість польоту снаряда 276 м/с), похибки –  $(0.0015 \div 0.004) \% D$ .

### Висновки

Проведені дослідження та результати, які досягнуті при визначенні аеродинамічних коефіцієнтів сили та моменту сили Магнуса Балістичною дослідною лабораторією Сполучених Штатів Америки (Ballistic Research Laboratories) показують, що при стрільбі на максимальну дальність снарядом ОФ-462Ж 122-мм гаубиці Д-30 похибка визначення коефіцієнта сили Магнуса в  $(25 \div 33) \%$  призводить до відхилення в дальності  $(40 \div 45) м$ , на мінімальну дальність –  $(6 \div 7) м$ , аеродинамічного коефіцієнта моменту сили Магнуса в  $(10 \div 25) \%$  –  $(15 \div 40) м$  та  $(7 \div 15) м$  відповідно.

Водночас, в Збройних Силах України при складанні таблиць стрільби на артилерійські системи використовується Державний стандарт ГОСТ В 24288-80 “Снаряды неуправляемые артиллерийские, реактивные, активно-реактивные. Метод расчета траектории полета”, що передбачає погодження результатів стрільб з результатами, що отримані на основі розв’язання системи диференціальних рівнянь просторового руху снаряда на деякому інтервалі швидкостей та кутів кидання; в якості функції погодження прийнята еталонна функція опору повітря 1943 року  $c_{X_{43}}(M)$ .

Результати теоретичних розрахунків та практичних експериментів показали, що значення коефіцієнтів погодження виявляються різними не тільки для різних початкових швидкостей  $V_0$ , а також і кутів кидання  $\theta_0$ , що в прямій постановці суперечить законам аеродинаміки. Крім того, на одній і тій самій траєкторії коефіцієнти отримуються різними

для дальностей, часу та координат; поправки, які розраховані за цими різними коефіцієнтами, також будуть різними.

Загальна тенденція рішення цієї проблеми полягає в поступовій відмові від еталонних функцій опору повітря та переході на індивідуальні функції для конкретного снаряда, які сьогодні приймаються в країнах-членах НАТО та враховують всі аеродинамічні коефіцієнти в диференціальних рівняннях просторового руху снаряда.

Перспективним напрямом подальших досліджень є оцінка впливу аеродинамічних коефіцієнтів сили та моменту Магнуса на бокове відхилення польоту снаряда.

### Список літератури

1. Аржаников Н.С. Аэродинамика летательных аппаратов / Н.С. Аржаников, Г.С. Садекова. – М.: Высшая школа, 1983. – 359 с.
2. Липницький Ю.М. Аэродинамика баллистического полета / Ю.М. Липницький, А.В. Красильников, А.Н. Покровский, В.Н. Шманенков [Под ред. Липницкого Ю.М.]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.
3. Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика / А.А. Дмитриевский, Л.Н. Лисенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 607 с.
4. Баллистика / [С.В. Беневолюский, В.В. Бурлов, В.П. Казанцев и др.]; под ред. Л.Н. Лисенко. – Пенза: ПАИИ, 2005. – 510 с.
5. McCoy R.L. Modern Exterior Ballistics / R.L. McCoy. – Atglen, PA.: Schiffer Military History, 2012. – 328 p.
6. Харитонов А.М. Техника и методы аэрофизического эксперимента. Ч.1. Аэродинамические трубы и газодинамические установки / А.М. Харитонов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 220 с.
7. Равдин И.Ф. Внешняя баллистика неуправляемых реактивных снарядов / И.Ф. Равдин. – Л.: ВВА, 1972. – 184 с.
8. Шевелев Ю.Д. Пространственные задачи вычислительной аэрогидродинамики / Ю.Д. Шевелев. – М.: Наука, 1986. – 368 с.
9. Грабчак В.І. Математична модель руху снаряда з гіроскопічною стабілізацією навколо його центру мас / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко, С.В. Стеців // Системи озброєння і військова техніка. – Харків: ХВПС. – 2014. – Вип. 4 (40). – С. 21-27.
10. Грабчак В.І. Математична модель руху центру мас снаряда з гіроскопічною стабілізацією / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко, С.В. Стеців // Військово-технічний збірник. – Львів: АСВ. – 2014. – Вип. 2 (11). – С. 7-12.
11. Таблицы стрельбы 122-мм гаубицы Д-30 / [авт. текста Р.А. Кулаковский]. – М.: Воен. издательство, 1984. – 224 с.

### ВЛИЯНИЕ СИЛЫ И МОМЕНТА СИЛЫ МАГНУСА НА ДАЛЬНОСТЬ ПОЛЕТА СНАРЯДА

В.И. Грабчак, В.П. Василенко С.М. Осипенко, О.М. Шаповал

В статье проведен анализ возникновения силы и момента силы Магнуса при полете снаряда; приведены и обоснованы аналитические зависимости для их определения. Представлена взаимная ориентация векторов силы и момента силы Магнуса с векторами силы лобового сопротивления, подъемной силы, а также опрокидывающего, полярного гасящего и экваториального демпфирующего моментов действующих на снаряд в полете. Проведена оценка влияния силы и момента силы Магнуса на характеристики стрельбы артиллерийских систем. Представлена математическая модель полета снаряда, а также ограничения, которые на нее накладываются и существенно не

влияющие на точность описания пространственного движения снарядов. Математическая модель реализована программно на основе стандартной подпрограммы численного интегрирования дифференциальных уравнений, написанной в программной среде Maple и содержит уравнения движения центра масс снаряда, уравнения движения относительно центра масс снаряда и уравнения позволяющие определить в базовой системе отсчета координаты точек падения снаряда. Для оценки влияния силы и момента силы Магнуса на дальность полета снаряда использован метод разницы, который заключается в решении системы дифференциальных уравнений пространственного движения снаряда так, чтобы меняя значения силы и момента силы Магнуса (при условии постоянства остальных аэродинамических сил и моментов), получать изменение величины дальности полета снаряда. Представлена последовательность и схема оценки влияния отклонения дальности полета снаряда от точности определения силы и момента силы Магнуса, а также результаты численного моделирования зависимостей отклонения дальности полета снаряда ОФ-462Ж 122-мм гаубицы Д-30 от точности определения аэродинамических коэффициентов силы и момента силы Магнуса. Показано, что наибольшие отклонения в дальности полета снаряда наблюдаются при стрельбе на больших углах бросания и полном заряде (скорость полета снаряда 690 м/с), соответственно наименьшие – на четвертом заряде (скорость полета снаряда 276 м/с) и малых углах бросания.

**Ключевые слова:** артиллерийский снаряд, аэродинамические силы и моменты, сила Магнуса, момент силы Магнуса, угол нутации, уравнения движения снаряда, отклонения в дальности, Таблицы стрельбы.

## EFFECT OF THE MAGNUS FORCE AND TORQUE ON THE PROJECTILE FLIGHT RANGE

V. Hrabchak, V. Vasylenko, S. Osipenko, O. Shapoval

The paper considers the origin of the Magnus force and torque in the course of the projectile flight; analytical dependencies for their determination are given and justified. The mutual orientation of the Magnus force and angular torque vectors with respect to those of the drag and lift forces, as well as with respect to the stalling, polar quenching and equatorial damping torques acting on the projectile in flight is discussed. The effect of the Magnus force and torque on the firing characteristics of artillery systems is assessed. A mathematical model of the projectile flight is presented, as well as constraints that are imposed on it and that do not considerably affect the accuracy of the description of the spatial motion of the projectile. The mathematical model is implemented programmatically on the basis of a standard subroutine for numerical integration of differential equations written in the Maple software and contains the motion equations for the projectile mass center, the motion equations with respect to the projectile mass center and equations that allow one to determine the coordinates of the projectile fall points in the base reference system. To assess the effect of Magnus force and torque on the projectile flight range, the difference method is employed, which consists in solving the system of differential equations of the spatial motion of the projectile such that changing the magnitude of the Magnus force and torque (at the assumption of the constancy of the aerodynamic forces and torques), one obtains the variation in the projectile flight range. A protocol and a scheme for assessing the effect of deviation of the projectile range on the accuracy of determination of the Magnus force strength and torque, as well as the results of numerical simulation of the deviation of the flight range for the ОФ-462Ж projectile of the 122-mm howitzer Д-30 depending on the accuracy of determination of aerodynamic force coefficients and Magnus torque are presented. It is shown that the largest deviations in the projectile flight range are observed when shooting at large launching angles and full charge (projectile speed 690 m / s); the smallest corresponding values are observed for the fourth charge (projectile speed 276 m / s) at small launching angles.

**Keywords:** artillery projectile, aerodynamic forces and torques, Magnus force, Magnus torque, nutation angle, projectile motion equations, range deviations, Shooting tables