Ключевые слова: *радиоэлектронные средства, подсистемы электропитания, диагностическое и метрологическое обеспечение, дивергирующие структуры.*

RESEARCH OF DIAGNOSTIC MODELS OF SUBSYSTEMS OF POWER SUPPLY OF RADIOELECTRONIC MEANS

Ye.V. Ryzhov, L.M. Sakovych, O.V. Khodych, O.V. Kovalev, Yu.A. Nastishin

The complex indicator of the reliability of electronic means - the readiness factor - significantly depends on the average recovery time. At the same time, the largest labor costs are spent by repair specialists on finding a faulty element. Diagnostic repair support depends on the models used in the development of defect detection algorithms. The most common use of diagnostic models in the form of a graph of information and energy connections, which consists of three types of structures: sequential connection of elements, converging and diverging. The latter did not receive the necessary research.

In the article as a result of research of influence of forms of the graph of information and power communications on indicators of quality of diagnostic maintenance of subsystems of power supply of radio electronic means analytical dependences of quantitative estimation of the controlled variables on average recovery time are received for the first time. This allows to improve the quality of diagnostic support of existing and promising samples during their design. Minimization of diagnostic errors makes it possible to verify the feasibility of using diagnostic and metrological support during the current repair of electronic devices by the aggregate method, which reduces the recovery time, especially in the field.

Depending on the volume of initial data, possible methods for quantifying the probability of the preferred choice of branches of power subsystems of radio electronic means, which also reduces the average recovery time by checking primarily the least reliable and do not require much time to perform checks and troubleshooting.

The obtained results should be used in improving the diagnostic and metrological support of power supply subsystems of existing electronic devices and its development for promising samples in order to improve the quality of maintenance, regardless of the structure of choice.

Keywords: *radio electronic means, power supply subsystems, diagnostic and metrological support, diverging structures.*

УДК 629.113 + 623.41 DOI: https://doi.org/10.33577/2312-4458.25.2021.84-94

О.П. Угольніков, Б.О. Дем’янчук, С.В. Шелухін, О.А. Малиновський, А.В. Косенко

Військова академія (м.Одеса)

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ПРОГНОЗ ЙМОВІРНОСТІ СТАНІВ СИСТЕМ ТЕХНІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАСТОСУВАННЯ ОЗБРОЄННЯ ТА ВІЙСЬКОВОЇ ТЕХНІКИ

У статті розглянуто ймовірнісну модель процесів у складних системах технічного забезпечення військової автомобільної техніки. Одним з методів дослідження таких систем є їх представлення у вигляді сукупності станів, в яких може перебувати система. Між станами відбуваються переходи, інтенсивності і ймовірності яких вважаються відомими. Графічно система представляється за допомогою графа станів і переходів, предметом дослідження є ймовірності знаходження системи технічного забезпечення в цих станах. Графу станів і переходів ставиться у відповідність система диференціальних рівнянь першого порядку для ймовірностей знаходження системи в основних станах. Пропонується метод точного розв’язання системи диференціальних рівнянь, заснований на використанні операційного числення. При цьому система лінійних диференціальних рівнянь трансформується в систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно зображень за Лапласом невідомих ймовірностей. Використання матричного числення дозволяє записати отримані результати в компактному вигляді і використовувати при розрахунках ефективні алгоритми лінійної алгебри. Застосування моделі проілюстровано на прикладі розв’язання задачі технічного забезпечення маршу колони батальйонної тактичної групи, що включає колісну та гусеничну техніку.

Ключові слова: *технічне забезпечення, складні системи технічного забезпечення, ймовірності станів, система диференціальних рівнянь, операційне числення.*

Постановка проблеми

Реформа Збройних сил України, перехід їх на стандарти НАТО вимагають, крім іншого, використання наукових підходів в аналізі та плануванні роботи системи технічного забезпечення [1, 2]. Одним з шляхів реалізації цього завдання є метод побудови математичних моделей процесів функціонування систем, на які впливає значне число випадкових факторів [3]. Для найбільш повного врахування дії цих факторів на об'єкт дослідження можна зменшити розмірність поставленої задачі за рахунок введення деякого узагальненого показника [4]. В роботі [5] в якості такого показника запропоновано використання ймовірності перебування системи технічного забезпечення функціонування зразків ракетно-артилерійського озброєння у кожному її можливому стані під час бойових дій

З математичної точки зору реалізація моделі має ряд недоліків. По-перше, розв'язок отримано тільки для моделі конкретного процесу з певним числом (чотири) можливих станів. По-друге, розв'язок є наближеним, і його похибка значна на початкових етапах функціонування системи. По-третє, результат можливо отримати тільки для специфічних початкових умов, коли ймовірність одного зі станів дорівнює одиниці, а всіх інших – нулю.

Саме сполучення цих двох факторів – необхідність у зручному методі прогнозування станів системи технічного забезпечення військової автомобільної техніки та озброєння, і недосконалість існуючих методів та моделей – зумовлюють актуальність виконання даного дослідження.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У літературі є достатньо публікацій, у яких розглядаються різноманітні моделі процесу функціонування логістики. Більшість з цих робіт присвячені розв'язанню того або іншого варіанта транспортної задачі або задачі комівояжера при наявності тих або інших обмежень та додаткових умов.

У роботі [6] розглядаються проблеми моделювання та обґрунтування управлінських рішень у логістиці з метою мінімізації витрат на зберігання та постачання промислової продукції у різних умовах. З математичної точки зору задача зводиться до знаходження мінімуму цільової функції, що залежить від багатьох змінних. Труднощі при розв'язанні задачі моделювання становить наявність стохастичної нестійкої фази процесу постачання і підтримки запасів торговельним підприємством. У статті [7] досліджується ускладнена ситуація, коли цільова функція, яку необхідно мінімізувати, не є неперервною і має неусувні розриви першого роду. В [8] розв'язується задача управління процесами у логістичній системі роботи автотранспортного підприємства. Наводиться математична модель розв'язання задачі управління на базі методів лінійного програмування у багатокритеріальній системі показників. В роботі [9] розв'язується задача маршрутизації для доставки вантажів автомобільним транспортом з можливістю додаткового завантаження автомобілів у спеціалізованих пунктах. Наведена математична модель задачі, яка враховує деякі обмеження з урахуванням оптимального розміщення вантажів в автомобілях (задача тривимірної упаковки).

Робота [10] має оглядово-методичний характер. В статті розглянуті існуючи підходи до моделювання логістичних систем – детерміністсько-оптимальний, ймовірнісний та знаннєво-орієнтований – з оцінкою можливості їх використання для опису процесів в автотехнічних підрозділах військових частин. Аналіз переваг та недоліків кожного з цих підходів та моделей, побудованих на їх основі, приводять до висновку, що впровадження саме знаннєво-орієнтованого підходу є найбільш ефективним в сучасній військовій логістиці. Жодних розрахункових алгоритмів у роботі немає, що знижує її прикладне значення.

У статті [11] розглянуто розробку методології побудови моделі логістичної системи підприємства, що займається виробничо-збутовою діяльністю. Наводиться обґрунтування важливості розвитку загальнотеоретичних методів дослідження. Далі пропонується універсальний метод розробки логістичної системи, починаючи з найпростіших систем резервуарів. Модель використовується для розв'язання оптимізаційних задач побудови логістичних систем. Оптимізація виконується із застосуванням чисельних методів.

У [12] розглядається задача вибору маршруту безпечного постачання вантажів у зонах бойових дій. На відміну від класичної постановки задачі про комівояжера вводиться у розгляд параметр, що характеризує безпеку обраного маршруту (ймовірність доставки вантажу за призначенням). Критерієм оптимальності є максимальна ймовірність доставки вантажу в усі пункти призначення. Відмічається, що сформульована задача є задачею дискретного програмування, і пропонується розв'язувати її методом віток та меж.

Огляд літературних джерел, що є у відкритому доступі, свідчить, що увага авторів зосереджена, головним чином, на організації та оптимізації деяких матеріальних потоків. При цьому стан самої системи забезпечення не належить до сфери інтересів дослідників. Саме це і зумовлює доцільність проведення дослідження, присвяченого розробці моделі для опису та прогнозування динаміки змін станів систем забезпечення та реалізації результатів дослідження у формі достатньо простого алгоритму.

Мета статті полягає у створенні ефективного та зручного у використанні методу реалізації ймовірнісної моделі перебування складної системи в її можливих станах.

Для досягнення поставленої мети необхідно рішення наступних задач:

- розробка узагальненої ймовірнісної моделі функціонування складної системи з будь-яким скінченним числом можливих станів;

- отримання точного розв'язку одержаної системи рівнянь, вільного від припущень, що знижують точність результату, та реалізація отриманих співвідношень у вигляді простих та ефективних алгоритмів;

- демонстрація працездатності моделі на прикладі системи технічного забезпечення військової автомобільної техніки та озброєння у типовій ситуації – марш змішаної колони колісної та гусеничної техніки.

Виклад основного матеріалу

Розглядається динамічна модель деякої системи військової транспортної логістики, яка може перебувати у $n+1$ стані $S_i \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, n)$ з ймовірностями $P_i(t)$, що залежать від часу t, і з часом може переходити з будь-якого стану до будь-якого іншого під впливом значного числа випадкових факторів [1]. Вважається, що система є марківською, тобто наступний стан системи залежить тільки від її поточного стану і не залежить від того, яким шляхом вона до цього стану прийшла. Таку систему можна зобразити у вигляді станів і переходів. На рис. 1 наведений такий граф для системи, що може перебувати у чотирьох станах, у якій відбуваються всі можливі переходи.

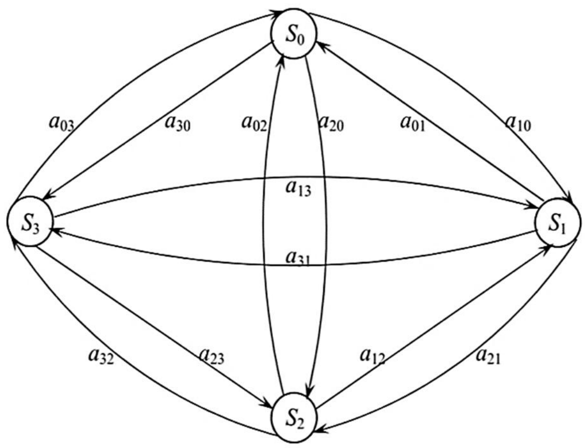

Рис. 1. **Загальний вигляд графа станів та переходів для системи з чотирма станами**

Перехід зі стану S_j до стану S_j характеризується інтенсивністю h_{ij} та ймовірністю H_{ij}. Інтенсивність кожного переходу h_{ij} є величиною, оберненою до середнього часу T_j перебування системи у стані S_j. Вважається, що як інтенсивність, так і ймовірність кожного переходу, є відомими сталими величинами. Тоді система диференціальних рівнянь, що описують залежність від часу ймовірностей $P_i(t)$ перебування досліджуваної системи в станах S_i, має вигляд [1]

$$\dot{P}_i(t) = \sum_{j=0}^{n} a_{ij} P_j(t) \quad (i = 0, 1, 2, ..., n),$$

або, у розгорнутому вигляді,

$$\begin{cases} \dot{P}_0(t) = a_{00}P_0(t) + a_{01}P_1(t) + \ldots + a_{0n}P_n(t), \\ \dot{P}_1(t) = a_{10}P_0(t) + a_{11}P_1(t) + \ldots + a_{1n}P_n(t), \\ \dot{P}_2(t) = a_{20}P_0(t) + a_{21}P_1(t) + \ldots + a_{2n}P_n(t), \\ \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ \dot{P}_n(t) = a_{n0}P_0(t) + a_{n1}P_1(t) + \ldots + a_{nn}P_n(t). \end{cases} \tag{1}$$

Де $\dot{P}_i(t) = \dfrac{dP_i}{dt}$ – похідна ймовірності за часом; $a_{ij} = h_{ij} H_{ij} \ \ (i \neq j)$ – коефіцієнти системи (1), що характеризують вплив ймовірностей $P_j(t)$ перебування системи у станах S_j на швидкість $\dot{P}_i(t)$ зміни ймовірності $P_i(t)$ перебування підсистеми у стані $S_i(t)$. Коефіцієнти з однаковими індексами a_{ii} знаходяться з умови $a_{ii} = -\sum_{j \neq i}^{n} a_{ji}$, яка відображує той факт, що всі об'єкти, що вийшли зі стану S_i, перейшли в один з інших можливих станів S_j.

Якщо ввести у розгляд матрицю A системи (1), матрицю-стовпець невідомих функцій $\mathrm{P}(t)$ та матрицю-стовпець їх похідних $\dot{\mathrm{P}}(t)$ співвідношеннями

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \ldots & a_{0n} \\ a_{10} & a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n0} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}, \mathrm{P}(t) = \begin{pmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ \ldots \\ P_n(t) \end{pmatrix}, \dot{\mathrm{P}}(t) = \frac{d\mathrm{P}(t)}{dt},$$

то система (1) може бути записана у вигляді одного матричного рівняння

$$\dot{\mathrm{P}}(t) = \mathrm{A} \cdot \mathrm{P}(t).$$

На невідомі функції $P_i(t)$ накладаються додаткові обмеження. Це, по-перше, початкові умови, що задають значення ймовірностей у початковий момент часу $t=0$:

$$P_i(0) = P_i^0 \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n),$$

і, по-друге, умова нормування

$$\sum_{i=0}^{n} P_i(t) = 1,$$

тобто сукупність усіх можливих станів системи утворює повну групу подій. Очевидно, що перебування системи в одному з цих станів є достовірною подією, ймовірність якої дорівнює одиниці.

Розв'язання системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами виконується методом операційного числення [9], який базується на перетворенні Лапласа. Далі аргумент t у дужках після знака функції $P_i(t)$ або її похідної за часом $\dot{P}_i(t)$ не пишеться.

Оскільки рівняння системи (1) зв'язані умовою нормування, то вони не є незалежними. Це дозволяє виключити одне з рівнянь і розглядати вже систему, що містить n незалежних рівнянь. Виключення першого рівняння (з індексом «0») і підстановка відповідного виразу до всіх інших рівнянь дають систему

$$\begin{cases} P_0 = 1 - P_1 - P_2 - \dots P_n, \\ \dot{P}_1 = a_{11}P_1 + a_{12}P_2 + \dots + a_{1n}P_n + a_{10}(1 - P_1 - P_2 - \dots - P_n), \\ \dot{P}_2 = a_{21}P_1 + a_{22}P_2 + \dots + a_{2n}P_n + a_{20}(1 - P_1 - P_2 - \dots - P_n), \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{P}_n = a_{n1}P_1 + a_{n2}P_2 + \dots + a_{nn}P_n + a_{10}(1 - P_1 - P_2 - \dots - P_n). \end{cases}$$

Видалення першого рівняння і перегрупування членів інших рівнянь, приводять до вкороченої системи

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = (a_{11} - a_{10})P_1 + (a_{12} - a_{10})P_2 + \dots + (a_{1n} - a_{10})P_n + a_{10}, \\ \dot{P}_2 = (a_{21} - a_{20})P_1 + (a_{22} - a_{20})P_2 + \dots + (a_{2n} - a_{20})P_n + a_{20}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{P}_n = (a_{n1} - a_{n0})P_1 + (a_{n2} - a_{n0})P_2 + \dots + (a_{nn} - a_{n0})P_n + a_{n0}. \end{cases}$$

Введення позначення

$$a'_{ij} = a_{ij} - a_{i0} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

приводить систему до більш компактного вигляду

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = a'_{11}P_1 + a'_{12}P_2 + \dots + a'_{1n}P_n + a_{10}, \\ \dot{P}_2 = a'_{21}P_1 + a'_{22}P_2 + \dots + a'_{2n}P_n + a_{20}, \\ \quad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \dot{P}_n = a'_{n1}P_1 + a'_{n2}P_2 + \dots + a'_{nn}P_n + a_{n0}. \end{cases} \qquad (2)$$

До системи (2) застосовується перетворення Лапласа; використання таблиці перетворень Лапласа та властивостей перетворення (диференціювання оригіналу) дають наступні результати:

$P_i(t) \to X_i(p)$ – зображення невідомої функції $P_i(t)$, де p – комплексна змінна;

$\dot{P}_i(t) \to pX_i(p) - P_i^0$ – зображення похідної;

$a_{i0} \to \dfrac{a_{i0}}{p}$ – зображення сталої величини.

В результаті система лінійних диференціальних рівнянь відносно ймовірностей $P_i(t)$ трансформується після деяких перетворень в наступну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно зображень $X_i(p)$:

$$\begin{cases} (a'_{11} - p)X_1 + a'_{12}X_2 + \dots + a'_{1n}X_n = -\dfrac{pP_1^0 + a_{10}}{p}, \\ a'_{21}X_1 + (a'_{22} - p)X_2 + \dots + a'_{2n}X_n = -\dfrac{pP_2^0 + a_{20}}{p}, \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a'_{n1}X_1 + a'_{n2}X_2 + \dots + (a'_{nn} - p)X_n = -\dfrac{pP_n^0 + a_{n0}}{p}. \end{cases} \qquad (3)$$

Введення у розгляд матриці вкороченої системи A', матриці-стовпця вільних членів $\mathrm{B}(p)$ та матриці-стовпця невідомих $\mathrm{X}(p)$:

$$\mathrm{A}' = \begin{pmatrix} a'_{11} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ a'_{21} & a'_{22} & \dots & a'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & a'_{nn} \end{pmatrix}, \mathrm{B}(p) = -\frac{1}{p}\begin{pmatrix} pP_1^0 + a_{10} \\ pP_2^0 + a_{20} \\ \dots \dots \dots \\ pP_n^0 + a_{n0} \end{pmatrix}, \mathrm{X}(p) = \begin{pmatrix} X_1(p) \\ X_2(p) \\ \dots \dots \\ X_n(p) \end{pmatrix},$$

дозволяє систему (3) записати у вигляді одного матричного рівняння

$$(\mathrm{A}' - p\mathrm{E}) \cdot \mathrm{X} = \mathrm{B},$$

де E – одинична матриця n-го порядку. Методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь добре відомі. Розв'язок системи (3) зручно представити у вигляді

$$\mathrm{X}(p) = \frac{1}{p \cdot \det(\mathrm{A}' - p\,\mathrm{E})}\mathrm{R}(p), \qquad (4)$$

де $\det(\mathrm{A}' - p\mathrm{E})$ – головний визначник системи (3) (характеристичний многочлен матриці A'), а елементи $R_i(p)$ матриці-стовпця $\mathrm{R}(p)$ з точністю до множника p є допоміжними визначниками цієї системи:

$$R_1(p) = -\begin{vmatrix} pP_1^0 + a_{10} & a'_{12} & \dots & a'_{1n} \\ pP_2^0 + a_{20} & a'_{22} - p & \dots & a'_{2n} \\ \dots\ \dots & \dots\ \dots & \dots & \dots \\ pP_n^0 + a_{n0} & a'_{2n} & \dots & a'_{nn} - p \end{vmatrix},$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \qquad (5)$$

$$R_n(p) = -\begin{vmatrix} a'_{11} - p & a'_{12} & \dots & pP_1^0 + a_{10} \\ a'_{21} & a'_{22} - p & \dots & pP_2^0 + a_{20} \\ \dots & \dots\ \dots & \dots & \dots\ \dots \\ a'_{n1} & a'_{n2} & \dots & pP_n^0 + a_{n0} \end{vmatrix}.$$

Визначення матриці зображень $\mathrm{X} = \mathrm{X}(p)$ дозволяє знайти саму матрицю оригіналів $\mathrm{P} = \mathrm{P}(t)$, виконавши обернене перетворення Лапласа. Оскільки елементи матриці-стовпця зображень $\mathrm{X} = \mathrm{X}(p)$ є правильними раціональними дробами, їх можна розкласти на алгебраїчну суму елементарних дробів, тобто записати розв’язок (4) у вигляді

$$\begin{cases} X_1(p) = \dfrac{R_1(p)}{p \cdot \det\left(\mathrm{A}' - p\,\mathrm{E}\right)} = \dfrac{C_{10}}{p - p_0} + \dfrac{C_{11}}{p - p_1} + \dfrac{C_{12}}{p - p_2} + \dots + \dfrac{C_{1n}}{p - p_n}, \\ X_2(p) = \dfrac{R_2(p)}{p \cdot \det\left(\mathrm{A}' - p\,\mathrm{E}\right)} = \dfrac{C_{20}}{p - p_0} + \dfrac{C_{21}}{p - p_1} + \dfrac{C_{22}}{p - p_2} + \dots + \dfrac{C_{2n}}{p - p_n}, \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ X_n(p) = \dfrac{R_n(p)}{p \cdot \det\left(\mathrm{A}' - p\,\mathrm{E}\right)} = \dfrac{C_{n0}}{p - p_0} + \dfrac{C_{n1}}{p - p_1} + \dfrac{C_{n2}}{p - p_2} + \dots + \dfrac{C_{nn}}{p - p_n}, \end{cases} \qquad (6)$$

де $p_0 = 0$, а $p_{j \neq 0}$ – власні числа матриці A', які знаходяться шляхом розв’язання її характеристичного рівняння $\det(\mathrm{A}' - p\mathrm{E}) = 0$. Зі змісту задачі випливає, що корені повинні бути дійсними, в даній роботі розглядається тільки найбільш важливий з практичної точки зору випадок, коли всі корені прості. У матричній формі система (6) записується у вигляді

$$\mathrm{X}(p) = \mathrm{C} \cdot \mathrm{D}(p).$$

Символами C та D позначені матриця коефіцієнтів розкладу та матриця параметрів розкладу, відповідно:

$$\mathrm{C} = \begin{pmatrix} C_{10} & C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n0} & C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{pmatrix}, \quad \mathrm{D} = \begin{pmatrix} p^{-1} \\ (p - p_1)^{-1} \\ (p - p_2)^{-1} \\ \dots\ \dots\ \dots \\ (p - p_n)^{-1} \end{pmatrix}.$$

Для обчислення невідомих елементів матриці C у випадку простих дійсних коренів найзручнішим є метод підстановки нулів знаменника p_j $(j = 0, 1, 2, \dots, n)$ (якщо серед нулів знаменника є кратні, то розклад (6) має дещо інший вигляд, і для знаходження коефіцієнтів розкладу необхідно застосувати метод невизначених коефіцієнтів). Алгоритм полягає у тому, що дроби у правих частинах виразів у кожному рядку системи (6) приводяться до спільного знаменника, а потім прирівнюють чисельник одержаного дробу до відповідного чисельника $R_i(p)$ вхідного дробу. Ці рівності повинні виконуватися при всіх значеннях комплексної змінної p, в тому числі при значеннях $p = p_j$ $(j = 0, 1, 2, \dots, n)$, що є нулями знаменника. Підставляючи ці значення, отримаємо для визначення елементів C_{ij} матриці C наступні вирази

$$C_{ij} = \frac{R_i(p_j)}{(-1)^n \prod\limits_{k=0 \neq j}^{n} (p_j - p_k)} \quad (i = 1, 2, \dots, n;\ j = 0, 1, \dots, n). \qquad (7)$$

Визначення коефіцієнтів C_{ij} та використання табличної формули оберненого перетворення Лапласа

$$\frac{C_{ij}}{p - p_j} \to C_{ij} e^{p_j t}$$

і лінійних властивостей перетворення Лапласа дає можливість знайти оригінали $P_i(t)$. Тоді розв’язок вихідної системи диференціальних рівнянь (1) остаточно набуває вигляду

$$\begin{cases} P_1(t) = C_{10} + C_{11} e^{p_1 t} + C_{12} e^{p_2 t} + \dots + C_{1n} e^{p_n t}, \\ P_2(t) = C_{20} + C_{21} e^{p_1 t} + C_{22} e^{p_2 t} + \dots + C_{2n} e^{p_n t}, \\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots\ \dots \\ P_n(t) = C_{n0} + C_{n1} e^{p_1 t} + C_{n2} e^{p_2 t} + \dots + C_{nn} e^{p_n t}, \end{cases} \qquad (8)$$

або в матричній формі $\mathrm{P}(t) = \mathrm{C} \cdot \mathrm{F}(t)$, де

$$\mathrm{F}(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{p_1 t} \\ e^{p_2 t} \\ \dots \\ e^{p_n t} \end{pmatrix}$$ – матриця, що є оберненим перетворенням Лапласа матриці $\mathrm{D}(p)$.

Одержання аналітичного розв'язку у вигляді (8) дає можливість дослідити асимптотичну поведінку ймовірностей $P_i(t)$ при $t \to \infty$, що з практичної точки зору дозволяє оцінити значення ймовірностей можливих станів системи, коли система перейшла в стаціонарний режим. Оскільки, як відмічалось раніше, всі корені характеристичного рівняння є дійсними від'ємними числами, всі експоненціальні члени при великих значеннях t швидко прямують до нуля, тому виконуються граничні рівності

$$P_i^{\infty} = \lim_{t\to\infty} P_i(t) = \lim_{t\to\infty}(C_{i0} + C_{i1}e^{p_1 t} + C_{i2}e^{p_2 t} + \ldots + C_{in}e^{p_n t}) = C_{i0}\,.$$

З формули (7) випливає, що коефіцієнт C_{i0} дорівнює

$$C_{i0} = \frac{R_i(p_0)}{\det(\mathrm{A}' - p_0\mathrm{E})} = \frac{R_i(0)}{\det \mathrm{A}'} = \frac{R_i(0)}{(-1)^n \prod\limits_{k=1}^{n} p_k} \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Очевидно, що асимптотичні значення ймовірностей P_i^{∞} не залежать від початкових умов P_i^0, а тільки від значень коефіцієнтів a_{ij} вихідної системи (1). Ці асимптотичні значення досить легко обчислити навіть у тих випадках, коли число можливих станів системи достатньо велике.

Застосування моделі прогнозування динаміки системи технічного забезпечення маршу. Як приклад використання запропонованої моделі розглядається система автотехнічного забезпечення маршу військової частини. На основі практичного досвіду можна виокремити три основних стани, в яких може перебувати система технічного забезпечення озброєння та військової техніки (далі – ОВТ):

S_0 – система працездатна, незайнята, тобто не задіяна до початку маршу та під час привалів, якщо немає пошкодженої техніки, яка потребує відновлення;

S_1 – система працездатна, зайнята, тобто відбувається рух колони, і немає пошкодженої техніки, яка потребує відновлення;

S_2 – система зайнята, тобто задіяна на усунення пошкоджень, отриманих технікою під час руху або під час привалу.

Граф станів та переходів системи автотехнічного забезпечення маршу зображений на рис. 2.

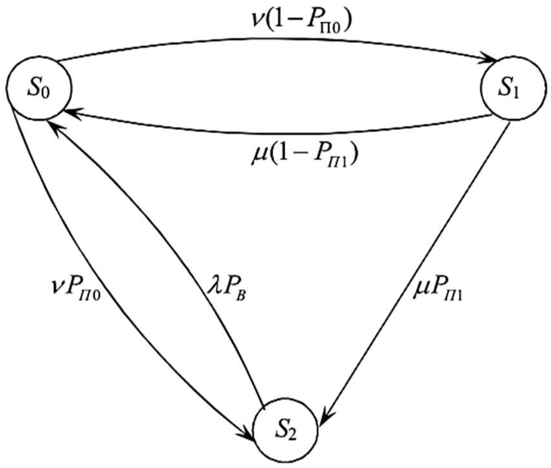

Рис. 2. **Граф станів та переходів системи АТЗ маршу**

Система може здійснювати переходи між станами. Кожний перехід характеризується своїми значеннями інтенсивності та ймовірності. Ці значення можна визначити з наступних міркувань. Нехай здійснюється марш батальйонної тактичної групи на відстань 250 км. Мета маршу – зосередження військ в районі держкордону та посилення військ для ведення бойових дій в обороні. Колона містить:

- бронетанкове озброєння – 31 одиниця;
- ракетно-артилерійське озброєння – 6 одиниць;
- автомобільні засоби зв'язку та управління – 3 одиниці;
- вантажні автомобілі – 17 одиниць;
- технічні засоби забезпечення маршу – 3 одиниці.

Час виконання маршу – 24 години. Три години з них – два привали по півтори години, чотири години – час відновлення озброєння та військової техніки, що відмовили через експлуатаційні причини, а також через пошкодження противником. Згідно з встановленими Міністерством оборони України нормативами добові експлуатаційні відмови ОВТ дорівнюють 5%, добові пошкодження цих засобів на привалі – 6%, добові пошкодження під час руху – 7% [13]. Норми відновлення під час маршу колони ОВТ засобів, що відмовили внаслідок експлуатаційних причин, складають 95%, а засобів, що вийшли з ладу внаслідок бойових втрат, 65%. З цих даних можна отримати значення параметрів моделі (інтенсивність та ймовірність кожного з переходу між станами) з наступних міркувань.

З урахуванням того, що система автотехнічного забезпечення перебуває в стані S_0 (система працездатна, незайнята) тільки на привалах, інтенсивність ν переходу системи забезпечення зі стану S_0 до стану здійснення маршу S_1 або до стану S_2 (система перебуває у стані відновлення) дорівнює

$$\nu = \frac{1}{3} \approx 0.333\,год^{-1}.$$

Відповідно, інтенсивність μ переходу системи забезпечення зі стану S_1 до станів S_0 та S_2 дорівнює

$$\mu = \frac{1}{24-3} = \frac{1}{21} \approx 0.048\ год^{-1}.$$

Інтенсивність λ переходу системи забезпечення зі стану S_2 (відновлення ОВТ, що відмовили протягом маршу або привалу) до стану S_0 дорівнює

$$\lambda = \frac{1}{4} = 0.25\ год^{-1}.$$

Згідно з вищезгаданими нормативами, ймовірність $P_{П0}$ пошкодження ОВТ під час привалу доцільно прийняти рівною

$$P_{П0} = 0.06\,.$$

Ймовірність $P_{П1}$ виходу ОВТ з ладу під час руху складається з суми ймовірностей експлуатаційних втрат та втрат внаслідок дій противника дорівнює

$$P_{П1} = 0.05 + 0.07 = 0.12\,.$$

Нарешті, ймовірність P_B відновлення ОВТ складається з трьох доданків: ймовірності відновлення засобів, що відмовили під час експлуатації, ймовірності відновлення засобів, що були пошкоджені внаслідок дій противника як під час руху, так і під час привалу, тому маємо

$$P_B = 0.05 \cdot 0.95 + 0.06 \cdot 0.65 + 0.07 \cdot 0.65 = 0.132.$$

Вважатимемо, що у початковий момент часу система знаходилась у стані S_0 – працездатна вільна, тобто маємо наступні початкові умови: $P_0^0 = 1,\ P_1^0 = 0,\ P_2^0 = 0$, тобто у початковий момент часу система забезпечення маршу знаходиться у стані S_0 (система працездатна, незайнята).

Обчислення елементів a_{ij} матриці A, що характеризують переходи між станами системи, дає:

$$a_{01} = \mu(1 - P_{П1}) \approx 0.042, \quad a_{02} = \lambda P_B \approx 0.033,$$

$$a_{10} = \nu(1 - P_{П0}) \approx 0.313, \quad a_{12} = 0,$$

$$a_{20} = \nu P_{П0} \approx 0.020, \quad a_{21} = \mu P_{П1} \approx 0.006,$$

$$a_{00} = -(a_{10} + a_{20}) \approx -0.333,$$

$$a_{11} = -(a_{01} + a_{21}) \approx -0.048,$$

$$a_{22} = -(a_{02} + a_{12}) \approx -0.033,$$

Тоді система диференціальних рівнянь (1) набуде вигляду

$$\begin{cases} \dot{P}_0(t) = -0.333P_0(t) + 0.042P_1(t) + 0.033P_2(t), \\ \dot{P}_1(t) = \quad 0.313P_0(t) - 0.048P_1(t), \\ \dot{P}_2(t) = \quad 0.020P_0(t) + 0.006P_1(t) - 0.033P_2(t). \end{cases}$$

Виключаючи перше з рівнянь (з індексом «0»), знаходимо вкорочену матрицю A':

$$a'_{11} = a_{11} - a_{10} = -0.361,\ a'_{12} = a_{12} - a_{10} = -0.313$$

$$a'_{21} = a_{21} - a_{20} = -0.014,\ a'_{22} = a_{22} - a_{20} = -0.053$$

$$\mathrm{A}' = \begin{pmatrix} -0.361 & -0.313 \\ -0.014 & -0.053 \end{pmatrix},$$

що приводить до системи незалежних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = -0.361P_1 - 0.313P_2 + 0.313, \\ \dot{P}_2 = -0.014P_1 - 0.053P_2 + 0.020. \end{cases}$$

Застосування перетворення Лапласа приводить до системи двох лінійних алгебраїчних рівнянь відносно функцій $X_i(p)$, які є зображеннями ймовірностей $P_i(t)$:

$$\begin{cases} (-0.361 - p)X_1 - 0.313X_2 = -\dfrac{p \cdot P_1^0 + 0.313}{p}, \\ -0.014X_1 + \ (0.053 - p)X_2 = -\dfrac{p \cdot P_2^0 + 0.020}{p}, \end{cases}$$

а з урахуванням початкових умов $P_1^0 = P_2^0 = 0$ система набуває вигляду

$$\begin{cases} (-0.361 - p)X_1 - \ 0.313X_2 = -\dfrac{0.313}{p}, \\ -0.014X_1 + (-0.053 - p)X_2 = -\dfrac{0.020}{p}. \end{cases}$$

Розв'язок цієї системи у відповідності до виразу (6) має вигляд

$$\begin{cases} X_1(p) = \dfrac{R_1(p)}{p\left[(a'_{11} - p)(a'_{22} - p) - a'_{12}a'_{21}\right]} = \dfrac{R_1(p)}{p(p - p_1)(p - p_2)} = \dfrac{C_{10}}{p} + \dfrac{C_{11}}{p - p_1} + \dfrac{C_{12}}{p - p_2}, \\ X_2(p) = \dfrac{R_2(p)}{p\left[(a'_{11} - p)(a'_{22} - p) - a'_{12}a'_{21}\right]} = \dfrac{R_2(p)}{p(p - p_1)(p - p_2)} = \dfrac{C_{20}}{p} + \dfrac{C_{21}}{p - p_1} + \dfrac{C_{22}}{p - p_2}. \end{cases}$$

де, згідно з виразами (5),

$$R_1(p) = -\begin{vmatrix} pP_1^0 + a_{10} & a'_{12} \\ pP_2^0 + a_{20} & a'_{22} - p \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{10} & a'_{12} \\ a_{20} & a'_{22} - p \end{vmatrix}, \quad R_2(p) = -\begin{vmatrix} a'_{11} - p & pP_1^0 + a_{10} \\ a'_{21} & pP_2^0 + a_{20} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a'_{11} - p & a_{10} \\ a'_{21} & a_{20} \end{vmatrix},$$

а p_1, p_2 – корені характеристичного рівняння $p^2 - \alpha_1 p + \alpha_2 = 0$. Обчислення дає:

$$\alpha_1 = a'_{11} + a'_{22} = -0.414, \quad \alpha_2 = \begin{vmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{vmatrix} = 0.0147,$$

$$p^2 + 0.414p + 0.0147 = 0;$$
$$p_1 = -0.375, \ p_2 = -0.039.$$

Для обернення перетворення Лапласа функції $X_1(p)$, $X_2(p)$ розкладаються на суми елементарних дробів:

$$\begin{cases} X_1(p) = \dfrac{C_{10}}{p} + \dfrac{C_{11}}{p - p_1} + \dfrac{C_{12}}{p - p_2}, \\ X_2(p) = \dfrac{C_{20}}{p} + \dfrac{C_{21}}{p - p_1} + \dfrac{C_{22}}{p - p_2}. \end{cases}$$

Обчислення за формулами (5) та (7) коефіцієнтів C_{ij} розкладу дають наступні значення.

$$C_{10} = \frac{R_1(p_0)}{(p_0 - p_1)(p_0 - p_2)} = 0.706, \quad C_{11} = \frac{R_1(p_1)}{(p_1 - p_0)(p_1 - p_2)} = -0.851, \quad C_{12} = \frac{R_1(p_2)}{(p_2 - p_0)(p_2 - p_1)} = 0.145;$$

$$C_{20} = \frac{R_2(p_0)}{(p_0 - p_1)(p_0 - p_2)} = 0.187, \quad C_{21} = \frac{R_2(p_1)}{(p_1 - p_0)(p_1 - p_2)} = 0.022, \quad C_{22} = \frac{R_2(p_2)}{(p_2 - p_0)(p_2 - p_1)} = -0.209.$$

Тоді, враховуючи умову нормування ймовірностей, розв’язок системи записується у вигляді:

$$\begin{cases} P_0(t) = 1 - P_1(t) - P_2(t) = 0.107 + 0.829e^{-0.375t} + 0.063e^{-0.039t}, \\ P_1(t) = C_{10} + C_{11}e^{p_1 t} + C_{12}e^{p_2 t} = 0.706 - 0.851e^{-0.375t} + 0.145e^{-0.039t}, \\ P_2(t) = C_{20} + C_{21}e^{p_1 t} + C_{22}e^{p_2 t} = 0.187 + 0.022e^{-0.375t} - 0.209e^{-0.039t}. \end{cases}$$

Графіки залежності ймовірностей від часу наведені на рис. 3. З графіків видно, що через деякий час (для заданих значень вхідних параметрів a_{ij} цей час складає 10…15 годин) ймовірності станів перестають змінюватися і система переходить у стаціонарний режим.

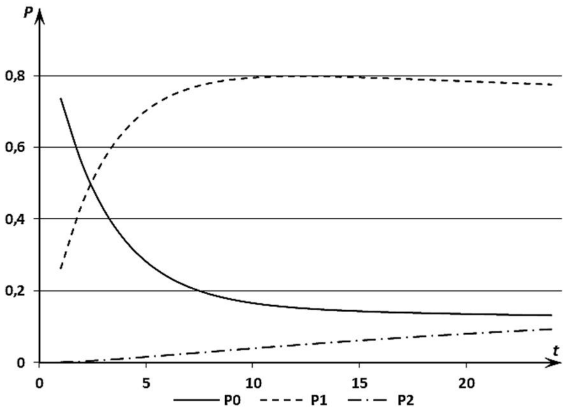

Рис. 3. **Ймовірності перебування системи забезпечення маршу в можливих станах**

Під час здійснення маршу батальйонної тактичної групи система технічного забезпечення з високою ймовірністю (~0.80) знаходиться у стані S_1, коли рух колони відбувається і немає пошкодженої техніки, яка потребує відновлення. Це повністю відповідає вимогам нормативних документів і є підтвердженням адекватності запропонованої моделі.

Показник ефективності функціонування системи забезпечення маршу доцільно ввести як відношення сумарної ймовірності перебування системи у стані працездатності до ймовірності перебування її у стані непрацездатності:

$$E(t) = \frac{P_0(t) + P_1(t)}{P_2(t)}.$$

Графік залежності цього показника від часу наведено на рис. 4.

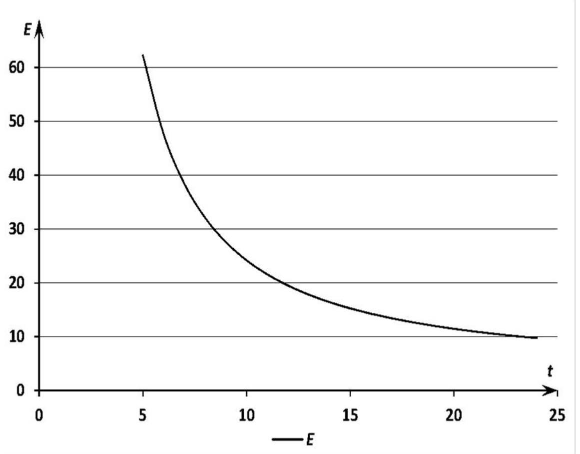

Рис. 4. **Показник ефективності функціонування системи забезпечення маршу**

Використання цього показника дозволяє оцінити вплив вхідних параметрів та заходів, що приводять до їх зміни, на здатність системи АТЗ маршу виконувати свої завдання.

Висновки

Працездатність моделі проілюстрована на прикладі роботи системи автотехнічного забезпечення під час здійснення маршу колони військової техніки. Результати прогнозування ймовірності перебування системи забезпечення в її основних станах добре узгоджуються з даними практичного досвіду. Модель та алгоритм, що є її реалізацією, можуть бути використані як для попереднього планування операцій, так і для оперативного внесення корективів у польових умовах. Крім того, є можливість завчасно оцінити вплив тих або інших заходів по організації функціонування служби забезпечення на показник ефективності цієї служби.

Модель функціонування складних систем, що знаходяться під впливом значної кількості випадкових факторів, дозволяє для конкретних умов визначати ймовірності перебування системи у тому чи іншому з її можливих станів в залежності від часу. Використання моделі, на відміну від більш складних імітаційних моделей, потребує знання лише декількох вхідних параметрів, які можуть бути визначені емпіричним методом.

Для отримання розв'язку системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, що є математичною реалізацією моделі, запропоновано використання операційного та матричного числення. Це дозволило побудувати простий алгоритм для обчислення ймовірностей навіть для систем з значним числом можливих станів.

Подальший розвиток та узагальнення запропонованої моделі можуть вестися у наступних напрямах. По-перше, в реальних умовах коефіцієнти вихідної системи диференціальних рівнянь (інтенсивності та ймовірності переходів між станами) самі можуть залежати від часу. Даних стосовно характеру такої залежності на даний час немає. Крім того, навіть у випадку найпростішої лінійної залежності система буде описуватися нелінійними диференціальними рівняннями, розв'язання якої становить складну математичну проблему.

По-друге, розрахунковий алгоритм, що реалізує модель, розроблений тільки для випадку, коли всі власні числа вкороченої матриці різні. Якщо ж деякі з них співпадають, то для визначення коефіцієнтів у виразах для ймовірностей необхідно застосовувати інший метод, ніж використаний у роботі. Слід відзначити, що це обмеження не є суттєвим, оскільки така ситуація є дещо штучною і малоймовірною у реальних умовах.

По-третє, бажаним є розгляд наслідку вогневого впливу противника на зниження працездатності самої системи забезпечення маршу, та, відповідно, зміни інтенсивності та ймовірності кожного з переходу між станами вже під час маршу. Це дасть змогу оцінити ефективність функціонування самої системи забезпечення маршу, а також визначати ймовірності виконання мети маршу (поставленого завдання), тобто зосередження військ в районі.

Список літератури

1. Про внесення змін до деяких законів України щодо військових стандартів: Закон України № 2742-VIII від 06.06.2019 р. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2742-19#Text. (дата звернення: 14.06.2021).

2. Про затвердження Положення про стандартизацію у Міністерстві оборони України та Збройних Силах України: Наказ Міністерства оборони України від 02.12.2016 р. № 655. URL: https://www.mil.gov.ua/content/other/mou_655_0212.pdf. (дата звернення: 14.06.2021).

3. Майстренко О., Щерба А., Юнда В., Караванов О. Використання диференційних рівнянь Лотки-Вольтера для створення моделі бойового застосування військового формування в умовах вогневого взаємовпливу. *Військово-технічний збірник*, № 23, 27–33. DOI https://doi.org/10.33577/-2312-4458.23.2020.27-33

4. Моделювання бойових дій військ (сил) протиповітряної оборони та інформаційне забезпечення процесів управління ними (теорія, практика, історія розвитку): монографія / В. П. Городнов та ін. – Х.: Харківський військовий університет, 2004. – 409 с.

5. Сухін О.В., Дем'янчук Б.О., Косенко А.В. Модель процесів системи технічного забезпечення бойового застосування зразків озброєння. *Системи озброєння і військова техніка*. 2019. № 4(60). С. 94–101. DOI: https://doi.org/10.30748/soivt.2019.60.13.

6. Коломицева А.О., Яковенко В.С. Моделювання процесів оптимального управління логістичними розподільчими системами. *Бізнес Інформ.* 2012. № 7. С. 18-21. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2012_7_5.

7. Слесаренко А.П., Нестеренко А.В. Математическое моделирование логистических систем промышленных предприятий с учетом скидок. *Технологический аудит и резервы производства*. 2014. № 6/3 (20). С. 32-39. DOI https://doi.org/10.15587/2312-8372.2014.33786

8. Воробьёва О.М. Методология поиска оптимальных решений оперативного планирования грузовыми перевозками в динамически изменяющихся экономических условиях. *Транспортное дело России*. 2019. № 5. С. 188-192.

9. Юсупова Н.И., Валеев Р.С. Задачи операционного уровня в транспортной логистике. *Современные наукоемкие технологии*. 2020. № 3. С. 107-111.

10. Андрощук О.С., Меленчук В.М. Логістичні моделі автотехнічного забезпечення військових частин. *Системи озброєння і військова техніка*. 2014. № 3(39). С. 3-7. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/soivt_2014_3_3.

11. Sherstennikov Yu.V. The Methodology for Modeling Logistics Systems: Implementation Principles and Examples. *Problems of Economy*. 2019. No. 4. P. 306-314. DOI: https://doi.org/10.32983/2222-0712-2019-4-306-314.

12. Байрамов А.А., Талыбов А.М., Пашаев А.Б., Сабзиев Э.Н. Математическая модель логистики технического снабжения в зонах военных действий. *Сучасні інфор-*

маційні технології у сфері безпеки та оборони. 2019. № 2 (35). С. 77-80. DOI: https://doi.org/10.33099/2311-7249/2019-35-2-77-80

13. Бойовий статут механізованих і танкових військ Сухопутних військ Збройних Сил України. Частина II // Командування Сухопутних військ Збройних Сил України. Київ – 2016 С. 213–214.

References.

1. Law of Ukraine (2019), "Pro vnesennia zmin do deiakykh zakoniv Ukrainy shchodo viiskovykh standartiv: Zakon Ukrainy" [On Amendments to Certain Laws of Ukraine Concerning Military Standards: Law of Ukraine of 06.06.2019. № 2742-VIII], *Information of the Verkhovna Rada of Ukraine*, № 29, Art. 117. https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2742-19#Text [in Ukrainian]

2. The order of the Ministry of Defense of Ukraine (2016), "*Pro zatverdzhennia Polozhennia pro standartyzatsiiu u Ministerstvi oborony Ukrainy ta Zbroinykh Sylakh Ukrainy: nakaz Ministerstva oborony Ukrainy vid 02.12.2016 № 655*" [On approval of the Regulation on standardization in the Ministry of Defense of Ukraine and the Armed Forces of Ukraine Order of the Ministry of Defense of Ukraine] https://www.mil.gov.ua/content/other/mou_655_0212.pdf. [in Ukrainian]

3. Maistrenko O., Shcherba A., Yunda V. and Karavanov O. Vykorystannia dyferentsiinykh rivnian Lotky-Voltera dlia stvorennia modeli boiovoho zastosuvannia viiskovoho formuvannia v umovakh vohnevoho vzaiemovplyvu″ [The use of Lotka-Voltaire differential equations to create a model of combat use of military formations in the conditions of fire interaction]. *Military Technical Collection*. No 23, pp. 27–33. DOI https://doi.org/10.33577/-2312-4458.23.2020.27-33 [in Ukrainian]

4. V.P. Horodnov and other ″*Modeliuvannia boiovykh dii viisk (syl) protypovitrianoi oborony ta informatsiine zabezpechennia protsesiv upravlinnia nymy (teoriia, praktyka, istoriia rozvytku): monohrafiia*″ [Modeling of combat operations of troops (forces) of air defense and information support of their management processes (theory, practice, history of development): monograph]. Kharkiv: Kharkivskyi viiskovyi universytet, 2004. 409 p. [in Ukrainian]

5. Suhin O.V., Demiyanchuk B.O. and Kosenko A.V. (2019), ″Model procesiv sistemi tehnichnogo zabezpechennya bojovogo zastosuvannya zrazkiv ozbroyennya″ [Model of processes of the system of technical support of combat use of weapons samples]. *Systems of Arms and Military Equipment*, No 4(60), pp. 94-101. https://doi.org/10.30748/soivt.2019.60.13 [in Ukrainian]

6. Kolomiceva A.O. and Yakovenko V.S. (2012), ″Modelyuvannya procesiv optimalnogo upravlinnya logistichnimi rozpodilchimi sistemami″ [Modeling of processes of optimal management of logistic distribution systems], *Biznes Inform*, No 7, pp. 18-21, URL: www.nbuv.gov.ua/UJRN/binf_2012_7_5. [in Ukrainian]

7. Slesarenko A.P. and Nesterenko A.V. (2014), "Matematicheskoe modelirovanie logisticheskih sistem promyshlennyh predpriyatij s uchetom skidok" [Mathematical modeling of logistics systems of industrial enterprises with discounts]. *Technological audit and production reserves*, No 6/3 (20), pp. 32-39. https://doi.org/10.15587/2312-8372.2014.33786. [in Russiane]

8. Vorobyova O.M. (2019), ″Metodologiya poiska optimalnyh reshenij operativnogo planirovaniya gruzovymi perevozkami v dinamicheski izmenyayushihsya ekonomicheskih usloviyah″ [Methodology for finding optimal solutions for operational planning of freight traffic in dynamically changing economic conditions], *Transport business in Russia*, No 5, pp. 188-192. [in Russiane]

9. Yusupova, N.I. and Valeev, R.S. (2020), ″Zadachi operacionnogo urovnya v transportnoj logistike″ [Operational tasks in transport logistics], No 3, pp. 107-111. [in Russiane]

10. Androshuk O.S. and Melenchuk V.V. (2014), "Logistichni modeli avtotehnichnogo zabezpechennya vijskovih chastin" [Logistic models of auto technical support of military units], *Weapons systems and military equipment*, No 3(39), pp. 3-7. [in Ukrainian]

11. Sherstennikov Yu.V. (2019), ″The Methodology for Modeling Logistics Systems: Implementation Principles and Examples″, *Problems of Economy*, No 4, pp. 306-314. https://doi.org/10.32983/2222-0712-2019-4-306-314.

12. Bajramov A.A., Talybov A.M., Pashaev A.V. and Sabziev E.N. (2019), ″Matematicheskaya model logistiki tehnicheskogo snabzheniya v zonah voennyh dejstvij″ [Mathematical model of logistics of technical supply in war zones], *Modern information technologies in the field of security and defense*, No 2 (35), pp. 77-80. https://doi.org/10.33099/-2311-7249/2019-35-2-77-80. [in Ukrainian]

13. Combat Charter (2016), ″*Boyovyy statut mekhanizovanykh i tankovykh viys'k Sukhoputnykh viys'k Zbroynykh Syl Ukrayiny. Chastyna II*″ [Combat Charter of mechanized and tank troops of the Land Forces of the Armed Forces of Ukraine Part 2], Kiev: The Armed Forces of Ukraine, pp. 213 – 214. [in Ukrainian]

MODELING AND FORECASTING THE PROBABILITY OF THE STATES OF TECHNICAL SUPPORT SYSTEMS FOR THE USE OF WEAPONS AND MILITARY EQUIPMENT

A. Ugol'nikov, B. Demianchuk, S. Shelukhin, O. Malynovskyi, A. Kosenko

The article discusses a probabilistic model of processes in complex systems of technical support for military vehicles. One of the methods for studying such complex systems is their representation in the form of a set of typical states in which the system can be. Transitions occur between states, the intensities and probabilities of which are assumed to be known. The system is graphically represented using a graph of states and transitions, and the subject of research is the probability of finding the technical support system in these states. The graph of states and transitions is associated with a system of first order linear differential equations with respect to the probabilities of finding the support system in its basic states. To obtain a solution, this *system must be supplemented with certain conditions. These are, firstly, the initial conditions that specify the probabilities of all states at the initial moment of time. Second, this is the normalization condition, which states that at any moment in time the sum of the probabilities of all states is equal to unity. An approximate solution to the problem is described in the literature. Such approximate solution is getting more accurate when the sought probabilities depend on time weaker. We propose a method of the exact solution of the above mentioned system of differential equations based on the use of operational calculus. In this case, the system of linear differential equations is transformed into a system of linear algebraic equations for the Laplace images of unknown probabilities. The use of matrix calculus made it possible to write down the obtained results in a compact form and to use effective numerical algorithms of linear algebra for further calculations. The model is illustrated by the example of solving the problem of technical support for the march of a battalion tactical group column, including wheeled and tracked vehicles. The boundaries of the validity of the results of a simpler approximate solution are established.*

***Key words**: military logistics subsystem model, complex technical support systems, probabilities of states and transitions, system of differential equations, operational calculus, efficiency indicator.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗ ВЕРОЯТНОСТИ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ВООРУЖЕНИЯ И ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ

А. П. Угольников, Б. А. Демьянчук, С. В. Шелухин, О. А. Малиновский, А. В. Косенко

В статье рассмотрено вероятностную модель процессов в сложных системах технического обеспечения военной автомобильной техники. Одним из методов исследования таких систем является их представление в виде совокупности состояний, в которых может находиться система. Между состояниями происходят переходы, интенсивности и вероятности которых считаются известными. Графически система представляется с помощью графа состояний и переходов, и предметом исследования является вероятности нахождения системы технического обеспечения в этих состояниях. Графу состояний и переходов ставится в соответствие система дифференциальных уравнений первого порядка относительно вероятностей нахождения системы в основных состояниях. Предлагается метод решения системы дифференциальных уравнений, основанный на использовании операционного исчисления. При этом система линейных дифференциальных уравнений трансформируется в систему линейных алгебраических уравнений относительно изображений по Лапласу неизвестных вероятностей. Использование матричного исчисления позволяет записать полученные результаты в компактном виде и использовать при расчетах эффективные алгоритмы линейной алгебры. Применение модели проиллюстрировано на примере решения задачи технического обеспечения марша колонны батальонной тактической группы, включающей колесную и гусеничную технику.

***Ключевые слова**: техническое обеспечение, сложные системы технического обеспечения, вероятности состояний, система дифференциальных уравнений, операционное исчисление.*