

УДК 623.546

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.22.2020.14-20>

П.П. Ткачук, І.В. Горчинський, Л.Д. Величко

*Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів***ЗОВНІШНЯ ДИНАМІКА ОСКОЛКОВО-ФУГАСНОГО СНАРЯДА ОФ-462Ж**

*На основі запропонованої авторами функціональної залежності величини сили лобового опору повітря рухові снаряда від його швидкості, маси та калібру, температури і густини повітря, атмосферного тиску, швидкості звуку в повітрі досліджується їх вплив на зовнішню балістику снаряда. Функціональна залежність, попри однакову форму запису при русі снаряда з надзвуковою або дозвуковою швидкостями, має різні значення певних коефіцієнтів. Для їх визначення розв'язується обернена задача динаміки, тобто, базуючись на результатах експериментальних досліджень для даного типу снаряда, методом послідовних наближень підбираються їх значення. В подальшому, на основі вже визначеної функціональної залежності величини сили лобового опору повітря від цих параметрів, досліджується їх вплив на кінематичні параметри руху снаряда в повітрі.*

**Ключові слова:** артилерія, зовнішня балістика снарядів, сила лобового опору повітря, температура повітря

**Вступ**

**Постановка проблеми.** Динаміка руху снаряда в повітрі залежить від багатьох факторів як детермінованих (наприклад, форми та маси снаряда, температур повітря та заряду, атмосферного тиску) так і недетермінованих (наприклад, початкова швидкість снаряду, величин і напрямків швидкості вітру в процесі польоту снаряда). Основними силами, які впливають на динаміку руху снаряда, є його вага та сила лобового опору повітря. Її функціональну залежність та коефіцієнт форми снаряда визначали, використовуючи результати експериментальних досліджень. На основі отриманих залежностей, використовуючи метод інтерполяції, знаходили величини поправок, які обумовлені нестандартними умовами стрільби. Однак визначені величини поправок не завжди кількісно співпадали з практикою їх застосування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідженню впливів різних чинників на зовнішню балістику куль, мін та снарядів присвячена велика кількість книг та статей. Базові положення основ зовнішньої балістики снарядів висвітлені, наприклад, у [1-3; 6-11]. У цих роботах, переважно, сила лобового опору описувалась залежністю

$$R = \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d^2}{4} i c_x \left( \frac{V}{a} \right),$$

де  $R$  – сила лобового опору повітря,  $V$  – швидкість снаряда,  $\rho$  – густина повітря,  $\frac{V}{a}$  – число Маха,  $a$  – швидкість звуку в повітрі,  $d$  – калібр снаряда,  $i$  – коефіцієнт форми снаряда,  $c_x \left( \frac{V}{a} \right)$  – еталонна

функція лобового опору. У статті [4] досліджується зовнішня балістика кулі, а в [5] – снаряда. У цих роботах величину сили лобового опору повітря рухові тіл визначають, використовуючи функціональну залежність, яка має однаковий вигляд при русі тіла з надзвуковою або дозвуковою швидкостями, проте відрізняється величинами певних коефіцієнтів.

**Мета статті.** Функціональну залежність величини сили лобового опору повітря рухові снаряда від його швидкості та інших параметрів визначити аналітичними методами проблематично. Однак для дослідження впливу детермінованих та недетермінованих чинників на кінематичні параметри руху снаряда, необхідним є знання цієї залежності. Тому метою статті є визначення функціональної залежності величини лобового опору повітря рухові снаряда ОФ-462Ж, випущеного з 122-мм самохідної гаубиці 2С1 з використанням результатів експериментальних досліджень та співставлення отриманих теоретичних результатів поправок з наведеними в таблицях стрільб [12].

**Основна частина**

Згідно з проведеними теоретичними та експериментальними дослідженнями величина сили лобового опору повітря рухові тіла суттєво залежить від того, чи його швидкість є надзвуковою, чи дозвуковою.

У першому випадку повітря перед тілом ущільнюється і його густина різко зростає, що спричиняє значне зростання сили лобового опору повітря. У другому – швидкість звукових хвиль більша від швидкості снаряда і тому ущільнення повітря перед

ним відсутнє, а величина сили лобового опору зменшується.

У статті розглядається зовнішня балістика снаряда ОФ-462Ж, якщо використовується заряд третій. Він забезпечує початкову швидкість снаряда 334 м/с, яка є меншою від швидкості звуку при нормальних умовах 340 м/с. Пропонується функціональну залежність сили лобового опору повітря від швидкості руху снаряда та інших параметрів описувати формулою

$$R(t) = c_x \rho_a s_x (V(t))^{2+\gamma} \left( \frac{V(t)}{V_s} \right)^\beta, \quad (1)$$

де  $c_x$  – коефіцієнт, який враховує аеродинамічність форми снаряда та пропорційності;  $\rho_a$  – густина повітря і його величина є змінною;  $s_x$  – максимальна площа поперечного перерізу снаряда є площиною, перпендикулярною до його осі симетрії;  $V(t)$  – швидкість снаряда в довільний момент часу;  $V_s$  – швидкість звуку в повітрі, яка залежить від певних факторів;  $\gamma$  і  $\beta$  – коефіцієнти, значення яких визначають, використовуючи результати експериментальних досліджень.

Вибираємо початок системи координат  $Oxz$  у точці вильоту снаряда. Вісь  $Ox$  розміщуємо в горизонті зброї та скеровуємо в напрямку цілі, а вісь  $Oz$  – вертикально вгору від центру Землі.

Густину речовини визначають з рівняння

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (2)$$

Рівняння Клапейрона-Менделєєва для повітря має вигляд

$$pV = \frac{mR_{un}T}{\mu}, \quad (3)$$

де  $p$  – атмосферний тиск повітря,  $V$  – його об'єм,  $m$  – маса повітря,  $R_{un} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$  – універсальна газова стала,  $T$  – абсолютна температура повітря,  $\mu = 28,96 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$  – умовна молярна маса повітря. З рівнянь (2) і (3) отримаємо, що густину повітря визначають з рівняння

$$\rho(z) = \frac{p(z)\mu}{R_{un}T(z)}. \quad (4)$$

Експериментальні дослідження стверджують, що температура повітря зменшується в середньому на  $0,6328^\circ\text{C}$  із зміною висоти на 100 метрів [1]. Тому абсолютна температури повітря змінюється із зміною висоти відповідно до рівняння

$$T(z) = TK - 0,006328 z, \quad (5)$$

де  $TK$  – абсолютна температура повітря в точці розташування зброї.

Міжнародна барометрична формула визначення атмосферного тиску зі зміною висоти при умові, що на рівні моря тиск дорівнює 760 мм рт. ст. і температура повітря  $15^\circ\text{C}$ , має вигляд

$$p_0(z) = 101325 \left( 1 - \frac{6,5z}{288000} \right)^{5,255}, \quad (6)$$

де  $z$  висота над рівнем моря і розмірності  $[z] = \text{м}$ .

Оскільки результати експериментальних досліджень приведені при тискові 750 мм рт. ст., тоді співвідношення (6) набуде вигляду

$$p(z) = 101325 \left( 1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255}, \quad (7)$$

де величину  $zp$  визначають з рівняння

$$zp = \frac{288000}{6,5} \left( 1 - \left( \frac{750}{760} \right)^{5,255} \right)$$

і вона дорівнює  $zp = 111,537 \text{ м}$ .

Враховуючи залежності (4), (5) і (7), отримаємо, що густина повітря змінюється, залежно від висоти за законом

$$\rho(z) = \frac{101325\mu}{R_{un}(TK - 0,006328 z)} \left( 1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255}. \quad (9)$$

Швидкість звуку в ідеальному газі залежить від його температури і її величина визначається згідно з формулою

$$V_s = \sqrt{\frac{kR_{un}T}{\mu}}, \quad (10)$$

де  $k$  – показник адіабати. Для повітря показник адіабати дорівнює  $k=1,4$ .

Враховуючи (5) і (10), отримаємо, що для повітря зміна швидкості звуку залежно від висоти, опишеться залежністю

$$V_s(z) = 20,048 (TK - 0,006328 z)^{0,5}. \quad (11)$$

На основі залежностей (1), (9) і (11) отримаємо, що сила опору повітря рухові снаряда залежно від висоти та швидкості матиме вигляд

$$R(t) = \frac{c_x s_x \mu \cdot 101325}{R_{un}} \left( 1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255} \times \frac{(V(t))^{2+\gamma+\beta}}{20,048^\beta (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta}}. \quad (12)$$

Під час руху снаряда в повітрі на нього діють сили: вага снаряда –  $\vec{P}$  і лобовий опір повітря –  $\vec{R}$ .

На основі другого закону динаміки запишемо рівняння

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}, \quad (13)$$

де  $m$  – маса снаряда,  $a$  – його пришвидшення.

Проектуючи рівняння (13) на осі координат отримаємо

$$m\ddot{x} = -R \cos \theta, \quad (14)$$

$$m\ddot{z} = -mg - R \sin \theta, \quad (15)$$

де  $g = 9,81 \frac{M}{c^2}$  – прискорення вільного падіння тіла,  $\theta$  – кут нахилу швидкості снаряду до горизонту в довільний момент часу.

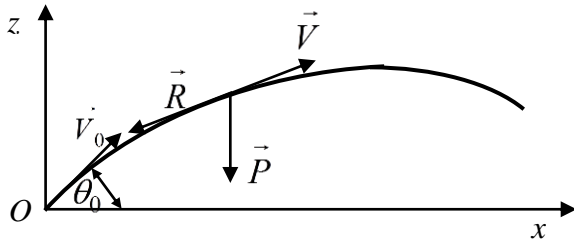


Рис. 1. Схема руху снаряда в повітрі

Враховуючи, що

$$\cos \theta = \frac{V_x}{V}, \quad \sin \theta = \frac{V_z}{V}, \quad V_x(t) = \dot{x}(t), \quad V_z(t) = \dot{z}(t)$$

$$\text{і } V(t) = \sqrt{(\dot{x}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2} \quad (16)$$

залежності (14) і (15) набудуть вигляду

$$m\ddot{x} = -R \frac{V_x(t)}{V(t)}, \quad (17)$$

$$m\ddot{z} = -mg - R \frac{V_z(t)}{V(t)}, \quad (18)$$

або

$$m\ddot{x} = -\frac{c_x s_x \mu 101325}{R_{un}} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \frac{\left((\dot{x}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2\right)^{0,5(1+\gamma+\beta)} \cdot \dot{x}(t)}{20,048 \beta (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta}}, \quad (19)$$

$$m\ddot{z} = -mg - \frac{c_x s_x \mu 101325}{R_{un}} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \frac{\left((\dot{x}(t))^2 + (\dot{z}(t))^2\right)^{0,5(1+\gamma+\beta)} \cdot \dot{z}(t)}{20,048 \beta (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta}}. \quad (20)$$

Отже, для визначення кінематичних параметрів руху снаряда необхідно розв'язувати систему диференціальних рівнянь (19) і (20), враховуючи початкові умови:

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = V_0 \cos \alpha, \quad z(0) = 0 \quad \text{і} \quad \dot{z}(0) = V_0 \sin \alpha, \quad (21)$$

де  $V_0$  – початкова швидкість снаряду,  $\alpha$  – кут прицілювання.

Під час проведення експериментальних досліджень отримані числові значення, які наведені в таблиці стрільби [12]:  $D$  – горизонтальна

дальність, на яку здійснюється постріл;  $V_0$  – початкова швидкість снаряда випущеного з гармати;  $\alpha$  – кут прицілювання;  $\theta_c$  – кут підходу снаряда до цілі (нахилу дотичної до траєкторії в точці розриву);  $T_c$  – тривалість польоту;  $V_c$  – швидкість снаряда в точці падіння;  $Y_s$  – висота траєкторії.

Отже, базуючись на значеннях величин  $D$ ,  $V_0$ ,  $\alpha$ ,  $\theta_c$ ,  $T_c$ ,  $V_c$  і  $Y_s$ , визначених експериментально, необхідно розв'язати обернену задачу динаміки, тобто визначити функціональну залежність величини сили лобового опору повітря руху снаряда.

Оскільки аналітичний розв'язок системи диференціальних рівнянь (19) і (20) з початковими умовами (21) та врахуванням результатів експериментальних досліджень отримати проблематично, то визначення значень коефіцієнтів  $c_x$ ,  $\gamma$  і  $\beta$ , які дозволяють описати силу лобового опору повітря при дозвуковій швидкостях снаряда, здійснюють методом ітерації.

**Розглянемо динаміку руху снаряда ОФ-462Ж калібру 122 мм, заряд третій, випущеного з самохідної гаубиці 2С1 при пологій траєкторії.** Вихідні значення параметрів наступні: маса снаряда  $m = 21,76 \text{ кг}$ , калібр  $d = 122 \text{ мм}$ , площа поперечного перерізу  $s = \pi \cdot 0,061^2 \text{ м}^2$ , тиск повітря  $p_0 = 750 \cdot \text{мм рт ст} = 99991,5 \text{ Па}$ , температура повітря  $TK = 288 \text{ К}$ .

При використанні заряду третього початкова швидкість снаряда  $V_0 = 334 \frac{M}{c}$ , і вона є меншою від швидкості звуку в повітрі при його температурі  $TK = 288 \text{ К}$ . Методом ітерації вибрали такі значення величин:  $c_x = 0,5$ ,  $\gamma = -0,259$  і  $\beta = 2,29$ , які дозволили отримати незначну розбіжність між кінематичними параметрами руху снаряда, визначених теоретичним і експериментальним методами.

У таблиці 1:  $\theta_0$  – теоретичне значення кута між вектором початкової швидкості снаряда та горизонтом зброї, вказаний в радіанах;  $t_k$  – теоретичне значення часу польоту снаряда;  $\dot{x}_k$  і  $\dot{z}_k$  – проєкції швидкості снаряда на відповідні осі координат у момент часу  $t_k$ ;  $\theta_c$  – теоретичне значення кута між кінцевою швидкістю снаряда та горизонтом зброї, вказаний в градусах,  $V_k$  – теоретична швидкість снаряда в момент обнуління траєкторії;  $H$  – теоретична максимальна висота польоту снаряда. У дужках вказані відповідні величини, визначені експериментальним шляхом [12].

Аналізуючи результати, наведені в таблиці 1, можна стверджувати, що розбіжності між теоретичними і експериментальними результатами:  
- кутів прицілювання і падіння, тривалістю польоту і швидкістю снаряда, максимальною висотою траєкторії,

переважно є в межах 1% при пологій траєкторії на віддаль, меншу 7600 метрів;  
- більші розбіжності, для деяких параметрів, спостерігаються при стрільбі на більшу віддаль.

Таблиця 1

**Значення теоретичних і експериментальних кінематичних параметрів снаряда ОФ-462Ж калібру 122 мм, випущеного з самохідної гаубиці 2С1 при пологій стрільбі з використанням заряду третього, (скорочений вигляд)**

$D, м$	$\theta_0, \text{радіан}$	$t_k, с$	$\dot{x}_k, \text{М/с}$	$\dot{z}_k, \text{М/с}$	$\theta_c, \text{градусів}$	$V_k, \text{М/с}$	$H, м$
200	0,008880 (0,009599)	0,6031 (0,6)	329,32	-2,95	31' (30')	329,33 (328)	0,45 (0,4)
800	0,036551 (0,037525)	2,4639 (2,5)	316,23	-11,99	2°10' (2°12')	316,46 (313)	7,45 (7,5)
1400	0,065836 (0,067195)	4,4034 (4,4)	304,36	-21,31	4°00' (4°06')	305,11 (303)	23,8 (25)
2000	0,096860 (0,098611)	6,4241 (6,5)	293,47	-30,97	6°01' (6°06')	295,10 (294)	50,69 (52)
2400	0,118576 (0,120428)	7,8185 (7,9)	286,66	-37,60	7°28' (7°30')	289,11 (288)	75,14 (76)
2800	0,141178 (0,142846)	9,2527 (9,3)	280,14	-44,40	9°01' (9°00')	283,64 (283)	105,30 (107)
3200	0,164731 (0,166388)	10,7290 (11)	273,88	-51,39	10°38' (11°00')	278,65 (279)	141,68 (143)
3600	0,189311 (0,191144)	12,2503 (12)	267,82	-58,57	12°20' (12°00')	274,15 (274)	184,84 (186)
4000	0,215011 (0,216421)	13,8203 (14)	261,92	-65,96	14°08' (14°00')	270,10 (270)	235,42 (236)
4400	0,241947 (0,242892)	15,4436 (15)	256,15	-73,59	16°02' (16°00')	266,51 (266)	294,17 (294)
4800	0,270269 (0,270817)	17,1264 (17)	250,45	-81,48	18°02' (18°00')	263,37 (263)	362,02 (361)
5200	0,300164 (0,300197)	18,9765 (19)	244,79	-89,67	20°07' (20°00')	260,69 (260)	440,06 (439)
5600	0,331883 (0,331613)	20,7045 (21)	239,09	-98,20	22°20' (22°00')	258,47 (257)	529,72 (527)
6000	0,365771 (0,365356)	22,6250 (23)	233,30	-107,13	24°40' (25°00')	256,72 (255)	632,87 (630)
6400	0,402310 (0,401717)	24,6585 (25)	227,33	-116,54	27°08' (27°00')	255,47 (253)	752,05 (750)
6800	0,442231 (0,441568)	26,8363 (27)	221,06	-126,58	29°48' (30°00')	254,73 (251)	891,02 (890)
7200	0,486720 (0,486947)	29,2092 (29)	214,28	-137,46	32°41' (33°00')	254,58 (250)	1055,7 (1060)
7400	0,511288 (0,512545)	30,4946 (31)	210,61	-143,32	34°14' (35°00')	254,75 (250)	1150,7 (1160)
7600	0,537951 (0,541052)	31,8696 (32)	206,67	-149,57	35°54' (37°00')	255,11 (250)	1256,8 (1270)
7800	0,567399 (0,573341)	33,3635 (34)	202,34	-156,33	37°41' (39°00')	255,70 (250)	1377,2 (1410)
8000	0,600832 (0,611447)	35,0275 (36)	197,45	-163,82	39°41' (42°00')	256,56 (250)	1517,7 (1570)
8200	0,640689 (0,663807)	36,9654 (38)	191,60	-172,49	42°00' (45°00')	257,81 (251)	1689,7 (1800)

Графік зміни величини сили лобового опору повітря  $R(t)$  рухові снаряда при стрільбі на віддаль 7000 метрів залежно від тривалості руху  $t$  представлено на рис. 2. Розмірності величин наступні:  $[R]=н$  і  $[t]=с$ .

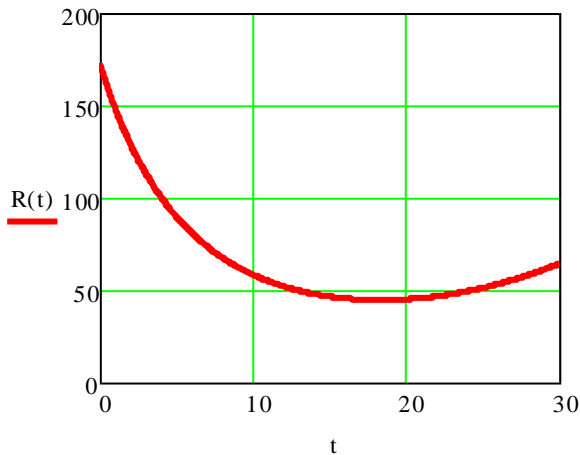


Рис. 2. Графік зміни величини сили лобового опору повітря

У початковий момент часу величина сили лобового опору є максимальною і дорівнює  $R(0) = 173,4 н$ .

Мінімального значення вона досягає в момент часу  $t=18,4с$  і  $R(18,4) = 44,5 н$ . Після цього моменту часу величина сили опору зростає.

Вплив зміни температури повітря на динаміку руху снаряда є суттєвим. Її зростання збільшує тривалість і дальність польоту снаряда та його швидкість руху. У таблиці 2:  $\theta_0$  – значення кута прицілювання;  $x_k$  – координата точки обнуління траєкторії;  $\Delta x_{theo}$  – величина поправки, визначеної теоретично;  $\Delta x_{tab}$  – значення поправки вказане в таблицях стрільби [12];  $t$  °С – температура повітря.

Аналізуючи значення величин, приведених в таблиці 2, можна стверджувати, що величини табличних поправок по модулю, є значно більшими від значень поправок, визначених теоретично при стрільбі на віддаль, меншу 6000 метрів. При стрільбі на більшу віддаль мають місце рівності величин поправок при певних температурах, проте в більшості випадках, розбіжності зберігаються.

Таблиця 2

Дальність польоту снаряда при різній температурі повітря та значення величин поправок (скорочений вигляд)

$\theta_0, рад$	$t$ °С	-25 °С	-15 °С	-5 °С	5 °С	15 °С	25 °С	35 °С
0,215011 (0,216421)	$x_k$	3812	3864	3913	3958	4000	4039	4075
	$\Delta x_{theo}$	-188	-136	-87	-42	0	39	75
	$\Delta x_{tab}$	-224	-168	-112	-56	0	56	112
0,270269 (0,270817)	$x_k$	4547	4617	4682	4743	4800	4853	4903
	$\Delta x_{theo}$	-253	-183	-118	-57	0	53	103
	$\Delta x_{tab}$	-280	-210	-140	-70	0	70	140
0,331883 (0,331613)	$x_k$	5278	5366	5449	5527	5600	5668	5732
	$\Delta x_{theo}$	-322	-234	-151	-73	0	68	132
	$\Delta x_{tab}$	-336	-252,0	-168	-84	0	84	68
0,365771 (0,365356)	$x_k$	5641	5740	5832	5919	6000	6076	6148
	$\Delta x_{the}$	-359	-260	-168	-81	0,0	76	148
	$\Delta x_{tab}$	-360,0	-270,0	-180,0	-90,0	0,0	90,0	180,0
0,402310 (0,401717)	$x_k$	6004	6112	6214	6310	6400	6485	6564
	$\Delta x_{theo}$	-396	-288	-186	-90	0	85	164
	$\Delta x_{tab}$	-388	-291	-194	-97	0	97	194
0,486720 (0,486947)	$x_k$	6727	6856	6978	7092	7200	7302	7397
	$\Delta x_{theo}$	-473	-344	-222	-108	0	102	197
	$\Delta x_{tab}$	-436	-327	-218	-109	0	109	218
0,600832 (0,611447)	$x_k$	7448	7598	7740	7874	8000	8119	8232
	$\Delta x_{theo}$	-552	-402	-260	-126	0	119	232
	$\Delta x_{tab}$	-480	-360	-240	-120	0	120	240

## Висновки

На основі математичної моделі, описаної у статті, використовуючи результати експериментальних досліджень, визначається функціональна залежність між величиною сили лобового опору повітря та швидкістю снаряда, температурою повітря, атмосферним

тиском, швидкістю поширення звуку у повітрі. Використовуючи цю залежність, можна визначати вплив зміни цих величин на кінематичні параметри руху снаряда, а також їх залежність від дульної швидкості, величини кута прицілювання, швидкості вітру тощо.

## Список літератури

1. Чернозубов А.Д. Внешняя баллистика. Часть I / Чернозубов А.Д., Кириченко В.Д., Разин И.И., Михайлов К.В. – М.: Типография Артиллерийской инженерной академии, 1954. – 467 с.
2. Чернозубов А.Д. Внешняя баллистика. Часть II / Чернозубов А.Д., Кириченко В.Д., Разин И.И., Михайлов К.В. – М.: Типография Артиллерийской инженерной академии, 1954. – 501 с.
3. Грабчак В.І. Аналіз існуючих та перспективних методів визначення сили опору повітря руху снарядів / В.І. Грабчак, С.В. Бондаренко. – Військово-технічний збірник. – 2013. – Вип. 2 (9). – С. 13-19. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.9.2013.13-19>
4. Ткачук П.П. Вплив вітру на зовнішню балістику кулі, випущеної із СВД / Ткачук П.П., Величко Л.Д., Горчинський І.В. // Військово-технічний збірник. – 2018. – Вип. 19. – С. 43-49. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.19.2018.43-49>
5. Величко Л.Д. Математична модель визначення функціональної залежності величини сили лобового опору повітря рухові снаряда / Величко Л.Д., Войтович М.І., Сорокатиий М.І. // Системи озброєння і військова техніка. – 2019. – 1 (57). – С. 62 – 68. <https://doi.org/10.30748/soivt.2019.57.09>.
6. Zygmunt B. Theoretical and experimental research of supersonic missile ballistics / B. Zygmunt, K. Motyl, B. Machowski, M. Makowski, E. Olejniczak and T. Rasztabiga // *Bulletin of the Polish Academy Of Sciences*. – 2015. – *Technical Sciences*, Vol. 63, No. 1. – P. 229-233. DOI: 10.1515/bpasts-2015-0027
7. Stepanov E. The main problem of external ballistics / E. Stepanov, S.A. Vavilov // *Computers Math. Applic.* – 1997. – Vol. 33, No. 5. – P. 95-101. [https://doi.org/10.1016/S0898-1221\(97\)00022-9](https://doi.org/10.1016/S0898-1221(97)00022-9)
8. Cech V. Problem of the reference height of the projectile trajectory as a reduced meteo-ballistic weighting factor / V. Cech, L. Jedlicka, J. Jevicky // *Defence Technology*. – 2014. – №10. – P. 131-140. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2014.06.002>
9. Ke Liang Optimal design of the aerodynamic parameters for a supersonic two-dimensional guided artillery projectile / Ke Liang, Zheng Huang, Jing-min Zhang // *Defence Technology*. – 2017. – №13. – P. 206-211. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2017.05.003>
10. Wang F. Numerical calculation of aerodynamic characteristics of shell with attack angle at the shell head / F. Wang, G.-D. Wu, Z.-J. Wang, and X.-H. Kang // *Journal of North China Institute of Technology*. – 2005. – Vol. 26, No. 3. – P. 177–179.
11. Ying-Hun Z. Research on aerodynamic characteristics and ballistic characteristics of fin-stabilized rocket at high altitude / Z. Ying-Hun, T. Guo-Hui, and D. Ming-Li // *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*. – 2011. – Vol. 31, no. 2. – P. 142–144.
12. Таблицы стрельбы 122-мм самоходной гаубицы 2С1. Издание второе. – М.: Военное издательство, 1984. – 256 с.

### Внешняя динамика осколково-фугасного снаряда ОФ-462Ж

П.П. Ткачук, І.В. Горчинський, Л.Д. Величко

На основе предложенной авторами функциональной зависимости величины силы лобового сопротивления воздуха движению снаряда от его скорости, массы и калибра, температуры и плотности воздуха, атмосферного давления, скорости звука в воздухе исследуется их влияние на внешнюю баллистику снаряда. Функциональная зависимость, по при одинаковую форму записи при движении снаряда со сверхзвуковой или дозвуковой скоростями, имеет разные значения определенных коэффициентов. Для их определения решается обратная задача динамики, то есть, основываясь на результатах экспериментальных исследований, для данного типа снаряда, методом последовательных приближений подбираются их значения. В дальнейшем, на основе уже определенной функциональной зависимости величины силы лобового сопротивления воздуха от этих параметров, исследуется их влияние на кинематические параметры движения снаряда в воздухе.

**Ключевые слова:** артиллерия, внешняя баллистика снарядов, сила лобового сопротивления воздуха, температура воздуха

### EXTERNAL DYNAMICS OF OF-462Z HE PROJECTILES

P. Tkachuck, I. Horchynskyi, L. Velychko

Theoretical studies of the determination of the components of the air resistance forces to the projectile's propulsion are quite complex and do not always give the desired accuracy of calculations. Therefore, the main methods for their determination are experimental studies. The most common method is to conduct special firing at landfills. This allows us to estimate the integral value of the air resistance forces and to determine the value of certain parameters of the dynamics of projectile movement. Based on the results of the firing range and theoretical studies, tables of firing on ground targets by artillery shells were constructed. In the case of firing under conditions other than normal, corrections must be made. Formulas for determining their values, are obtained, preferably, by decomposing the corresponding dependences into a numerical series taking into account its first terms. If the values of the parameters change slightly, then the values of the amendments give little discrepancy with the practice of their application. However, otherwise, the differences become significant.

In this article a mathematical model for determining the functional dependence of the magnitude of the frontal air resistance force of the projectile on its velocity, mass and caliber, temperature and density of air, atmospheric pressure, speed of sound in air is investigated and proposed by the authors. Functional dependence has the same form of recording when a projectile moves with supersonic or subsonic speeds, but the values of their coefficients are different. To determine their values, the inverse dynamics problem is solved, that is, knowing the results of experimental studies for this type of projectile by the method of iteration, their values are selected.

---

*Based on the proposed mathematical model kinematic parameters of the movement of HE projectiles OF-462Z 122 mm caliber were determined and the values of the corrections if the air temperature is different from the standard were obtained.*

*Therefore, the proposed mathematical model of determining the functional dependence of the magnitude of the frontal air resistance force of the projectile's movement allows us to investigate the influence of deterministic and non-deterministic factors on the kinematic parameters of the motion of the projectile that is to determine the magnitude of corrections and to create the appropriate software.*

**Key words:** *artillery, external ballistics of projectiles, frontal air resistance force, air temperature.*

---

UDC 623.4:629.36

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.22.2020.20-31>

Ya. Ye. Khaustov<sup>1</sup>, D. Ye. Khaustov<sup>1</sup>, Ye. Ryzhov<sup>1</sup>, E. Lychkovskyy<sup>2</sup>, Yu. A. Nastishin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy*

<sup>2</sup>*Danylo Halytsky Lviv National Medical University*

## FUSION OF VISIBLE AND INFRARED IMAGES VIA COMPLEX FUNCTION

*We propose an algorithm for the fusion of partial images collected from the visual and infrared cameras such that the visual and infrared images are the real and imaginary parts of a complex function. The proposed image fusion algorithm of the complex function is a generalization for the algorithm of conventional image addition in the same way as the addition of complex numbers is the generalization for the addition of real numbers. The proposed algorithm of the complex function is simple in use and non-demanding in computer power. The complex form of the fused image opens a possibility to form the fused image either as the amplitude image or as a phase image, which in turn can be in several forms. We show theoretically that the local contrast of the fused phase images is higher than those of the partial images as well as in comparison with the images obtained by the algorithm of the simple or weighted addition. Experimental image quality assessment of the fused phase images performed using the histograms, entropy shows the higher quality of the phase images in comparison with those of the input partial images as well as those obtained with different fusion methods reported in the literature.*

**Key words:** *digital image processing, image fusion, infrared imaging, image quality assessment*

### Introduction

The fusion of images is the synthesis of an image by a combination of data from several partial images, which carry different information about the same scene. Partial images can be obtained either by the same camera (most often visual CCD-camera) collecting images at different conditions (such as focusing, direction of observation, time moment) or by different detectors registering signals of different nature (electromagnetic or ultrasound waves in transmitting or reflecting modes, distribution of temperature, pressure or other physical parameters) or signals of the same nature, most often electromagnetic waves in different regions of electromagnetic spectrum:  $\gamma$ -rays, X-rays, UV, visible (Vis), infrared (IR) light, radio-waves. Up to date, there is no universal material, which can be effectively used as a sensor of signals in the whole electromagnetic spectrum. For different spectral regions, one uses detectors, working on different physical principles. Consequently, the fusion of analogous images from different spectral regions is hardly achievable, especially taking into account that until recently analogous pictures were obtained in

the form of a paper or film photograph, obtained by the chemical development process or as an image on a scintillation monitor. Although up to date still there is no universal detector capable for covering whole electromagnetic spectrum, remarkably, nowadays for all the electromagnetic regions there are detectors designed in a form of pixel matrix of sensing elements such that in response to the irradiation by the electromagnetic wave each pixel produces own electrical signal.

Therefore, an image can be electronically saved in the form of a computer file. Digitalization of pixel electrical signals drastically changed the situation in imaging, becoming a basis for different operations with images that now are covered by the term the image processing. In digital pixel format an image, called the electronic image, is presented by a pixel table of brightness values for the detectors working in different spectral regions. The importance of the electronic format of imaging is hard to overestimate. The fusion of images is one among many other possibilities in image processing, which became possible and handy due to the electronic format of imaging. Importantly, due to the electronic format, the image processing can be done "à la source",