

ЗАХИСТ ОБТ ВІД ЗАСОБІВ ВИЯВЛЕННЯ ТА УРАЖЕННЯ

УДК 621.9.048.6

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.52-57>А.І. Андрухів², А.В. Баранов¹, Н.М. Гузик¹, Б.І. Сокіл¹, М.Б. Сокіл²¹Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів²Національний університет "Львівська політехніка", Львів

ПРО ШЛЯХИ ПІДВИЩЕННЯ ЗАХИЩЕНОСТІ СПЕЦІАЛЬНИХ СПОРУД ВІД УДАРНИХ ДІЙ

Розроблено методику дослідження динамічних процесів елементів інженерних споруд спеціального призначення від вибухової дії снарядів. За фізичну модель елементів інженерних споруд вибрано пружно підкріплені балки із шарнірно закріпленими кінцями. Приймається, що пружні властивості останньої задовольняють нелінійному закону пружності. Побудовано математичну модель процесу серії ударних дій снарядів у різних точках елемента захисної споруди. Показано, що найбільш небезпечними випадками з огляду на захищеність споруди, є ті, коли ударна дія повторюється через однакові проміжки часу, до того ж точки ударів знаходяться ближче до середини захисного елемента.

Ключові слова: інженерна споруда, математична модель дії системи вибухів, оцінка захисної спроможності.

Постановка проблеми

В останньому десятилітті для підвищення захисної спроможності особового складу та військової техніки від ударних вибухових дій та дій стрілецької зброї застосовуються багатопарові чи пружно підкріплені конструкції [1-4]. Їх захисна спроможність у порівнянні із монолітними аналогами таких же основних характеристик (товщина, вага, собівартість і т.д.) є набагато вищою. Це пояснюється тим, що частина енергії ударної дії кулі чи вибуху втрачається на внутрішню взаємодію між шарами конструкції чи елементом захисту та пружним підкріпленням [5, 6]. Однак належного обґрунтування вибору фізико-механічних характеристик елементів таких складних конструкцій не існує через проблеми, пов'язані із побудовою та дослідженням аналітичного розв'язку відповідних математичних моделей. Тому обґрунтування використання системи пружного підкріплення елементів захисних споруд із вибором їх характеристик є актуальним дослідженням і предметом розгляду даної роботи. У ній пружні елементи захисного покриття моделюються пружно підкріпленими балками, а динамічна дія кулі – точково прикладеними силами. На основі аналітичного розв'язку задачі показано, що найбільш небезпечними випадками з огляду на захищеність споруди є ті, в яких ударна дія має періодичний характер, а точки ударів знаходяться ближче до його середини.

Аналіз основних досліджень і публікацій

Незважаючи на те, що дія вибухової хвилі чи снаряда на захисну споруду характеризується короткою тривалістю, величина ударного імпульсу може сягати значних величин. Це, у свою чергу, у кращому випадку призводить до значних деформацій її елементів [7,8]. Зменшити їх можна шляхом використання для них матеріалів із покращеними фізико-механічними властивостями, чи шляхом внесення конструктивних змін у захисну споруду [2]. Що ж стосується захисної спроможності, то її можна оцінити на базі співвідношень, які описують динамічний прогин захисної споруди [9, 10]. Математично він описується крайовими задачами для диференціальних рівнянь або систем рівнянь із частинними похідними.

Що стосується розробок, пов'язаних із реакцією системи на миттєву дію [8, 10-13], то такі дослідження розглядалися лише в окремих випадках (див., наприклад, [14] за обмежень, які є надто жорсткими для аналізу впливу дії ударного імпульсу).

Тому у роботі зроблено спробу вказану прогалину у дослідженні важливих практичних задач розв'язати шляхом поширення основних ідей методів збурень на нові класи крайових задач – задач із дискретними правими частинами. Саме вони описують динаміку захисних елементів інженерних споруд внаслідок серії ударних дій снарядів.

Виклад основного матеріалу

У [9] показано, що власні згинальні коливання прямолінійних елементів пружно підкріплених захисних інженерних споруд описуються, за відповідних крайових умов, диференціальним рівнянням

$$L(u(x,t)) = \varepsilon\beta u_t(x,t). \quad (1)$$

У формулі (1) через $u(x,t)$ позначено переміщення перерізу з координатою x в довільний момент часу t , через $L(z)$ – лінійний диференціальний оператор вигляду

$$L(z) = \rho \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + EJ \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + cz,$$

в якому ρ – це маса одиниці довжини, E – модуль пружності матеріалу, J – момент інерції поперечного перерізу, c – жорсткість пружного підкріплення. Коефіцієнт $\varepsilon\beta$, присутній у правій частині формули (1), характеризує сили в'язкого тертя, які пропорційні швидкості деформації верхньої частини пружного елемента. Зауважимо, що максимальне значення вказаної сили є малою величиною у порівнянні із максимальним значенням другого доданку лівої частини рівняння (1).

Якщо ж урахувати серії ударних дій снарядів на захисний елемент у точках з координатами $x_i, i = \overline{1, n}$, ($0 < x_i < l$), то рівняння (1) трансформується до вигляду

$$L(u(x,t)) = \varepsilon\beta u_t(x,t) + \sum_{i=1}^n F_i(t)\delta(x-x_i), \quad (2)$$

в якому $F_i(t) = \begin{cases} \tilde{F}_j(t), & \text{якщо } t \in [t_j, t_{j+1}); \\ 0, & \text{якщо } t \notin (t_j, t_{j+1}). \end{cases}$ – закон

зміни ударної сили снаряда, $t_i \leq t \leq t_{i+1}$ – час дії ударного імпульсу, $\delta(\dots)$ – дельта-функція відповідного аргументу [15].

Рівняння (2) розглядатимемо за крайових умов вигляду

$$u(x,t)|_{x=0;l} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \Big|_{x=0;l} = 0. \quad (3)$$

Вони відповідають випадку шарнірно закріплених кінців пружного елемента.

Задача полягає у визначенні прогину захисного елемента та його залежності від фізико-механічних властивостей пружного елемента, підкріплення, ударної дії снаряда. Для розв'язання поставленої задачі у роботі зроблено спробу перенести загальні ідеї методів збурень на динамічні системи із дискретною дією зовнішнього збурення.

Перше наближення розв'язку крайової задачі (2), (3) будемо шукати у вигляді

$$u(x,t) = u_0(x,t) + \varepsilon u_1(x,t) \quad (4)$$

де $u_0(x,t)$ – розв'язок рівняння

$$L(u_0(x,t)) = \sum_{i=1}^n F_i(t)\delta(x-x_i), \quad (5)$$

який задовольняє однорідні умови вигляду (3), а $u_1(x,t)$ – відповідно розв'язком рівняння

$$L(u_1(x,t)) = \varepsilon\beta u_{1t}(x,t), \quad (6)$$

що задовольняє однорідні крайові умови такого ж типу.

Розв'язок неоднорідного лінійного рівняння (5) із дискретною правою частиною можна представити у вигляді

$$u_0(x,t) = \tilde{u}_0(x,t) + \hat{u}_0(x,t)$$

де $\tilde{u}_0(x,t)$ – розв'язок незбуреної крайової, тобто розв'язок рівняння

$$L(\tilde{u}_0(x,t)) = 0$$

за однорідних крайових умов. Він описує власні згинальні коливання захисної конструкції без урахування сил в'язко-пружного тертя.

Функція $\hat{u}_0(x,t)$ – частинний розв'язок неоднорідного рівняння

$$L(\hat{u}_0(x,t)) = \sum_{i=1}^n F_i(t)\delta(x-x_i).$$

Очевидно, що функція $\hat{u}_0(x,t)$, як і $\tilde{u}_0(x,t)$, має задовольняти однорідні крайові умови.

Знайти функцію $\tilde{u}_0(x,t)$ не становить значних математичних труднощів

$$\tilde{u}_0(x,t) = \sum_k a_k X_k(x) \cos(\omega_k t + \varphi_{0k}),$$

де $\{X_k(x)\}, k \in N$ – система власних функцій

$$\{X_k(x)\} = \left\{ \sin \frac{k\pi}{l} x \right\}, \quad \omega_k = \sqrt{\frac{EJ}{\rho} \left(\frac{k\pi}{l} \right)^4 + \frac{c}{\rho}},$$

а a_k, φ_{0k} знаходяться із початкових умов збуреного руху.

Що ж стосується впливу системи ударної дії снарядів на захисну споруду, тобто функції $\hat{u}_0(x,t)$, то її аналітичне знаходження пов'язане із певними проблемами, адже остання має дискретний характер. Окрім того, потрібно забезпечити, щоб вказана функція задовольняла однорідним крайовим умовам. Це наштовхує на представлення функції $\hat{u}_0(x,t)$ у вигляді

$$\hat{u}_0(x,t) = \sum_k X_k(x) T_k(t),$$

а, відтак, функція $T_k(t)$ повинна бути розв'язком звичайного лінійного неоднорідного рівняння, яке враховує зовнішню дію на захисний елемент системи снарядів. Враховуючи властивості дельта- функцій [15], для знаходження $T_k(t)$ маємо

$$T_k(t) = \frac{1}{l\omega_k} \int_0^t \sum_{i=1}^n F_i(\tau) \sin(\omega_k(t-\tau) + \theta_k) \sum_k \sin \frac{k\pi}{l} x_i d\tau. \quad (8)$$

де θ_k – відома стала.

$$T_k(t) = \frac{1}{l\omega_k} \int_0^t \sum_{i=1}^n F_i(\tau) \sin(\omega_k(t-\tau) + \theta_k) \sum_k \sin \frac{k\pi}{l} x_i d\tau = \begin{cases} \frac{1}{l\omega_k} \int_0^t \sum_{i=1}^n \sin \frac{k\pi}{l} x_i \tilde{F}_j(\tau) \sin(\omega_k(t-\tau) + \theta_k) d\tau, & \text{нпу } t \in [t_j, t_{j+1}] \\ 0, & \text{нпу } t \notin (t_j, t_{j+1}). \end{cases} \quad (9)$$

Що стосується функції $u_1(x, t)$, то подібно до викладеного вище, знаходимо:

$$u_1(x, t) = \sum_k b_k \sin \frac{k\pi}{l} x \exp \left(\sqrt{\omega_k^2 - \frac{(\varepsilon\beta)^2}{4}} it \right) \quad (10)$$

$$u(x, t) = \sum_k \left\{ a_k \cos(\omega_k t + \varphi_{0k}) + \frac{1}{l\omega_k} \int_0^t \sum_{i=1}^n \sin \frac{k\pi}{l} x_i \tilde{F}_j(\tau) \sin(\omega_k(t-\tau) + \theta_k) d\tau, \text{ нпу } t \in [t_j, t_{j+1}] \right\} + \left\{ \varepsilon b_k \exp \left(\sqrt{\omega_k^2 - \frac{(\varepsilon\beta)^2}{4}} it \right) \right\} X_k(x).$$

Якщо врахувати, що у механічних системах із багатьма ступенями вільності та розподіленими параметрами, як правило, встановлюється

$$u(x, t) = \begin{cases} a_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_{01}) + \frac{1}{l\omega_1} \int_0^t \sum_{i=1}^n \sin \frac{k\pi}{l} x_i \tilde{F}_j(\tau) \sin(\omega_k(t-\tau) + \theta_k) d\tau, & \text{нпу } t \in [t_j, t_{j+1}] \\ 0, & \text{нпу } t \notin (t_j, t_{j+1}). \end{cases} + \left\{ \varepsilon b_1 \exp \left(\sqrt{\omega_1^2 - \frac{(\varepsilon\beta)^2}{4}} it \right) \right\} \sin \frac{\pi}{l} x.$$

Нижче у таблиці 1 представлено реакцію захисного елемента на поодинокі удари снарядів із різних точок їх прикладання x_1 , різних значень жорсткості c за умови, що ударна сила змінюється відповідно до закону

$$\ddot{T}_k(t) + \omega_k^2 T_k(t) = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n F_i(t) \sum_k \sin \frac{k\pi}{l} x_i, \quad k \in N. \quad (7)$$

Множина одночастотних розв'язків неоднорідного рівняння (7) має вигляд [16]

Вигляд функції, яка характеризує зовнішню дію на елемент захисної споруди, дозволяє співвідношення (8) трансформувати до вигляду

Підсумовуючи наведене, отримуємо залежність для визначення динамічного прогину елемента захисної споруди у вигляді

одночастотний динамічний процес [16], то для практичної реалізації викладеної методики можна використати залежність,

$$F_1(t) = \begin{cases} F_1 \cos \frac{\pi t}{2\tau}, & \text{нпу } t \leq \tau, \\ 0, & \text{нпу } t \geq \tau. \end{cases}$$

де τ – тривалість дії ударів.

Таблиця 1

Значення максимального прогину захисного елемента

N з/п	Параметри						
	$EJ, \text{ н} \cdot \text{м}^2$	$l, \text{ м}$	$x_1, \text{ м}$	c	$\tau, \text{ с}$	$F_1, \text{ Кн}$	$\Delta, \text{ м}$
1	$9.86 \cdot 10^8$	5	2.50	0	10^{-3}	$12.7 \cdot 10^3$	$2.73 \cdot 10^{-2}$

2	$9.86 \cdot 10^8$	5	1,75	0	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$1.23 \cdot 10^{-2}$
3	$9.86 \cdot 10^8$	5	0,5	0	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$3.47 \cdot 10^{-3}$
4	$9.86 \cdot 10^8$	5	0,5	$5.00 \cdot 10^6$	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$1.07 \cdot 10^{-3}$
5	$9.86 \cdot 10^8$	5	0,5	$6.50 \cdot 10^8$	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$0.97 \cdot 10^{-3}$
6	$9.86 \cdot 10^8$	5	0,5	$8.60 \cdot 10^8$	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$0.83 \cdot 10^{-3}$
7	$9.86 \cdot 10^8$	5	2,5	$8.60 \cdot 10^8$	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$1.93 \cdot 10^{-3}$
8	$9.86 \cdot 10^8$	10	5	$1.87 \cdot 10^7$	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$1.23 \cdot 10^{-2}$
9	$9.86 \cdot 10^8$	10	7.5	$1.87 \cdot 10^7$	10^{-3}	$12,7 \cdot 10^3$	$2.02 \cdot 10^{-3}$

Із результатів таблиці 1 випливає, що для елементів захисних споруд від серії ударних дій снарядів необхідно використовувати пружні підкріплення.

Висновки

Аналіз отриманих теоретичних результатів показує, що:

- використання додаткового “підпружинення” суттєво зменшує динамічну дію серії ударних дій снарядів на елементи захисних споруд;

- дія однакових ударних імпульсів на елементи захисних споруд є більшою у випадку, коли точки удару знаходяться ближче до середини захисного елемента;

- за пружне підкріплення пропонується використовувати гуму, шар ґрунту, гнучкі настили деревини.

Практичні рекомендації щодо покращення захисної здатності елементів інженерних споруд

від серії ударних дій снарядів та подальше узагальнення результатів. Викладені у роботі основні результати стосуються динамічної серії ударів снарядів на елементи захисних споруд. Вони показують, що у випадку використання системи підкріплення пружними елементами однакової жорсткості найбільші деформації елементів захисних споруд, а, відтак, найбільш небезпечні місця є поблизу середини захисного елемента. Із вказаного випливає, що для підвищення захисної спроможності від серії ударних дій снарядів доцільно застосовувати систему підкріплення змінної жорсткості – найбільша жорсткість підкріплення має бути біля геометричної середини захисного елемента.

Ці питання, а також питання дії на підкріплену захисну споруду серії ударних дій снарядів із однаковою частотою ударів можуть бути предметом окремих досліджень.

Список література

1. Сметанкіна Н. В. Розрахунок на міцність багатошарових елементів захисних конструкцій при імпульсному навантаженні. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка*. Харків, 2013. № 139. С. 282-286.

2. Пахольок О. А., Шимків Т. Ф. Аналіз технічного стану, підсилення та модернізація споруд спеціального призначення. *Містобудування та територіальне планування*. 2016. Вип. 61. С. 369-373.

3. Magnier S.A., Donze F.V. Numerical simulation of impact using a discrete element method. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*. 1998. Vol. 3, Is. 3. pp. 257–276. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1484\(199807\)3:3<257::AID-CFM50>3.0.CO;2-Z](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1484(199807)3:3<257::AID-CFM50>3.0.CO;2-Z)

4. Nair Rajesh P., Lakshmana Rao C. Numerical Simulation of Ballistic Impact on Particulate Composite Target using Discrete Element Method: 1-D and 2-D Models. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. 2014. Vol. 15. Is. 1. pp. 9-16 DOI: <https://doi.org/10.1080/15502287.2013.833997>

5. Величко Л. Д., Петрученко О. С., Кондрат В. Ф. Динаміка захисної конструкції при ударі кулі або осколка снаряда. *Військово-технічний збірник*. Львів: 2015, № 13.

С. 13-19. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.13.2015.13-19>

6. Петрученко О. С., Величко Л. Д. Зменшення ефективної дії кулі, осколка снаряду на об'єкт захисту. *Військово-технічний збірник*. Львів: 2015, № 12. С. 65-69. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.12.2015.65-69>

7. Альберт И. У., Петров В. А., Скворцова А. Е. Анализ динамической реакции конструктивно-нелинейных механических систем. *Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева*. Львов, 2002. Вып. 241. С. 38-59.

8. Белов Н. Н., Копаница Д. Г., Кумпльак О. Г., Югов Н. Т. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки. Томск: *STTT*, 2004. 466 с.

9. Andrukhiv A., Huzuk N., Soki B., Sokil M., Chahan Yu. Methodology of investigation of the influence of the explosion on the elements of protective structures. *Військово-технічний збірник* Львів, 2020. № 22. С. 32-37. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.22.2020.32-37>

10. Andrukhiv A., Sokil B., Sokil M., Huzuk N. The justification of a way for improving the protection of special buildings form shock effect of the projectile. *Військово-технічний збірник*. Львів, 2019. Вип. 20. С. 69-74. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.20.2019.69-74>

11. Дикань С. Д., Зима О. С. Безпека в галузі та надзвичайних ситуаціях. Полтава: ТОВ «АСМІ», 2015. 273 с.

12. Орленко Л. П. Физика взрыва и удара. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. 394 с.

13. Фролов О. О., Тур С. В. Розрахунок значень тиску на фронті ударної хвилі при руйнуванні гірських порід вибухом. *Вісник НТУУ "КПІ". Серія "Гірництво"*. Київ, 2009. № 18. С. 43-47.

14. Sokil B.I., Pukach P.Ya., Sokil M.B., Vovk M.I. Advanced asymptotic approaches and perturbation theory methods in the study of the mathematical model of single-frequency oscillations of a nonlinear elastic body. *Mathematical modeling and computing*. 2010. Vol. 7, № 2. pp. 269–277. <https://doi.org/10.23939/mmc2020.02.269>

15. Weisstein Eric W. Delta Function. URL: <https://mathworld.wolfram.com/DeltaFunction.html>

16. Митропольский Ю. А., Мосеенков Б. И. Асимптотические решения уравнений в частных производных. Київ: Вища школа, 1976. 592 с.

References

1. Smetankina N.V. (2013), "Rozrakhunok na mitsnist bahato-sharovykh elementiv zakhysnykh konstruksii pry impulsnomu navantazheni" [Calculation of the strength of multilayer elements of protective structures under impulse loading]. *Bulletin of the Petro Vasylenko Kharkiv National Technical University of Agriculture*. № 139. pp. 282-286. [in Ukrainian].
2. Pakholyuk O.A. and Shymkiv T.F. (2016), "Analiz tekhnichnoho stanu, pidsylennia ta modernizatsiia sporud spetsialnoho pryznachennia" [Analysis of technical condition, strengthening and modernization of special purpose buildings]. *Urban Planning and Spatial Planning*. Vol. 61. pp. 369-373. [in Ukrainian].
3. Magnier S.A. and Donze F.V. (1998), Numerical simulation of impact using a discrete element method. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*. Vol. 3. Is. 3. pp. 257–276. DOI: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1484\(199807\)3:3<257::AID-CFM50>3.0.CO;2-Z](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1484(199807)3:3<257::AID-CFM50>3.0.CO;2-Z)
4. Nair Rajesh P. and Lakshmana Rao C. (2014), Numerical Simulation of Ballistic Impact on Particulate Composite Target using Discrete Element Method: 1-D and 2-D Models. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*. Vol. 15. Is. 1. pp. 9-16 DOI: <https://doi.org/10.1080/15502287.2013.833997>
5. Velychko L., Petruchenko O. and Kondrat V. (2015), "Dynamika zakhysnoi konstruksii pry udari kuli abo oskolka snariada" [Dynamics of a protective structure at impact of a bullet or a fragment of a projectile]. *Military technical collection*. V. 13. pp. 13-19. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.13.2015.13-19> [in Ukrainian].
6. Petruchenko O., Khytriak O. and Velychko L. (2015), "Zmshennia efektyvnoi dii kuli, oskolka snariadu na ob'ekt zakhystu" [Reduction of effective bullets, shrapnel shells on object protection]. *Military technical collection*. V. 12. pp. 65-69. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.12.2015.65-69> [in Ukrainian].
7. Albert I., Petrov V. and Skvorthova A. (2002), "Analiz-dinamicheskoi-reakcii-konstruktivno-nelineynykh-mekhanicheskikh-sistem" [Analysis of the dynamic reaction of constructive-nonlinear mechanical systems]. *News VNIIG named after B. Vedeneva*. V. 241. pp. 38-59. [in Russian].
8. Belov N.N., Kopanitsa D.G., Kumplyak O.G. and Yugov N.T. (2004), "Raschet-zhelezo-betonnykh-konstruksij-na-vzryvnye-i-udarnye-zagruzki" [Calculation of iron-concrete construction for rip and shock loading]. Tomsk STTT, 466 p. [in Russian].
9. Andrukiv A., Huzyk N., Soki B., Sokil M. and Chahan Yu. (2020), Methodology of investigation of the influence of the explosion on the elements of protective structures. *Military Technical Collection*. Issue 22. pp.32-37. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.22.2020.32-37>
10. Andrukiv A., Sokil B., Sokil M. and Huzyk N. (2019), The justification of a way for improving the protection of special buildings from shock effect of the projectile. *Military Technical Collection*. Issue. 20. pp. 69-74. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.20.2019.69-74>
11. Dykan S.D. and Zyma O.Ye. (2015), "Bezpeka v haluzi ta nadzvychainykh sytuatsiakh" [Safety in the industry and emergency]. Poltava: TVO «ACMI». 273 p. [in Ukrainian].
12. Orlenko L.P. (2006), "Fizika-vzryva-i-udara" [Physics of explosion and shock]. Moscow: FIZMATLIT. 394 p. [in Russian].
13. Frolov O.O. and S.V. Tour (2009), "Rozrakhunok znachen tysku na fronti udarnoi khvyli pry ruynuvanni hirsykh porid vybukhom" [Calculation of the values of pressure at the shock wave front in the destruction of rocks by an explosion]. *Bulletin of NTUU "KPI". The Mining Series*. № 18. pp. 43-47. [in Ukrainian].
14. Sokil B.I., Pukach P.Ya., Sokil M.B. and Vovk M.I. (2010), Advanced asymptotic approaches and perturbation theory methods in the study of the mathematical model of single-frequency oscillations of a nonlinear elastic body. *Mathematical modeling and computing*. Vol. 7, № 2. pp. 269–277. DOI: <https://doi.org/10.23939/mmc2020.02.269>
15. Weisstein Eric W. Delta Function. URL: <https://mathworld.wolfram.com/DeltaFunction.html>
16. Mytropolskyy Yu. and B. Moseenkov (1976), "Asimptoticheskie-resheniya-uravnenij-v-chastnykh-proizvodnykh" [Asymptotic solutions of partial differential equations]. Kyiv: High school. 592 p. [in Russian].

О пути повышения защищенности специальных сооружений от ударных воздействий

А.И. Андрухив, А.В. Баранов, Н.М. Гузык, Б.И. Сокил, М.Б. Сокил

Разработана методика исследования динамических процессов элементов инженерных сооружений специального назначения от взрывного действия снарядов. За физическую модель элементов инженерных сооружений выбрано упруго подкрепленные балки с шарнирно закрепленными концами. Принимается, что упругие свойства последней удовлетворяют нелинейному техническому закону упругости. Построена математическая модель процесса серии ударных действий снарядов в различных точках элемента защитного сооружения. Последняя является краевой задачей для дифференциального уравнения в частных производных. Особенностью ее является то, что внешнее динамическое действие является дискретной функцией линейной и временной переменных. Для определения динамического воздействия серии ударов в исследуемый объект, а затем уровня защиты сооружения распространены основные идеи методов теории возмущений на новые классы систем. Это позволило получить аналитическую зависимость деформации упруго подкрепленного элемента от основных физико-механических характеристик материала защитного

элемента, его подкрепления и характеристик внешнего воздействия снарядов. Показано, что наиболее опасными случаями, учитывая защищенность сооружения, являются те, когда ударное действие повторяется через одинаковые промежутки времени, к тому же точки ударов находятся ближе к середине защитного элемента. Полученные теоретические результаты могут быть базой для выбора еще на стадии проектирования основных физико-механических характеристик элементов инженерных сооружений и их подкрепления с целью надежной защиты личного состава и техники максимально возможного воздействия на нее ударной серии снарядов. Достоверность полученных результатов подтверждается: а) обобщением широко апробированных методик на новые классы динамических систем; б) получением в предельном случае известных в научных источниках последствий, касающихся линейно упругих характеристик элементов защитных сооружений; в) их непротиворечивостью сути самого физического процессу, который рассматривается в работе.

Ключевые слова: инженерное сооружение, математическая модель действия системы взрывов, оценка защитной способности.

ON WAYS TO INCREASE PROTECTION OF SPECIAL STRUCTURES FROM IMPACT ACTION

A. Andrukhiv, A. Baranov, N. Huzyk, B. Sokil, M. Sokil

The technique of research of dynamic processes of elements of engineering constructions of special purpose from explosive action of projectiles is developed. Elastically reinforced beams with hinged ends were chosen for the physical model of elements of engineering structures. It is assumed that the elastic properties of the latter satisfy the nonlinear technical law of elasticity. A mathematical model of the process of a series of impact actions of projectiles at different points of the element of the protective structure is constructed. The latter is a boundary value problem for a partial differential equation. Its peculiarity is that the external dynamic action is a discrete function of linear and time variables. To determine the dynamic effect of a series of impacts on the object under study, and thus the level of protection of the structure, the basic ideas of perturbation theory methods are extended to new classes of systems. This allowed to obtain an analytical dependence of the deformation of the elastically reinforced element on the basic physical and mechanical characteristics of the material of the protective element, its reinforcement and the characteristics of the external action of the projectiles. It is shown that the most dangerous cases, given the security of the structure, are those when the impact is repeated at equal intervals, in addition, the point of impact is closer to the middle of the protective element. The obtained theoretical results can be the basis for selection at the stage of designing the main physical and mechanical characteristics of the elements of engineering structures and their reinforcement in order to reliably protect personnel and equipment from the maximum possible impact on it of the shock series of projectiles. The reliability of the obtained results is confirmed by: a) generalization of widely tested methods to new classes of dynamical systems; b) obtaining in the limit case the consequences known in scientific sources concerning the linearly elastic characteristics of the elements of protective structures; c) their consistency with the essence of the physical process itself, which is considered in the work.

Keywords: engineering structure, mathematical model of action of the system of explosions, protection capability assessment.

UDK 62.505.5

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.57-63>

S. Korolko, B. Seredyuk

Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy, Lviv

NANOMODIFIED RAPID HARDENING CONCRETES REINFORCED WITH DISPERSED BASALTIC FIBERS

The article considers modern perspectives and directions of using fast – hardening high – strength concretes for protection against striking factors of action of different types of weapons. It is shown that the use of concrete materials in weapons and military equipment is one of the important components of defense structures and protective fortifications during hostilities as platoons and bases, and structures for the protection of civilians. The possibility of obtaining such concretes for the creation of special purpose fortifications is shown. Developed concrete structures have increased strength and impact resistance to high-speed impact. Due to the reinforcement of the concrete structure with mineral and chemical additives and ultrafine fibers, high rates of early strength, viscosity, crack resistance and impact resistance are achieved. The paper presents the main indicators of water consumption, strength and impact resistance of high-strength concrete. The results of the experimental study of samples of the destroyed concrete elements are presented and the corresponding conclusions concerning the use of various types of fibers for reinforcement of such concretes and increase of their crack resistance by basalt fibers are