

БОЙОВЕ ЗАСТОСУВАННЯ ОВТ

УДК 623.546

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.13-20>

Л.Д. Величко, О.С. Петрученко, О.В. Терещук, Р.А. Нанівський

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

ЗОВНІШНЯ БАЛІСТИКА СНАРЯДА, ВИПУЩЕНОГО З ГАУБИЦІ

У роботі авторами представлена математична модель дослідження динаміки руху снаряда у повітрі, випущеного з гаубиці. Функціональна залежність сили лобового опору повітря від детермінованих і недетермінованих чинників описується окремо при русі снаряда з швидкостями: надзвуковою, дозвуковою з від'ємним пришвидшенням, дозвуковою з додатним пришвидшенням. Тобто, авторами встановлено, що поведінка функціональної залежності сили лобового опору повітря рухові снаряду залежить не тільки від його величини швидкості, але й від знаку пришвидшення. Для визначення коефіцієнтів функціональних залежностей розв'язуються обернені задачі динаміки з використанням результатів полігонних досліджень, які наведені в таблицях стрільб. Знаючи функціональні залежності сили лобового опору повітря до руху снаряда, можна визначати вплив температур заряду снаряда і повітря, атмосферного тиску, зміни маси снаряда та його початкової швидкості на кінематичні параметри руху. Все це дозволяє автоматизувати, використовуючи відповідне програмне забезпечення, визначення кута прицілювання в залежності від дальності стрільби та значень детермінованих і недетермінованих чинників. Здійснено порівняння кінематичних параметрів руху снаряда, визначених методом, запропонованим авторами з результатами наведеними в таблицях стрільб та вказано на незначні їх розбіжності.

Ключові слова: зовнішня балістика, динаміка руху снаряда, сила лобового опору повітря, гаубиця

Постановка проблеми

Основною проблемою при стрільбі з гармат та гаубиць є встановлення взаємозв'язку між кутом прицілювання та дальністю стрільби. Цей взаємозв'язок залежить від детермінованих (форми і маси снаряда, густини і температури повітря, атмосферного тиску, деривації), недетермінованих (дульної швидкості, величини і напрямку швидкості вітру) та інших факторів. В таблицях стрільб представлена дискретна залежність між кутом прицілювання та дальністю стрільби при стандартних умовах. Однак стрільба ведеться на будь-яку віддаль і не тільки при стандартних умовах. Визначення кута прицілювання, щоб забезпечити конкретну дальність лету снаряда при нестандартних умовах стрільби, є трудомісткою процедурою та кінцевий результат визначається з певним наближенням. Отримання взаємозв'язку між кутом прицілювання та дальністю стрільби в аналітичному вигляді при будь-яких значеннях детермінованих і недетермінованих чинників, поки що не досягнуто.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Основи теоретичних досліджень зовнішньої балістики куль та снарядів викладені, наприклад, в

роботах [1-3]. У них та наукових статтях [4-7] сила лобового опору повітря описується залежністю

$$R = \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d^2}{4} i c_x \left(\frac{V}{V_s} \right),$$

де R – сила лобового опору повітря, V – швидкість снаряда, ρ – густина повітря, V_s – швидкість звуку в повітрі, d – калібр снаряда, i – коефіцієнт форми снаряда, $c_x \left(\frac{V}{a} \right)$ – еталонна функція лобового опору.

Коефіцієнт форми снаряда обчислюється на основі співставлення його геометричних параметрів з деяким еталонним снарядом. Еталонну функцію лобового опору для певного типу снаряда визначали на основі експериментальних досліджень, і вона має дискретний характер. Використання цього методу дає можливість визначати кут прицілювання та кінематичні параметри руху снаряда з певною точністю, яка не цілком задовольняє практику його застосування. Проведені авторами теоретичні дослідження вказували, що динаміка руху снаряда залежить не тільки від його форми, але й від типу зброї, з якої здійснюється постріл.

З метою підвищення точності теоретичних розрахунків та уникнення розбіжностей з результатами експериментальних досліджень починають відмовлятися від застосування еталонних функцій лобового опору на користь індивідуальних функцій опору повітря для конкретних типів снарядів [8].

Формулювання мети статті

Вирішальний вплив на динаміку руху снаряда відіграє лобовий опір повітря. Базуючись тільки на аналітичних методах проблематично визначити його функціональну залежність від швидкості, детермінованих та недетермінованих чинників. У статті пропонується математична модель його визначення, використовуючи поєднання теоретичних та експериментальних досліджень. Тоді, знаючи функціональну залежність лобового опору повітря рухові снаряду, можна, використовуючи відповідне програмне забезпечення, визначити значення кута прицілювання, яке забезпечує політ снаряда на певну дальність при конкретних значеннях детермінованих і недетермінованих чинників. Вказані умови дозволяють підвищити точність стрільби. Отже, кінцевою метою статті є встановлення аналітичного взаємозв'язку між кутом прицілювання та дальністю стрільби.

Виклад основного матеріалу

Проведені експериментальні дослідження стверджують, що величина сили лобового опору повітря до руху снаряда:

- пропорційна його швидкості в певному ступені, необов'язково другому;
- суттєво залежить від того, чи швидкість руху снаряда є надзвуковою, чи – дозвуковою.

Проте проведені авторами теоретичні опрацювання результатів полігонних стрільб дозволяють стверджувати, що сила лобового опору повітря до руху снаряду залежить теж від того чи рух снаряда є пришвидшений, чи – сповільнений.

Відомо, що при великих кутах прицілювання величина швидкості снаряда спочатку спадає, а потім – зростає. У випадку, коли початкова швидкість снаряда більша від швидкості звуку в повітрі та стрільба ведеться при великих кутах прицілювання, спостерігається три етапи зміни швидкості снаряда.

На першому етапі снаряд рухається з надзвуковою швидкістю, яка поступово (весь час) зменшується.

В момент часу, коли швидкість снаряда дорівнює швидкості звуку, починається другий етап. Він характерний тим, що швидкість снаряда є дозвукова і продовжує зменшуватися.

Третій етап настає в момент часу, коли внаслідок дії сили ваги снаряда, його швидкість, залишаючись дозвуковою, починає зростати.

Функціональні залежності величини сили лобового опору повітря до руху снаряда визначаються відповідно до першого, другого та третього етапів. Пропонується на цих етапах описувати функціональні залежності формулою

$$R(t) = c_x \cdot \rho_a \cdot S_x \cdot (V(t))^{2+\gamma_i} \left(\frac{V(t)}{V_s(t)} \right)^{\beta_i}; \quad (1)$$

де c_x – коефіцієнт, який враховує аеродинаміку форми снаряда при його повздовжньому обтіканні повітрям і пропорційності; ρ_a – густина повітря; S_x – максимальна площа поперечного перерізу; $V(t)$ – швидкість снаряда в довільний момент часу; $V_s(t)$ – величина швидкості звуку в повітрі; γ_i ($i=1,2,3$) і β_i ($i=1,2,3$) – коефіцієнти, значення яких є різними при надзвуковій ($i=1$), дозвуковій спадаючій ($i=2$) та дозвуковій зростаючій ($i=3$) швидкостях.

Вирішальний вплив на динаміку руху кулі в повітрі відіграють вага кулі \vec{P} , сила лобового опору повітря \vec{R} та Коріолісова сила \vec{F}_{cor} , при стрільбі на великі віддалі. На основі другого закону динаміки справедливою буде рівність

$$m \vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_{cor}, \quad (2)$$

де m – маса і \vec{a} – пришвидшення снаряда, $P = mg$ і $g = 9,8 \frac{M}{c^2}$, $\vec{F}_{cor} = -m\vec{a}_{cor}$, $\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_e \times \vec{V}$ –

Коріолісове пришвидшення, $\vec{\omega}_e$ – вектор кутової швидкості обертання Землі.

Припустимо, що початок системи координат $Oxyz$ співпадає з точкою вильоту снаряда. Вісь Ox лежить в площині зброї та скеровується в напрямку цілі, вісь Oz – напрямляється вертикально вгору, а вісь Oy скеровується перпендикулярно до площини Oxz , утворюючи праву систему координат.

Проектуючи рівняння (2) на осі координат, отримаємо систему диференціальних рівнянь:

$$m\ddot{x} = -R \cos \theta - 2\omega_e m (\dot{z} \cos \lambda \cos \psi - \dot{y} \sin \lambda), \quad (3)$$

$$m\ddot{y} = -2\omega_e m (\dot{x} \sin \lambda - \dot{z} \cos \lambda \sin \psi), \quad (4)$$

$$m\ddot{z} = -P - R \sin \theta - 2\omega_e m (\dot{y} \cos \lambda \sin \psi - \dot{x} \cos \lambda \cos \psi), \quad (5)$$

де θ – кут нахилу вектора швидкості снаряда до горизонту в довільний момент часу, λ – широта Землі, на якій відбувається стрільба, ψ кут між напрямком стрільби та східним напрямком (під час обчислень покладали $\lambda = 50^\circ$ і $\psi = 90^\circ$).

Залежність сили лобового опору повітря до руху снаряда від температури повітря, атмосферного тиску та швидкості матиме вигляд

$$R = \frac{101325 c_x \mu_a s_x}{R_{un}(TK - 0,006328 z)} \cdot \left(1 - \frac{6,5(z + z_p)}{288000}\right)^{5,255} \cdot \frac{(\dot{x}^2 + \dot{z}^2)^{0,5(2+\gamma_i+\beta_i)}}{(401,92(TK - 0,006328 z))^{0,5\beta_i}}, \quad (6)$$

де $\mu_a = 28,96 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$ – умовна молярна маса повітря, $R_{un} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{кмоль}}$ – універсальна газова стала, TK – температура повітря, записана в Кельвінах, $z_p = 111,54 \text{ м}$ – стала, обумовлена тиском повітря 750 мм рт. ст.

Під час проведення експериментальних досліджень отримано числові значення: θ_i – кута кидання та $x(t_k)$ – координати точки обнуління траєкторії руху снаряда при цьому куті кидання. Ці співвідношення наведені в таблицях стрільб. Величини: t_k – тривалість лету снаряда; θ_c – кут падіння; $V(t_k)$ – кінцева швидкість снаряда; H – максимальна висота траєкторії; x_H – горизонтальна дальність до вершини траєкторії, теж наведені в таблицях стрільб, однак їх значення визначали чисельними методами та наближено.

У випадку, коли початкова швидкість руху снаряду є надзвуковою, тоді необхідно розв'язувати систему диференціальних рівнянь (3) – (5) при ($i = 1$). Початкові умови для системи матимуть вигляд:

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = V_0 \cos \theta_i, \quad y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0, \\ z(0) = 0 \quad \dot{z}(0) = V_0 \sin \theta_i, \quad (7)$$

де V_0 – початкова швидкість снаряда, θ_i – кут кидання, величину якого визначають згідно з формулою

$$\theta_i = \alpha_i + \gamma_{вер}, \quad (8)$$

де α_i – кут прицілювання, $\gamma_{вер}$ – вертикальний кут вильоту.

Отже, обернена задача динаміки полягає в тому, щоб враховуючи систему диференціальних рівнянь (3) – (5), з початковими умовами (7) та результатами полігонних досліджень, визначити значення величин c_x , γ_1 і β_1 .

В цій статті, в якості граничних умов, використовувались залежності повної горизонтальної дальності лету снаряда від кута кидання. Тобто, використовувалась сукупність величин

$$x(\theta_1) = 200, \quad x(\theta_2) = 400, \quad x(\theta_3) = 600, \\ x(\theta_4) = 800, \quad x(\theta_5) = 1000, \quad (9)$$

де θ_i – відповідне значення кута кидання, яке забезпечує повну горизонтальну дальність лету снаряда на віддаль $200 \cdot i$, де $i = 1, 2, 3, \dots$

Значення величин c_x , γ_1 і β_1 визначали використовуючи метод послідовних наближень. Спочатку задаються довільні значення c_x і γ_1 та підбирають величину β_1 так, щоб їх сукупність забезпечувала незначну розбіжність теоретичних значень координат точок обнуління траєкторії з даними вказаних в таблицях стрільб (9). У випадку значної розбіжності між теоретичними і табличними значеннями горизонтальної дальності лету снаряда брались інші значення c_x і γ_1 та знову підбиралась величина β_1 . Після здійснення перших двох кроків стає очевидною тенденція зміни величин c_x , γ_1 і β_1 . Проводячи подальші аналогічні дії, визначають значення c_x , γ_1 і β_1 , при яких має місце незначна розбіжність між теоретичними і табличними значеннями повної горизонтальної дальності лету снаряда.

В якості прикладу розглядалась 152-мм причіпна гаубиця 2А65. При здійсненні обчислень використовували значення: маса снаряда ОФ45 $m = 43,56 \text{ кг}$, його початкова швидкість $V_0 = 429 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, калібр снаряда $d = 152 \text{ мм}$, площа поперечного перерізу снаряда $s_x = \pi \cdot 0,077^2 \text{ м}^2$, температура повітря $t = 15^\circ \text{ C}$, атмосферний тиск $p = 750 \text{ мм рт. ст.}$, густина повітря $\rho_a = 1,20937 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Методом послідовних наближень визначили значення величин: $c_x = 0,35$,

$\gamma_1 = -0,125$ і $\beta_1 = -0,618$. Вони забезпечили незначну розбіжність між теоретичними і експериментальними результатами повної горизонтальної дальності лету снаряда на етапі його руху з надзвуковою швидкістю. Наявність незначних

розбіжностей можлива оскільки експериментальні значення отримані з певною точністю, а в теоретичних дослідженнях зміни температури і атмосферного тиску повітря зі зміною висоти лету снаряда інтерполуються.

Таблиця 1

Значення теоретичних та з таблиць стрільб кінематичних параметрів руху снаряда ОФ45, випущеного з причіпної гаубиці 2А65 при надзвуковій швидкості

$\alpha_i,$ градуси	t_k, c	$\theta_c,$ градуси	x_k, m	$\dot{x}_k, m/c$	$\dot{z}_k, m/c$	$V_k, m/c$	H, m	x_H, m
0° 15'	0,4569 (0,5)	0° 18' (0° 18')	194,60 (200)	422,87	-2,24	422,87 (422)	0,26 (0,3)	97,5
0° 34'	0,9368 (0,9)	0° 38' (0° 36')	396,00 (400)	416,53	-4,57	416,56 (416)	1,08 (1,1)	199,0
0° 53'	1,4142 (1,4)	0° 58' (1° 00')	593,33 (600)	410,34	-6,89	410,40 (409)	2,45 (2,5)	298,9
1° 13'	1,9142 (1,9)	1° 19' (1° 18')	796,83 (800)	403,96	-9,30	404,07 (403)	4,49 (4,5)	402,4
1° 33'	2,4116 (2,4)	1° 41' (1° 42')	996,08 (1000)	397,73	-11,68	397,91 (396)	7,13 (7,2)	504,3
1° 54'	2,9310 (2,9)	2° 04' (2° 06')	1200,81 (1200)	391,35	-14,16	391,60 (390)	10,53 (11)	609,6
2° 15'	3,4476 (3,5)	2° 28' (2° 30')	1401,08 (1400)	385,11	-16,61	385,47 (384)	14,57 (15)	713,0
2° 36'	3,9614 (4,0)	2° 53' (2° 54')	1597,02 (1600)	379,02	-19,04	379,50 (378)	19,24 (20)	814,9
2° 58'	4,4967 (4,5)	3° 19' (3° 18')	1797,75 (1800)	372,80	-21,55	373,42 (372)	24,79 (25)	919,7
3° 21'	5,0531 (5,1)	3° 46' (3° 48')	2002,76 (2000)	366,46	-24,15	367,25 (367)	31,31 (31)	1027
3° 44'	5,6062 (5,6)	4° 14' (4° 12')	2202,94 (2200)	360,28	-26,72	361,27 (361)	38,54 (39)	1133
4° 07'	6,1561 (6,2)	4° 43' (4° 42')	2398,45 (2400)	354,25	-29,27	355,46 (356)	46,47 (47)	1237
4° 31'	6,7265 (6,7)	5° 14' (5° 12')	2597,60 (2600)	348,13	-31,89	349,59 (351)	55,47 (56)	1343
4° 56'	7,3170 (7,3)	5° 47' (5° 48')	2799,92 (2800)	341,93	-34,59	343,67 (346)	65,64 (66)	1452

В таблиці мають місце позначення: α_i – кут прицілювання; t_k – тривалість лету снаряда; $x(t_k)$ – горизонтальна координата точки обнуління траєкторії руху снаряда; θ_c – кут падіння; $V(t_k)$ – кінцева швидкість снаряда; H – максимальна висота траєкторії; x_H – горизонтальна дальність до вершини траєкторії.

Під час проведення обчислень необхідно враховувати, що кут кидання дорівнює сумі кута прицілювання та вертикального кута вильоту. У таблиці (1) в дужках вказані величини параметрів, які наведені в таблицях стрільб [10]. Аналізуючи отримані теоретичні результати можна стверджувати, що мають місце незначні розбіжності між

теоретичними значеннями параметрами лету снаряда та наведеними в таблицях стрільб [10].

При більших кутах прицілювання ніж $\alpha_{14} = 4^\circ 56'$ швидкість снаряда під час лету зменшується, досягаючи дозвукової швидкості звуку. Тому в момент часу, коли швидкість снаряда дорівнює дозвуковій, завершується перший етап і починається наступний.

Функціональну залежність величини сили лобового опору повітря на другому етапі теж описують формулою (1), однак при параметрах γ_2 і β_2 . Їх значення визначаються аналогічно попередньому з врахуванням результатів експериментальних досліджень

$$\begin{aligned} x(\theta_{15}) &= 3000, \quad x(\theta_{16}) = 3200, \\ x(\theta_{17}) &= 3400, \quad x(\theta_{18}) = 3600, \end{aligned} \quad (10)$$

Початковими умовами для системи диференціальних рівнянь (3) – (5), на етапі лету снаряда зі спадною дозвуковою швидкістю, є значення кінематичних параметрів снаряда в момент часу, коли його швидкість дорівнює швидкості звуку в

повітрі. Це забезпечує поєднання етапів лету снаряда з надзвуковою та спадною дозвуковою швидкостями.

Величину коефіцієнта, який враховує аеродинаміку форми снаряда та пропорційності, залишили без змін, тобто $c_x = 0,35$. Значення параметрів γ_2 і β_2 , на етапі лету снаряда зі спадною дозвуковою швидкістю, наступні: $\gamma_2 = -0,206$ і $\beta_2 = 3,719$.

Таблиця 2

Значення теоретичних та кінематичних (з таблиць стрільб) параметрів снаряда ОФ45, випущеного з причіпної гаубиці 2А65 при його спадній дозвуковій швидкості

$\alpha_i,$ градуси	t_k, c	$\theta_c, \text{радіан}$	x_k, m	$\dot{x}_k, m/c$	$\dot{z}_k, m/c$	$V_k, m/c$	H, m	x_H, m
5° 21'	7,9035 (7,9)	6° 20' (6° 18')	2997,16 (3000)	336,84	-37,36	338,90 (342)	76,59 (77)	1558
5° 47'	8,5063 (8,5)	6° 54' (6° 54')	3197,24 (3200)	333,24	-40,34	335,67 (337)	88,79 (89)	1667
6° 14'	9,1250 (9,1)	7° 30' (7° 28')	3400,18 (3400)	329,74	-43,38	332,58 (333)	102,3 (102)	1777
6° 41'	9,7370 (9,7)	8° 05' (8° 00')	3598,61 (3600)	326,44	-46,37	329,72 (330)	116,7 (117)	1885
7° 08'	10,3431 (10)	8° 40' (8° 36')	3792,94 (3800)	323,33	-49,33	327,07 (326)	131,9 (132)	1991
7° 36'	10,9660 (11)	9° 17' (9° 18')	3990,46 (4000)	320,27	-52,36	324,52 (323)	148,6 (149)	2099
8° 05'	11,6056 (12)	9° 55' (9° 54')	4191,04 (4200)	317,27	-55,46	322,08 (321)	166,8 (167)	2207
8° 35'	12,2619 (12)	10° 34' (11°)	4394,54 (4400)	314,31	-58,63	319,73 (318)	186,5 (186)	2317
9° 05'	12,9130 (13)	11° 13' (11°)	4594,18 (4600)	311,50	-61,77	317,57 (316)	207,2 (207)	2425
9° 35'	13,5593 (14)	11° 52' (12°)	4790,19 (4800)	308,82	-64,88	315,56 (314)	228,9 (229)	2529
10° 06'	14,2224 (14)	12° 32' (13°)	4989,10 (5000)	306,16	-68,06	313,64 (312)	252,2 (253)	2635
10° 38'	14,9021 (15)	13° 13' (13°)	5190,71 (5200)	303,54	-71,32	311,80 (310)	277,2 (278)	2741
11° 11'	15,5983 (16)	13° 56' (14°)	5394,87 (5400)	300,94	-74,66	310,06 (309)	304,1 (304)	2848
11° 44'	16,2898 (16)	14° 38' (15°)	5595,34 (5600)	298,45	-77,96	308,46 (307)	332,0 (332)	2954
12° 17'	16,9769 (17)	15° 21' (15°)	5792,27 (5800)	296,05	-81,24	306,99 (306)	360,9 (361)	3058
12° 51'	17,6804 (18)	16° 04' (16°)	5991,58 (6000)	293,66	-84,59	305,60 (305)	391,7 (393)	3163
13° 26'	18,4001 (18)	16° 49' (17°)	6193,08 (6200)	291,29	-88,02	304,30 (303)	424,5 (425)	3269
14° 02'	19,1358 (19)	17° 34' (18°)	6396,54 (6400)	288,93	-91,51	303,08 (302)	459,4 (460)	3376
14° 38'	19,8670 (20)	18° 20' (18°)	6596,26 (6600)	286,65	-94,98	301,97 (301)	495,5 (496)	3482
15° 14'	20,5939 (21)	19° 05' (19°)	6792,34 (6800)	284,43	-98,42	300,98 (300)	532,6 (534)	3585

Порівнявши отримані теоретичні значення кінематичних параметрів руху снаряда, приведених в таблиці 2, зі значеннями в таблицях стрільби [10], можна стверджувати, що розбіжність між ними є незначною.

Завершення другого етапу лету снаряда здійснюється в момент часу, коли швидкість снаряда, залишаючись дозвуковою, починає зростати. Цей етап настає, коли кут прицілювання стає більший ніж кут $\alpha_{34} = 15^{\circ} 14'$.

Початковими умовами для системи диференціальних рівнянь (3) – (5), на етапі лету зі зростаючою дозвуковою швидкістю, є значення кінематичних параметрів снаряда в момент часу, коли виконується нерівність

$$V(t) \leq V(t + \Delta t), \quad (11)$$

де Δt – мала величина.

Це забезпечує поєднання етапів лету снаряда зі спадною та зростаючою дозвуковими швидкостями.

Таблиця 3 (скорочена)

Значення теоретичних та з таблиць стрільб кінематичних параметрів снаряда калібру 152 мм, випущеного з гаубиці 2А65 при зростаючій дозвуковій швидкості $c_x = 0,35$, $\gamma_3 = -0,297$ і $\beta_3 = -1,907$

α_0 , градуси	t_k, c	θ_c , радіан	x_k, m	$\dot{x}_k, m/c$	$\dot{z}_k, m/c$	$V_k, m/c$	H, m	x_H, m
15° 52'	21,3571 (21)	19° 53' (20°)	6995,41 (7000)	281,74	-101,88	299,59 (299)	573 (574)	3692
19° 11'	25,3009 (25)	24° 02' (24°)	7994,91 (8000)	267,66	-119,37	293,07 (295)	804 (806)	4219
22° 55'	29,6466 (30)	28° 42' (29°)	8991,61 (9000)	251,93	-137,95	287,23 (293)	1099 (1100)	4744
27° 18'	34,6292 (35)	34° 08' (34°)	9983,67 (10000)	233,77	-158,49	282,43 (293)	1490 (1490)	5271
33° 01'	40,9202 (41)	41° 02' (40°)	10974,03 (11000)	210,76	-183,44	279,41 (294)	2059 (2060)	5807
34° 30'	42,5103 (42)	42° 46' (42°)	11172,35 (11200)	204,93	-189,59	279,18 (295)	2215 (2210)	5917
36° 14'	44,3442 (44)	44° 46' (43°)	11372,36 (11400)	198,19	-196,62	279,17 (296)	2403 (2400)	6028
38° 25'	46,6150 (46)	47° 14' (46°)	11574,54 (11600)	189,80	-205,23	279,54 (298)	2644 (2640)	6144
41° 57'	50,1898 (49)	51° 06' (49°)	11780,63 (11800)	176,42	-218,59	280,90 (301)	3045 (3040)	6268
44° 34'	53,7500 (52)	53° 51' (52°)	11833,37 (11845)	166,62	-228,02	282,41 (303)	3347 (3330)	6308
47° 13'	55,2600 (54)	56° 32' (54°)	11797,05 (11800)	156,75	-237,16	284,28 (305)	3656 (3630)	6302
50° 40'	58,3917 (57)	59° 55' (57°)	11610,13 (11600)	143,88	-248,43	287,08 (308)	4057 (4020)	6220
52° 40'	60,1312 (59)	61° 50' (59°)	11427,63 (11400)	136,37	-254,60	288,82 (310)	4287 (4250)	6133
54° 26'	61,6184 (60)	63° 28' (60°)	11220,44 (11200)	129,69	-259,84	290,41 (311)	4488 (4430)	6032
60° 20'	66,2224 (64)	68° 48' (65°)	10213,72 (10200)	106,95	-275,69	295,71 (315)	5132 (5030)	5530
65° 22'	69,6712 (67)	73° 09' (70°)	8980,56 (9000)	86,96	-287,06	299,94 (318)	5629 (5490)	4906

Найбільші відхилення між значеннями координати точки обнуління траєкторії, визначених теоретично та вказаних в таблицях стрільб, мають місце при кутах прицілювання $\alpha_{56} = 34^{\circ} 30'$ та $\alpha_{63} = 52^{\circ} 40'$.

Величини відхилення дорівнюють близько 28 метрів. Різниці значень параметрів t_k , θ_c , V_k і H , між теоретичними та з таблиць стрільб, при певних кутах кидання, досягають значної розбіжності при

стрільбі на велику віддаль, оскільки «елементи траєкторії определялись расчетом, так как требования к их точности невысоки» [2].

Висновок

Розбіжності між теоретично визначеними координатами точок обнуління траєкторії на основі запропонованої математичної моделі та наведеними в таблицях стрільб є незначними, що підтверджує адекватність запропонованої моделі. Авторами встановлено, що величина сили лобового опору повітря залежить не тільки від швидкості снаряда, але й знаку пришвидження, з яким він рухається. Знання функціональної залежності величини сили лобового опору повітря рухові снаряду дозволяє враховувати вплив детермінованих та недетермінованих чинників на динаміку руху снаряда. Все це дозволяє, використовуючи відповідне програмне забезпечення, автоматизувати процес визначення кута прицілювання для лету снаряда на задану віддаль.

Список літератури

1. Чернозубов А. Д., Кириченко В. Д., Разин И. И., Михайлов К. В. Внешняя баллистика. Часть I. Москва: Типография Артиллерийской инженерной академии. 1954. 467 с.
2. Чернозубов А. Д., Кириченко В. Д., Разин И. И., Михайлов К. В. Внешняя баллистика. Часть II. Москва: Типография Артиллерийской инженерной академии. 1954. 501 с.
3. McCoy R.L. (2012), Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. 328 p.
4. LEWTAS Ian, MCALISTER Rachael, WALLIS Adam, WOODLEY Clive and CULLIS Ian (2016), The ballistic performance of the bombard Mons Meg. *Defence Technology*. № 12. pp. 59-68. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>
5. BALON Rastislav and KOMENDA Jan (2006), Analysis of the 155 mm ERFB/BB projectile trajectory. *Advances in MT*. № 10: pp. 91-114.
6. Sahoo S. and Laha M.K. (2014), Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze. *Defence Science Journal*. Vol. 64. No. 6. pp. 502-508. DOI: <https://doi.org/10.14429/dsj.64.8110>
7. Bo Zhang, Shushan Wang, Mengyu Cao and Yuxin Xu. Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law. *Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering*. Article ID 984840. 6 pages. DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>
8. Величко Л. Д., Петрученко О. С., Терещук О. В. Вплив бічного вітру на динаміку руху снаряду. *Військово-*

технічний збірник. Львів, 2020. № 23. С. 17–21. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.23.2020.17-21>

9. Грабчак В. І., Бондаренко С. В. Обґрунтування вимог до точності складання таблиць стрільби. *Системи озброєння і військова техніка*. Харків: ХУПС, 2014. Вип. 1 (37). С. 20-24.

10. Таблиці стрільби 152-мм причіпної гаубиці 2А65, 152-мм, самохідної гаубиці 2С19, ТС № У 00001 : навч. посіб. Львів: НАСВ, 2017. 760 с.

References

1. Chernozubov A.D., Kirichenko V.D., Razin I.I. and Mikhailov K.V. (1954) "Vneshniaia ballistyka. Chast I" [External ballistics. Part I]: Moscow: Typography of the Artillery Engineering Academy. 467 p. [in Russian]
2. Chernozubov A.D., Kirichenko V.D., Razin I.I. and Mikhailov K.V. (1954) "Vneshniaia ballistyka. Chast II" [External ballistics. Part II]: Moscow: Artillery Engineering Academy Printing House. 501 p. [in Russian].
3. McCoy R.L. (2012), Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. 328 p.
4. LEWTAS Ian, MCALISTER Rachael, WALLIS Adam, WOODLEY Clive and CULLIS Ian (2016), The ballistic performance of the bombard Mons Meg. *Defence Technology*. № 12. pp. 59-68. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>
5. BALON Rastislav and KOMENDA Jan (2006), Analysis of the 155 mm ERFB/BB projectile trajectory. *Advances in MT*. № 10: pp. 91-114.
6. Sahoo S. and Laha M.K. (2014), Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze. *Defence Science Journal*. Vol. 64. No. 6. pp. 502-508. DOI: <https://doi.org/10.14429/dsj.64.8110>
7. Bo Zhang, Shushan Wang, Mengyu Cao and Yuxin Xu. Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law. *Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering*. Article ID 984840. 6 pages. DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>
8. Velychko L., Petruchenko O. and Tereshchuk O. (2020), "Vplyv bichnoho vitru na dynamiku rukhu snariadu" [Influence of crosswind on the projectile movement dynamics]. *Military Technical Collection*. Lviv, 2020. Issue № 23. pp.17-21. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.23.2020.17-21> [in Ukrainian]
9. Hrabchak V.I. and Bondarenko S.V. (2014), "Obgruntuvannya vymoh do tochnosti skladannya tablyts' stril'by" [Substantiation of requirements for the accuracy of shooting tables]. *Systemy ozbrojennya i viys'kova tekhnika*. Kharkiv: KHUPS, 2014. Issue № 1 (37). pp. 20-24. [in Ukrainian]
10. Shooting tables of 152-mm trailed howitzer 2A65, 152-mm, self-propelled howitzer 2C19, TC № U 00001 (2017), "Tablytsi stril'by 152-mm prychipnoyi haubytsi 2A65, 152-mm, samokhidnoyi haubytsi 2S19, TS № U 00001" [Navchal'nyy posibnyk]. NASV, L'viv. 760 s. [in Ukrainian]

EXTERNAL BALLISTICS HOWITZER PROJECTILE

L. Velychko, O. Petruchenko, O. Tereshchuk, R. Nanivskyi

In this scientific work, the team of authors presents a mathematical model for studying the dynamics of the motion of a projectile in the air, fired from cannon.

One of the main problems of external ballistics is to determine the magnitude of the force of the air resistance to the movement of the projectile. Usually in studies, a discrete relationship between the magnitude of the force of resistance and projectile velocity has been established. However, to improve the accuracy of firing, it is necessary to determine the functional dependence of air resistance on projectile velocity, deterministic and non-deterministic factors. The authors, when processing the results of landfill studies, which are presented in the tables of firing, found that the magnitude of the force of air resistance to the movement of the projectile depends not only on its speed but also on acceleration. Based on this, the functional dependence of the force of air resistance is described separately during the movement of the projectile with the following velocities: supersonic (stage I); subsonic - with negative acceleration (stage II); subsonic with positive acceleration (stage III).

To determine the coefficients of functional dependences, it is proposed to use inverse dynamics problems. Boundary conditions were considered - the full horizontal range of the projectile, depending on the specific angle of impact, obtained from the results of landfill research and given in the firing tables.

Under the condition of a certain functional dependence of the force of counter-air resistance, taking into account the weight of the projectile and the Carioles' force, as a result of this work is obtained the system of differential equations, which describes the motion of the projectile in air. The initial conditions for the first stage were taken the initial velocity of the projectile and zero (original) coordinates; for the second stage - the value of the kinematic parameters of the projectile at a time when its speed became equal to the speed of sound in the air; for the third stage - the value of the kinematic parameters of the projectile at the time when its velocity began to increase.

By solving the system of differential equations, using the appropriate software, can be determined the impact of projectile charge and air temperatures, atmospheric pressure, changes in projectile mass and its initial velocity on the kinematic parameters of projectile motion. In addition, it allows you to automate the process of determining the aiming angle (it is better to ask the gunners the correctness of this concept) depending on the firing range, taking into account the above factors.

Also, in the work on the basis of the method proposed by the authors, the is carried out comparison of the kinematic parameters of the projectile with the results given in the firing tables. They indicate minor differences when shooting at short distances, but when shooting at long distances - these differences increase, as the results in the tables of shootings are quite approximate.

Keywords: external ballistics, dynamics of projectile motion, force of frontal air resistance, howitzer.

ВНЕШНЯЯ БАЛЛИСТИКА СНАРЯДА, ВЫПУЩЕННОГО ИЗ ГАУБИЦЫ

Л.Д. Величко, О.С. Петрученко, О.В. Терещук, Р.А. Нанивский

В работе авторами представлена математическая модель исследования динамики движения снаряда в воздухе, выпущенного из гаубицы. Функциональная зависимость силы лобового сопротивления воздуха от детерминированных и недетерминированных факторов описывается отдельно при движении снаряда со скоростями: сверхзвуковой, дозвуковой с отрицательным ускорением, дозвуковой с положительным ускорением. То есть, авторами установлено, что поведение функциональной зависимости силы лобового сопротивления воздуха движению снаряда зависит не только от его величины скорости, но и от знака ускорения. Для определения коэффициентов функциональных зависимостей решаются обратные задачи динамики с использованием результатов полигонных исследований, приведенные в таблицах стрельбы. Зная функциональные зависимости силы лобового сопротивления воздуха движению снаряда, можно определять влияние температур заряда снаряда и воздуха, атмосферного давления, изменения массы снаряда и его начальной скорости на кинематические параметры движения. Все это позволяет автоматизировать, используя соответствующее программное обеспечение, определение угла прицеливания в зависимости от дальности стрельбы и значений детерминированных и недетерминированных факторов. Проведено сравнение кинематических параметров движения снаряда, определенных методом, предложенным авторами результатам приведенными в таблицах стрельбы и указано на незначительные их разногласия.

Ключевые слова: внешняя баллистика, динамика движения снаряда, сила лобового сопротивления воздуха, гаубица.