

БОЙОВЕ ЗАСТОСУВАННЯ ОВТ

УДК 623.546

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.23.2020.17-21>

Л.Д. Величко, О.С. Петрученко, О.В. Терещук

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

ВПЛИВ БІЧНОГО ВІТРУ НА ДИНАМІКУ РУХУ СНАРЯДА

У роботі аналізується область застосування формули визначення бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру, яка використовується сьогодні при складанні Таблиць стрільби. Встановлено, що використання цієї формули правомірне: якщо сила лобового опору повітря рухові снаряда пропорційна квадрату його швидкості; компоненти швидкості вітру є значно меншими від горизонтальної складової швидкості снаряда; проекції швидкості снаряда на осі Oy та Oz є значно меншими від проекції на вісь Ox ; безрозмірний коефіцієнт опору та величина бічного вітру є величинами сталими. Однак сила опору руху снаряда: тільки інколи пропорційна квадрату його швидкості; компонента швидкості снаряда відносно осі Oz не завжди є значно меншою від її компоненти відносно осі Ox , а може бути навіть більшою від неї; коефіцієнт опору не є величиною сталою, а залежить від значенням числа Маха, тому може бути сталим тільки при стрільбі на малі віддалі. Автори пропонують математичну модель визначення величини бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру. Вважається, що сила дії бічного вітру на снаряд залежить від: густини повітря; максимальної площі повздовжнього перерізу снаряда; різниці між величиною бічної складової швидкості вітру та швидкістю бічного зміщення снаряда, яка піднесена до певного степеня. Отримані на основі запропонованої математичної моделі значення величин бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру при стрільбі на малі віддалі незначно відрізняється від величин бічного зміщення, вказаних в Таблицях стрільби. Однак зі збільшенням віддалі стрільби різниця між цими величинами весь час зростає і досягає величини однакового порядку з величинами бічного зміщення визначених теоретичним методом або вказаних в Таблиці стрільби. Здійснюючи аналіз швидкості бічного зміщення снаряду під дією бічного вітру, отримано, що її теоретичне значення все зростає зі збільшення тривалості лету снаряда. Однак, швидкість бічного зміщення снаряда, визначена з використанням табличних значень, спочатку зростає, але зі збільшенням дальності стрільби починає зменшуватись, що не відповідає законам динаміки. Отже, табличні значення величин бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру не цілком точно вказують її величину.

Ключові слова: зовнішня балістика снаряда, число Маха, бічний вітер, гармата-гаубиця Д-20, Таблиця стрільби

Постановка проблеми

У Таблицях стрільби [1] вказані величини поправок напрямку на бічний балістичний вітер швидкістю $10 \frac{м}{с}$. Практика їх застосування показує, що розбіжності між табличними значеннями бічного відхилення снаряда і реальними досягають значних величин. Тому для підвищення точності стрільби необхідне створення математичної моделі, яка дозволила б більш точніше визначати величину бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У цій статті вибрана система координат $Oxyz$, початок координат якої міститься в точці вильоту снаряда. Вісь Ox розміщується в горизонті зброї та скеровується в напрямку цілі, вісь Oz – вертикально

вгору від центра Землі та вісь Oy є перпендикулярною до попередніх осей, утворюючи з ними праву систему координат.

У сучасній літературі [2, 3] визначення впливу бічного вітру на величину зміщення снаряда обчислюють, використовуючи формулу

$$y = W_y \left(T - \frac{x}{V_0 \cos \theta_0} \right), \quad (1)$$

де W_y – швидкість бічного вітру; T – тривалість лету снаряда; x – горизонтальна дальність лету снаряда; V_0 – початкова швидкість снаряда; θ_0 – кут кидання.

Ця формула отримана при наступних обмеженнях: - сила опору руху снаряда при відсутності вітру задається у вигляді [4 – 8]

$$\vec{F}_D = -0,5\rho S C_D V \vec{V}, \quad (2)$$

де ρ – густина повітря; S – максимальна площа поперечного перерізу снаряда; C_D – безрозмірний коефіцієнт опору; \vec{V} – вектор швидкості снаряда;

- при наявності вітру зі швидкістю \vec{W} сила опору описується формулою

$$\vec{F}_D = \rho S C_D \tilde{V}(\vec{V} - \vec{W}), \quad (3)$$

де \tilde{V} – скалярна величина швидкості снаряда відносно потоку повітря, тобто

$$\tilde{V} = |\vec{V} - \vec{W}|; \quad (4)$$

- вважається, що компоненти швидкості вітру є значно меншими від швидкості снаряда відносно осі Ox , тобто мають місце нерівності

$$|W_x| \ll V_x, |W_y| \ll V_x \text{ і } |W_z| \ll V_x; \quad (5)$$

- компоненти швидкості снаряда відносно осей Oy та Oz є значно меншими від швидкості відносно осі Ox

$$|V_y| \ll V_x, \text{ і } |V_z| \ll V_x; \quad (6)$$

- безрозмірний коефіцієнт опору та величина бічного вітру є величинами сталими

$$C_D = const \text{ і } W_y = const. \quad (7)$$

Зауваження до накладених обмежень:

- сила опору руху снаряда не завжди пропорціональна квадрату його швидкості;
- компонента швидкості снаряда відносно осі Oy є дійсно значно меншою від компоненти швидкості відносно осі Ox , однак компонента швидкості відносно осі Oz , може бути співрозмірною з проекцією швидкості відносно осі Ox ;
- C_D – коефіцієнт опору залежить від значення числа Маха, тому може бути сталим тільки при стрільбі на малі віддалі.

Мета статті

Оскільки використання формули (1) можливе при певних обмеженнях, накладених на функціональну залежність величини сили лобового опору повітря від швидкості снаряда, на компоненти швидкості вітру та снаряда, на безрозмірний коефіцієнт опору, то виникає потреба в розробці математичної моделі, яка б дозволила визначити величину бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру без врахування вище перерахованих обмежень.

Основна частина

Пропонується описувати силу тиску бічного вітру на снаряд формулою

$$F_{wy} = \frac{101325 \mu_a \cdot s_y \cdot c_y}{R_{un}(TK - 0,006328 z)} \times \left(1 - \frac{6,5(z + zp)}{288000}\right)^{5,255} \times (W_y(t) - V_y(t))^{\alpha_y}, \quad (8)$$

де $\mu_a = 28,96 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$ – умовна молярна маса повітря; s_y – максимальна площа повздовжнього перерізу снаряда; c_y – коефіцієнт, значення якого поєднує характеристику аеродинамічності форми снаряда та пропорційності при поперечному обтіканні снаряда повітрям; $R_{un} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала; TK – абсолютна температура повітря; $zp = 111,537 \text{ м}$ – обумовлена стандартними умовами стрільби, z – висота снаряда над рівнем зброї; α_y – степінь пропорційності, $V_y(t)$ – бічна швидкість снаряда, $W_y(t)$ – бічна швидкість вітру. В формулі (8) значення величин c_y і α_y залежать від типу снаряда.

Дослідження впливу бічного вітру на динаміку снаряда. Під час руху снаряда в повітрі на нього діють: вага снаряда – \vec{P} , лобовий опір повітря – \vec{R} , Кориолісова, Магнусова і нормальна сили. Метою статті є дослідження впливу бічного вітру на рух снаряда, тому сили Кориоліса, Магнуса і нормальна не будуть враховуватись, а береться до уваги дія сили бічного вітру \vec{F} .

Сила лобового опору повітря залежить від швидкості руху снаряда та описується кусково-неперервною залежністю [9, 10]

$$R(t) = c_x \rho_a s_x (V(t))^{2+\gamma_i} \left(\frac{V(t)}{V_s}\right)^{\beta_i}, \quad (9)$$

де c_x – коефіцієнт, значення якого поєднує характеристику аеродинамічності форми снаряда та пропорційності при повздовжньому обтіканні снаряда повітрям; ρ_a – густина повітря; s_x – максимальна площа поперечного перерізу снаряда; V_s – швидкість звуку в повітрі. Параметри γ_i і β_i ($i=1,2$) мають різні значення на етапах лету снаряда з надзвуковою та дозвуковою швидкостями.

На основі другого закону динаміки запишемо рівняння

$$m \vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}, \quad (10)$$

де m – маса снаряда, a – його пришвидшення.

Проектуючи рівняння (10) на осі координат та враховуючи (8) і (9), отримаємо наступну систему диференціальних рівнянь

$$m \ddot{x} = - \frac{c_x s_x \mu_a}{R_{un}} \frac{101325}{\left(1 - \frac{6,5(z + zp)}{288000}\right)^{5,255}} \times \frac{\left(\dot{x}(t)\right)^2 + \left(\dot{z}(t)\right)^2}{20,048} \frac{\beta_i (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta_i}}{z(t)^{1+0,5\beta_i}} \cdot \dot{x}(t), \quad (11)$$

$$m\ddot{y} = \frac{101325 \mu_a \cdot c_y \cdot s_y}{R_{un}(TK - 0,006328 z(t))} \times \left(1 - \frac{6,5(z(t) + zp)}{288000}\right)^{5,255} (W_y(t) - \dot{y}(t))^{\alpha_y}, \quad (12)$$

$$m\ddot{z} = -mg - \frac{c_x s_x \mu_a}{R_{un}} \frac{101325}{\times \left(1 - \frac{6,5(z + zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \frac{\left(\dot{x}(t)^2 + \dot{z}(t)^2\right)^{0,5(1+\gamma_i+\beta_i)} \dot{z}(t)}{20,048 \beta_i (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta_i}}}, \quad (13)$$

Для визначення кінематичних параметрів руху снаряда необхідно розв'язувати систему диференціальних рівнянь (11) – (13), враховуючи початкові умови:

$$\begin{aligned} x(0)=0, \quad \dot{x}(0) = V_0 \cos \theta_0, \quad y(0)=0, \quad \dot{y}(0)=0, \\ z(0)=0 \quad \text{і} \quad \dot{z}(0) = V_0 \sin \theta_0, \end{aligned} \quad (14)$$

де V_0 – початкова швидкість снаряда, θ_0 – кут кидання.

Розглядається рух снаряда ОФ-540, випущеного з гармати-гаубиці Д-20. Вихідні значення параметрів: початкова швидкість снаряда $V_0 = 655 \text{ м/с}$; маса снаряда $m = 43,56 \text{ кг}$; калібр $d = 152 \text{ мм}$; площа поперечного перерізу $s_x = \pi \cdot 0,077^2 \text{ м}^2$; атмосферний тиск повітря $p_0 = 750 \text{ мм рт ст} = 99991,5 \text{ Па}$; температура повітря $t_a = 15 \text{ }^\circ\text{C}$; $s_y = 0,09637 \text{ м}^2$ – максимальна площа повздовжнього перерізу снаряда; $c_x = 0,35$; $\gamma_1 = -0,097$; $\beta_1 = -0,371$; $\gamma_2 = -0,09$; $\beta_2 = 6,548$; $c_y = 7,2$ і $\alpha_y = 1,55$. Вважається, що бічний вітер сталий і дорівнює $W_y(t) = 10 \text{ м/с}$.

Розв'язується система диференціальних рівнянь (11) – (13) з початковими умовами (14) з допомогою відповідного програмного забезпечення.

На рис. 1 вказане графічне зображення величин бічного зміщення снаряда в залежності від горизонтальної дальності стрільби.

Суцільною кривою вказана величина бічного зміщення снаряда, приведена в Таблицях стрільб, пунктирною кривою – отримана на основі запропонованої математичної моделі. Розмірності $[x] = \text{м}$, $[y_{ta}] = \text{м}$ і $[y_{th}] = \text{м}$.

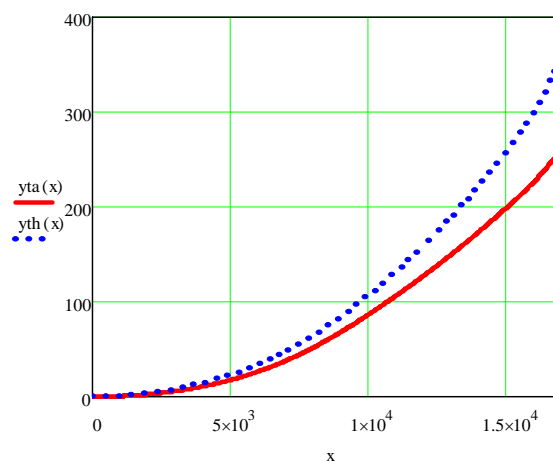


Рис. 1. Залежність величини бічного зміщення снаряда від дальності стрільби

На рис. 2 вказана середня швидкість зміщення снаряда, під дією бічного вітру, визначена на основі даних, приведених в Таблицях стрільб, та швидкість зміщення снаряда, обчислена з використанням запропонованої моделі.

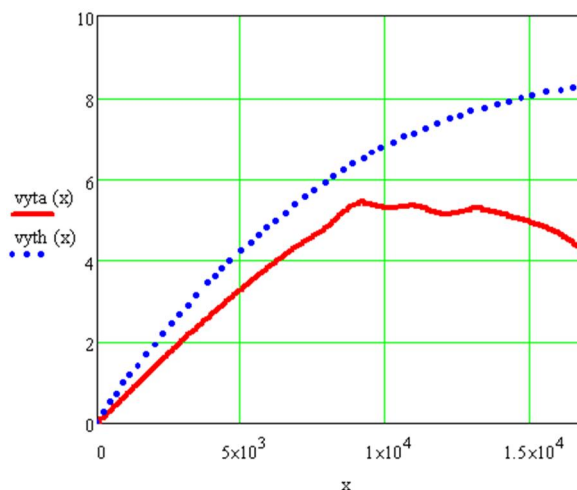


Рис. 2. Залежність швидкості бічного зміщення снаряда від дальності стрільби

На рис. 2 суцільною кривою вказана величина середньої швидкості бічного зміщення снаряда, визначена з використанням даних, приведених в Таблицях стрільб, пунктирною кривою – швидкість бічного зміщення, отримана на основі запропонованої моделі. Розмірності $[x] = \text{м}$, $[v_{yta}] = \text{м/с}$ і $[v_{yth}] = \text{м/с}$.

Графічне зображення результатів на рис. 1 дозволяє стверджувати, що величина бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру зростає зі збільшенням дальності стрільби. Значення величин бічного зміщення, отриманих на основі запропонованої моделі, є більшими від величин бічного зміщення, приведених в Таблицях стрільб.

З аналізу результатів, зображених на рис. 2, можна однозначно стверджувати, що використання формули

$$y=W_y\left(T-\frac{x}{V_0\cos\theta_0}\right)$$

для визначення величини бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру є некоректним, оскільки середня швидкість бічного зміщення снаряда під дією сталого вітру ніколи не може зменшуватись. Швидкість бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру, визначена на основі запропонованої математичної моделі, монотонно зростає, асимптотично наближаючись до швидкості бічного вітру.

Висновки

Визначення величини бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру з використанням відомої формули, яка залежить від швидкості бічного вітру, початкової швидкості снаряда та кута кидання, дає задовільні значення при стрільбі на малі віддалі. Однак при стрільбі на більші віддалі значення бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру, обчислені за цією формулою, будуть суттєво відрізнятися від результатів практичних стрільб. Особливо велика розбіжність буде між теоретичними значеннями і практикою стрільб з мінометів, оскільки вертикальна складова швидкості міни є співмірною або значно більшою від горизонтальної складової швидкості міни.

Запропонована математична модель визначення величини бічного зміщення снаряда під дією бічного вітру, яка залежить від максимальної площі повздовжнього перерізу снаряда, густини повітря, різниці між швидкостями бічного вітру та бічного зміщення снаряда, піднесеної до певного степеню, при відповідності характеру її результатів принципам механіки потребує підтвердження значень відповідних коефіцієнтів шляхом проведення полігонних досліджень.

Список літератури

1. Таблиці стрільби для рівнинних і гірських умов 152 мм гармати-гаубиці Д-20. – Львів, 2017. – 472 с.
2. Внешняя баллистика. Часть II / А.Д. Чернозубов, В.Д. Кириченко, И.И. Разин, К.В. Михайлов. – М., Типография Артиллерийской инженерной академии, 1954. – 501 с.
3. Robert L. McCoy. *Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles*. 2012/ - 328 pages
4. LEWTAS Ian, MCALISTER Rachael, WALLIS Adam, WOODLEY Clive, CULLIS Ian. *The ballistic performance of the bombard Mons Meg*. *Defence Technology* 12(2016) 59-68. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>
5. Cech, V, Jedlicka, L. and Jevicky, J. (2014) *Problem of the reference height of the projectile trajectory as a reduced meteo-ballistic weighting factor*, *Defence Technology*, №10, pp. 131-140. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2014.06.002>
6. Sahoo S., Laha M.K. *Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze*. *Defence Science Journal*, Vol. 64, No. 6, November 2014, pp. 502-508, DOI: 10.14429/dsj.64.8110

7. Bo Zhang, Shushan Wang, MengyuCao, YuxinXu. *Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law*. Hindawi Publishing Corporation, *Mathematical Problems in Engineering*, Volume 2014, Article ID 984840, 6 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>

8. *Problem of the reference height of the projectile trajectory as a reduced meteo-ballistic weighting factor* / V. Cech, L. Jedlicka, J. Jevicky // *Defence Technology*. – 2014. – №10. – P. 131-140. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2014.06.002>

9. Ткачук П.П., Величко Л.Д., Горчинський І.В. *Вплив вітру на зовнішню балістику кулі, випущеної із СВД*. *Військово-технічний збірник*. – Випуск №19. – Львів: НАСВ, 2018. – С. 43–49.

10. Ткачук П.П., Горчинський І.В., Величко Л.Д. *Зовнішня балістика осколково-фугасного снаряда ОФ-462Ж*. *Військово-технічний збірник*. – Випуск № 22. – Львів: НАСВ, 2020. – С. 14–20. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.22.2020.14-20>

References

1. *Tablytsi strilby dlia rivnynykh i girskih umov 152-mm garmaty-gaubitsi D-20*. [Shooting tables for plain and mountain conditions of 152-mm howitzer-gun D-20 – Lviv, 2017. p 472
2. Chernozubov, A.D., Kyrychenko, A.D., Razin, I.I. and Mykhajlov, K.V. (1954), “Vneschnaya balistica. Chast II” [External ballistics. Part II], Printing house of the Artillery Engineering Academy, 501 p.
3. Robert L. McCoy. *Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles*. 2012/ - 328 pages
4. LEWTAS Ian, MCALISTER Rachael, WALLIS Adam, WOODLEY Clive, CULLIS Ian. *The ballistic performance of the bombard Mons Meg*. *Defence Technology* 12(2016) 59-68. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>
5. Cech, V, Jedlicka, L. and Jevicky, J. (2014) *Problem of the reference height of the projectile trajectory as a reduced meteo-ballistic weighting factor*, *Defence Technology*, №10, pp. 131-140. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2014.06.002>
6. Sahoo S., Laha M.K. *Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze*. *Defence Science Journal*, Vol. 64, No. 6, November 2014, pp. 502-508, DOI: 10.14429/dsj.64.8110
7. Bo Zhang, Shushan Wang, MengyuCao, YuxinXu. *Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law*. Hindawi Publishing Corporation, *Mathematical Problems in Engineering*, Volume 2014, Article ID 984840, 6 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>
8. *Problem of the reference height of the projectile trajectory as a reduced meteo-ballistic weighting factor* / V. Cech, L. Jedlicka, J. Jevicky // *Defence Technology*. – 2014. – №10. – P. 131-140. <http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2014.06.002>
9. Tkachuk, P.P., Velychko, L.D. and Horchynskiy, I.V. (2018), “Vplyv vitru na zovnishnu balistyku kuli vypeshchenoi z SVD” [Wind influence on the exterior ballistics of the bullet movement released from SVD], *Military Technical Collection*, V. 19, pp. 43-49.
10. Tkachuk, P.P., Horchynskiy I.V., Velychko L.D. (2020) “Zovnishnia balistyka oskolково-fugasnoho snariadu OF-462ZH” [External ballistic of high-explosive shell OF-462ZH] *Military Technical Collection* V.22, pp. 14–20, DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.22.2020.14-20>

INFLUENCE OF CROSSWIND ON THE PROJECTILE MOVEMENT DYNAMICS

L. Velychko, O. Petruchenko, O. Tereshchuk

The paper analyzes the application area of the formula for determining the lateral projectile displacement under the action of crosswind, which is used nowadays in the compilation of range-tables. It is established that this formula is true: if the drag force to the projectile movement is proportional to the square of its velocity; wind velocity components are much less than the horizontal component of projectile velocity; the projectile velocity projections on the Oy and Oz axes are much less than the projections on the Ox axis; the dimensionless factor of resistance and the crosswind value are constant values. However, the power of resistance of the projectile movement only sometimes is proportional to its squared velocity; the projectile velocity component about the axis Oz is not always much less than its component about the axis Ox, and may even be larger than it; the factor of resistance is not a constant value, but depends on the value of the Mach number, so it can be constant only at short-range firing. The authors propose mathematical model for determining the lateral projectile displacement under the action of crosswind. It is considered that the efficiency of the crosswind on the projectile depends on: air density; projectile maximum area of longitudinal section raised to certain power; the difference between the value of the cross component of wind and the velocity of the projectile lateral displacement to some extent. The values of the projectile lateral displacement under the crosswind action at short-range firing differ slightly from the values of the lateral displacement specified in the range-tables. The values are obtained by applying the proposed mathematical model. However, with extending the shooting range, the difference between these values is constantly increasing and reaches the values of the same order with the values of the lateral displacement determined by the theoretical method or specified in the range-table. Analyzing the velocity of the projectile lateral displacement under the crosswind action, it was obtained that its theoretical value constantly grows along with the increase duration of the projectile flight endurance. However, the velocity of the projectile lateral displacement obtained using table values initially increases, but with increase of shooting range it begins to decrease, which does not comply with the laws of dynamics. Therefore, the table values of the projectile lateral displacement under the crosswind action do not quite accurately indicate its value.

Key words: projectile exterior ballistics, the Mach number, crosswind, D-20 howitzer, shooting range.

ВЛИЯНИЕ БОКОВОГО ВЕТРА НА ДИНАМИКУ ДВИЖЕНИЯ СНАРЯДА

Л.Д. Величко, О.С. Петрученко, О.В. Терещук

В работе анализируется область применения формулы определения бокового смещения снаряда под действием бокового ветра, которая используется сегодня при составлении Таблиц стрельбы. Установлено, что использование этой формулы правомерно, если сила лобового сопротивления воздуха движению снаряда пропорциональна квадрату его скорости; компоненты скорости ветра значительно меньше горизонтальной составляющей скорости снаряда; проекции скорости снаряда на оси Oy и Oz значительно меньше проекции на ось Ox; безразмерный коэффициент сопротивления и величина бокового ветра являются величинами постоянными. Однако сила сопротивления движению снаряда только иногда пропорциональна квадрату его скорости; компонента скорости снаряда относительно оси Oz не всегда значительно меньше ее компоненты относительно оси Ox, а может быть даже больше ее; коэффициент сопротивления не является величиной постоянной, а зависит от значения числа Маха, поэтому может быть устойчивым только при стрельбе на малые расстояния. Авторы предлагают математическую модель определения величины бокового смещения снаряда под действием бокового ветра. Считается, что сила действия бокового ветра на снаряд зависит от: плотности воздуха; максимальной площади продольного сечения снаряда; разницы между величиной боковой составляющей скорости ветра и скоростью бокового смещения снаряда в определенной степени. Полученные на основе предложенной математической модели значения величин бокового смещения снаряда под действием бокового ветра при стрельбе на малые расстояния незначительно отличаются от величин бокового смещения, указанных в Таблицах стрельбы. Однако с увеличением расстояния стрельбы разница между этими величинами все время растет и достигает величины одинакового порядка с величинами бокового смещения, определенными теоретическим методом или указанными в Таблице стрельб. По результатам анализа скорости бокового смещения снаряда под действием бокового ветра получено, что ее теоретическое значение все возрастает при увеличению продолжительности полета снаряда. Однако скорость бокового смещения снаряда, определенная с использованием табличных значений, сначала растет, но с увеличением дальности стрельбы начинает уменьшаться, что не соответствует законам динамики. Итак, табличные значения величин бокового смещения снаряда под действием бокового ветра не вполне точно указывают ее величину.

Ключевые слова: внешняя баллистика снаряда, число Маха, боковой ветер, пушка-гаубица Д-20, Таблицы стрельб.
