

УДК 623.546

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.28.2023.34-42>

В.А. Майданюк, С.В. Бондаренко, А.Я. Онофрійчук

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

Article history: Received 10 March 2023; Revised 23 March 2023; Accepted 31 March 2023

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ АПРОКСИМАЦІЇ НЕЛІНІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ПОЛЬОТУ СНАРЯДА

У статті проведена оцінка точності апроксимації аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) снаряда та параметрів атмосфери, які мають суттєво нелінійний характер. За основу прийняті аеродинамічні коефіцієнти сил (моментів) 155-мм снаряда Assegai M2000 південноафриканської фірми Denel Naschem та параметри атмосфери, що визначені міжнародним стандартом ISO 2533:1975/Add.1:1985(en) Standard Atmosphere. Оцінка точності апроксимації табличних значень представлена через відносну похибку (розузгодження) між заданими табличними даними та значеннями апроксимованої функції аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) та параметрів атмосфери. В якості апроксимуючих функцій використані аналітичні функції, як сума опорної функції (функції помилок) та набору базових функцій (функцій Гаусса), що дозволяє отримати неперервно-диференційовану на відрізьку зміни параметра польоту снаряда функцію, яку можна представити одним виразом. У програмному середовищі Maple проведено наближення аналітичних функцій (функції помилок та функції Гаусса) до табличних значень аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) 155-мм снаряда Assegai M2000. Отримані значення аналітичних функцій коефіцієнтів сил (моментів) та параметрів атмосфери можуть бути використані для вирішення задач розрахунку Таблиць стрільби, підготовки даних з використанням балістичних інтегруючих алгоритмів (балістичних калькуляторів) для стрільби існуючих, нових артилерійських систем і тих систем, що модернізуються. Показано, що ітеративними процедурами апроксимації табличних даних аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) та параметрів атмосфери можливо побудувати аналітичні функції у вигляді неперервної функції параметра польоту снаряда в межах всього діапазону її зміни, із забезпеченням заданої точності її наближення до табличних даних.

Ключові слова: снаряд, аеродинамічні сили (моменти), параметри атмосфери, апроксимація, аналітична функція, таблична функція, відносна похибка.

Постановка проблеми в загальному вигляді та аналіз літератури

При розрахунках траєкторій польоту снарядів актуальним питанням є визначення та представлення аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) та параметрів атмосфери, які мають суттєво нелінійний характер, у системі математичних моделей – диференціальних рівнянь просторового руху снарядів. Вагомою складовою похибки розв'язання диференціальних рівнянь є операція чисельного диференціювання їх табличних значень [1–3]. Так для обчислення похідних у численних розрахунках на ЕОМ, де значення функції задані у вигляді таблиці, використовують різниці між сусіднім вузлами таблиці, в околиці яких обчислюється похідна. При цьому, якщо кількість вузлів невелика і вузли розташовані на великій відстані один від одного, розрахунки можуть давати істотну похибку. Інше джерело похибки

чисельного диференціювання пов'язане з похибками обчислення значень функції у вузлах та з похибками округлень при проведенні розрахунків на ЕОМ. Обумовлені цими причинами похибки зростають зі зменшенням кроку табулювання функції.

Для зменшення похибки чисельного диференціювання табличних значень аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) та параметрів атмосфери перспективним є підхід, що заснований на апроксимації їх даних аналітичними функціями, вимогою до яких є можливість отримання одної неперервної функції в межах всього діапазону зміни параметру польоту снаряда та забезпечення найкращого їх наближення до табличних даних [4, 5].

У ряді робіт авторів [6, 7] знайшов подальшого розвитку підхід до апроксимації аеродинамічних коефіцієнтів сили лобового опору снаряда; в якості апроксимуючих функцій запропоновано використовувати аналітичну функцію як суму опорної функції (функції помилок) та набору базових функцій (функцій Гаусса), що дозволяє отримати

неперервно-диференційовану на відрізьку зміни параметра польоту снаряда апроксимуючу функцію, яку можна представити одним аналітичним виразом.

Важливим питанням якості процедур апроксимації є оцінка точності наближення неперервно-диференційованих на відрізьку зміни параметру польоту снаряда апроксимуючих функцій аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) та параметрів атмосфери до їх табличних значень, а також можливості підвищення точності наближення поетапними процедурами локальної їх модифікації на відрізьку зміни параметра польоту снаряда.

Таким чином, **метою статті** є оцінка точності апроксимації аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) снаряда та параметрів атмосфери, які мають суттєво нелінійний характер.

Практичне застосування запропонованих процедур апроксимації та оцінка їх точності проведені для аеродинамічних коефіцієнтів 155-мм снаряда Assegai M2000 південноафриканської фірми Denel Naschem [8] та параметрів атмосфери, що визначені міжнародним стандартом ISO 2533:1975/Add.1:1985 (en) Standard Atmosphere [9].

Основна частина

1. Точність апроксимації коефіцієнтів аеродинамічних сил (моментів) 155-мм осколково-фугасного снаряда Assegai M2000. Оцінку точності апроксимації табличних значень аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) снаряда представимо через відносну похибку (розузгодження) між заданими табличними даними $(M_1, C_1), (M_2, C_2), \dots, (M_i, C_i)$ та значеннями апроксимованої функції аеродинамічних коефіцієнтів снаряда $(\bar{C}_1, M_1), (\bar{C}_2, M_2), \dots, (\bar{C}_i, M_i)$, як

$$C_{D0} \in \{[0.010; 1.144], [0.400; 1.144], [0.600; 1.144], [0.700; 1.144], [0.800; 1.146], [0.900; 1.160], [0.950; 0.202], [0.975; 0.240], [1.000; 0.284], [1.025; 0.313], [1.050; 0.332], [1.100; 0.337], [1.200; 0.340], [1.350; 0.333], [1.500; 0.321], [2.000; 0.276], [2.500; 0.240], [3.000; 0.214]\}. \quad (4)$$

Використовуючи поетапні ітеративні процедури локальної модифікації функції лінійного члену коефіцієнта лобового опору 155-мм снаряда

$$C_{D0} = 0.179 + 0.0980 \operatorname{erf}(13.2m - 12.9) - 0.0630 \operatorname{erf}(1.27m - 2.57) - 0.0020 e^{-5(m-0.85)^2} + 0.0103 e^{-5(m-1.18)^2} - 0.00345 e^{-5(m-1.75)^2} + 0.00230 e^{-5(m-2.5)^2} - 0.0172 e^{-5(m-3.5)^2}. \quad (5)$$

На рис. 1 а графічно представлено результат апроксимації табличних значень лінійного члена коефіцієнта сили лобового опору аналітичними функціями помилок та Гаусса. На рис. 1 б наведені результати розрахунку точності апроксимації аналітичною функцією (5) табличних значень лінійного коефіцієнта сили лобового опору снаряда (4).

$$\delta = \left| \frac{\bar{C}_i(M_i) - C_i(M_i)}{C_i(M_i)} \right| \cdot 100\%. \quad (1)$$

Для розрахунків відносної похибки (1) апроксимації дискретних значень аеродинамічних коефіцієнтів снаряда використане програмне середовище Maple.

1.1. Апроксимація коефіцієнта сили лобового опору. Сила лобового опору – це класична аеродинамічна сила зовнішньої балістики, векторний опис якої визначається як [3, 10, 11]

$$\bar{F}_D = -\frac{1}{2} \rho S C_D \bar{V} V = -\frac{1}{2} \rho V^2 S_M C_D \bar{i}, \quad (2)$$

де ρ – щільність повітря; \bar{V} – вектор швидкості снаряда; V – скалярна величина вектора швидкості

снаряда; $\bar{i} = \frac{\bar{V}}{V}$ – одиничний вектор у напрямку

вектора швидкості \bar{V} ; S_M – площа міделя (поперечного перетину снаряда); C_D – коефіцієнт сили лобового опору.

Коефіцієнт сили лобового опору варіюється залежно від величини кута нутації снаряда.

Якщо загальний кут нутації дорівнює ϑ , то коефіцієнт сили лобового опору добре апроксимується виразом

$$C_D = C_{D0} + C_{D\alpha^3} \vartheta^2, \quad (3)$$

де C_{D0} , $C_{D\alpha^3}$ – відповідно лінійний та кубічний коефіцієнти сили лобового опору; ϑ – загальний кут нутації.

Лінійний член коефіцієнта сили лобового опору 155-мм снаряда Assegai M2000 (залежно від числа Маха $C_{D0} = f(M)$), має наступні табличні значення [12]

Assegai M2000, отримана наступна неперервно-диференційована на відрізьку зміни числа Маха аналітична функція

З наведеного графіка робимо наступні висновки:
- величина середнього значення відносної похибки апроксимації значень лінійного коефіцієнта сили лобового опору снаряда знаходиться в межах $(0.4 \div 0.5)\%$;

- мінімальне значення похибки відбувається при надзвукових та понадзвукових швидкостях

польоту снаряда, максимальне – при трансзвукових швидкостях польоту снаряда.

1.2. Апроксимація коефіцієнта піднімальної сили. Піднімальна (нормальна) сила – це складова повної аеродинамічної сили; виражається у векторній формі як [3, 10, 11]

$$\vec{F}_L = \frac{1}{2} \rho S C_{L\alpha} [\vec{V} \times (\vec{x} \times \vec{V})] = \frac{1}{2} \rho S C_{L\alpha} V^2 [\vec{i} \times (\vec{x} \times \vec{i})], \quad (6)$$

де $C_{L\alpha}$ – коефіцієнт піднімальної сили; \vec{x} – одиничний вектор уздовж осі симетрії снаряда.

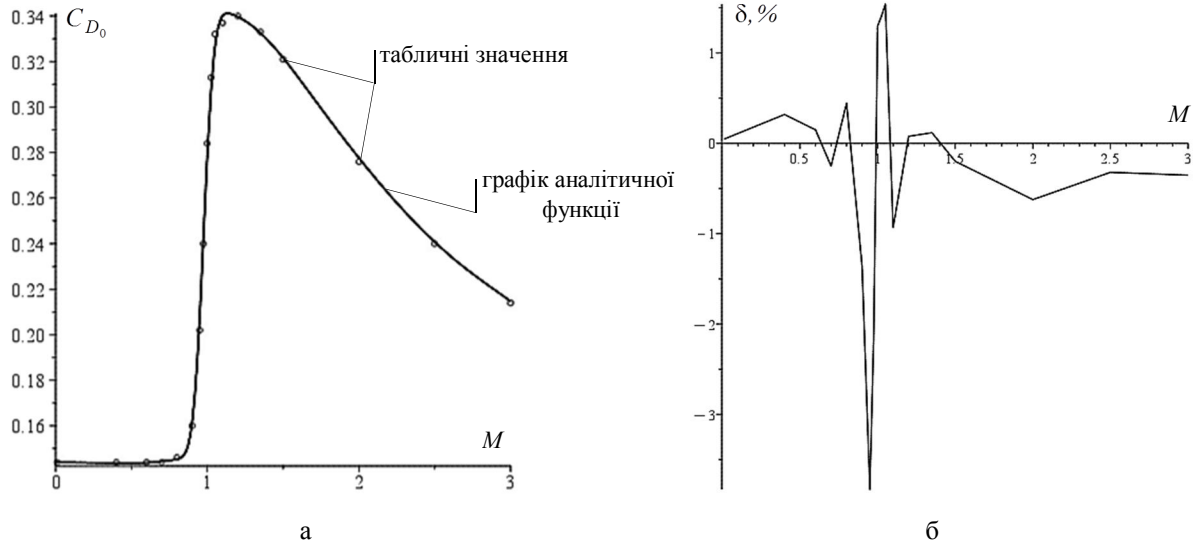


Рис. 1. Апроксимація лінійного члена коефіцієнта сили лобового опору:
а – графік апроксимації; б – графік відносної похибки апроксимації аналітичною функцією (5)

Коефіцієнт піднімальної сили характеризується нелінійною поведінкою та залежить від величини кута нутації снаряда

$$C_{L\alpha} = C_{L\alpha 0} + C_{L\alpha 2} \alpha^2, \quad (7)$$

де $C_{L\alpha 0}$, $C_{L\alpha 2}$ – відповідно, лінійний та квадратичний коефіцієнти піднімальної сили.

Табличні значення квадратичного члена піднімальної сили 155-мм снаряда Assegai M2000 мають значення [12]

$$C_{L\alpha 2} \in \{[0.010; -1.900], [0.400; -1.900], [0.600; -1.910], [0.700; -2.100], [0.800; -2.300], [0.900; -2.740], [0.950; -3.090], [0.975; -3.300], [1.000; -3.510], [1.025; -3.700], [1.050; -3.870], [1.100; -4.360], [1.200; -4.860], [1.350; -4.370], [1.500; -3.910], [2.000; -2.850], [2.500; -2.230], [3.000; -1.810]\}. \quad (8)$$

Відповідно, аналітична функція квадратичного члена піднімальної сили 155-мм

снаряда Assegai M2000 набуде вигляду

$$C_{L\alpha 2} = -1.90 + 0.130e^{-18(m-3.1)^2} - 0.0507e^{-18(m-1.6)^2} + 0.130e^{-150(m-1.35)^2} - 0.45e^{-20(m-1.64)^2} - 2.57e^{-13.2(m-1.22)^2} - 1.03e^{-2.40(m-1.81)^2} + 0.181e^{-200(m-1.29)^2}. \quad (9)$$

Графік апроксимуючої функції (9) наведений на рис. 2 а. На рис. 2 б представлено графік, що являє собою відносну похибку між розрахованими дискретними даними квадратичного коефіцієнта піднімальної сили снаряда та даними, розрахованими за аналітичною функцією (9).

З наведених графіків видно, що величина середнього значення відносної похибки апроксимації знаходиться в межах $(0.9 \div 1.0)\%$.

1.3. Апроксимація коефіцієнта сили Магнуса. Векторне рівняння, що визначає силу Магнуса [10, 11]

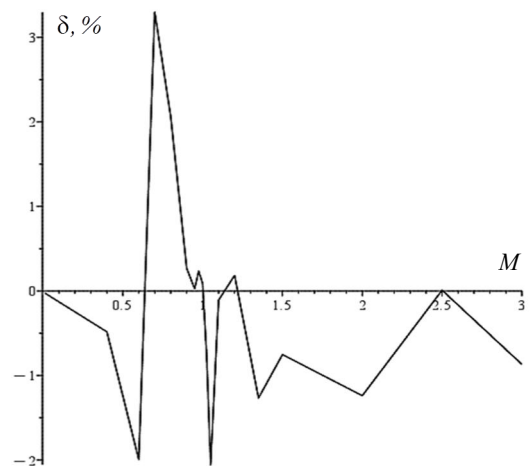
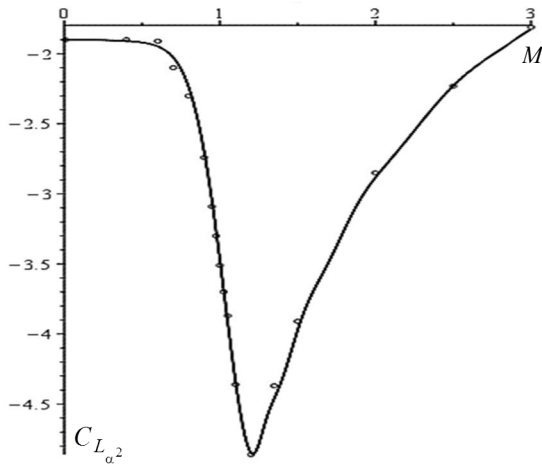
$$\vec{F}_{mag-f} = \frac{1}{2} \rho V^2 S \left(\frac{pd}{V} \right) C_{mag-f} (\vec{i} \times \vec{x}), \quad (10)$$

де C_{mag-f} – коефіцієнт сили Магнуса.

Табличні значення коефіцієнта сили Магнуса [12] співвідношення (11) та їх аналітична функція після процедури апроксимації співвідношення (12)

$$C_{mag-f} \in \{[0.010; -0.425], [0.400; -0.425], [0.600; -0.425], [0.700; -0.420], [0.800; -0.440], [0.900; -0.475], [0.950; -0.600], [0.975; -0.535], [1.000; -0.495], [1.025; -0.475], [1.050; -0.460], [1.100; -0.430], [1.200; -0.390], [1.350; -0.350], [1.500; -0.340], [2.000; -0.310], [2.500; -0.305], [3.000; -0.305]\}; \quad (11)$$

$$C_{mag-f} = -0.365 - 0.0874 \operatorname{erf}(15.0m - 13.6) + 0.147 \operatorname{erf}(7.21m - 7.36) - 0.0754 e^{-3050(m-0.95)^2} - 0.017 e^{-20(m-0.93)^2} - 0.0308 e^{-8/2(m-1.5)^2} - 0.0470 e^{-35(m-1.19)^2}. \quad (12)$$



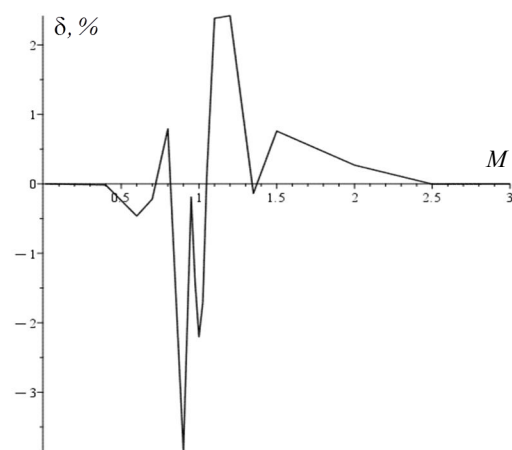
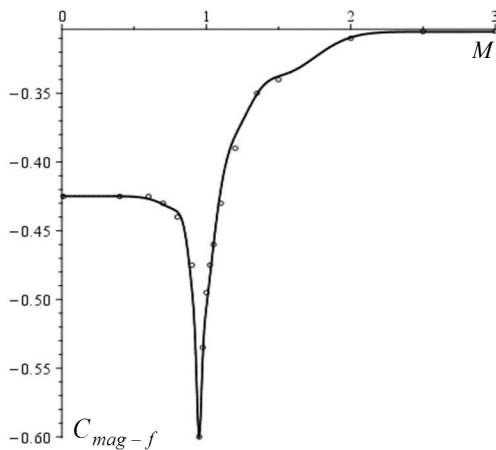
а **б**
Рис. 2. Апроксимація квадратичного члена піднімальної сили:

а – графік апроксимації;

б – графік відносної похибки апроксимації аналітичною функцією (9)

На рис. 3 а наданий графік аналітичної функції сили Магнуса (12). Графік відносної похибки апроксимації табличних значень коефіцієнта сили Магнуса (рис. 3 б) аналітичною функцією (12),

показує, що максимальні похибки мають значення при трансзвукових швидкостях та досягають 3.7%; середнє значення – (0.6 ÷ 0.7)% .



а **б**
Рис. 3. Апроксимація коефіцієнта сили Магнуса:

а – графік апроксимації;

б – графік відносної похибки апроксимації аналітичною функцією (12)

1.4. Апроксимація коефіцієнта моменту згасання швидкості обертання снаряда. Момент згасання швидкості обертання створює від’ємне кутове прискорення обертання снаряда навколо його осі та протидіє обертанню снаряда; визначається виразом [3, 10, 11]

$$\vec{M}_{l_p} = \frac{1}{2} \rho V^2 S d \left(\frac{pd}{V} \right) C_{spin} \vec{x}, \quad (13)$$

де p – осьова швидкість обертання снаряда; C_{spin} – коефіцієнт моменту згасання швидкості обертання снаряда.

Табличні значення коефіцієнта моменту згасання швидкості обертання снаряда [12] мають значення

$$C_{spin} \in \{[0.010; -0.0154], [0.400; -0.0154], [0.600; -0.0154], [0.700; -0.0154], [0.800; -0.0154], [0.900; -0.0153], [0.950; -0.0148], [0.975; -0.0146], [1.000; -0.0145], [1.025; -0.0145], [1.050; -0.0146], [1.100; -0.0149], [1.200; -0.0151], [1.350; -0.0150], [1.500; -0.0146], [2.000; -0.0141], [2.500; -0.0134], [3.000; -0.0128]\}. \quad (14)$$

Аналітична функція коефіцієнта моменту та її графік (рис. 4) мають вигляд згасання швидкості обертання снаряда

$$C_{spin} = -0.0162 + 0.000982m + 0.0000427m^2 + 0.00000326m^3 + 0.000037e^{-40m^2} + 0.00085e^{-1.7(m+0.25)^2} - 0.00015e^{15(m-0.9)^2} + 0.00075e^{-160(m-1.01)^2} - 0.00022e^{-70(m-1.29)^2}. \quad (15)$$

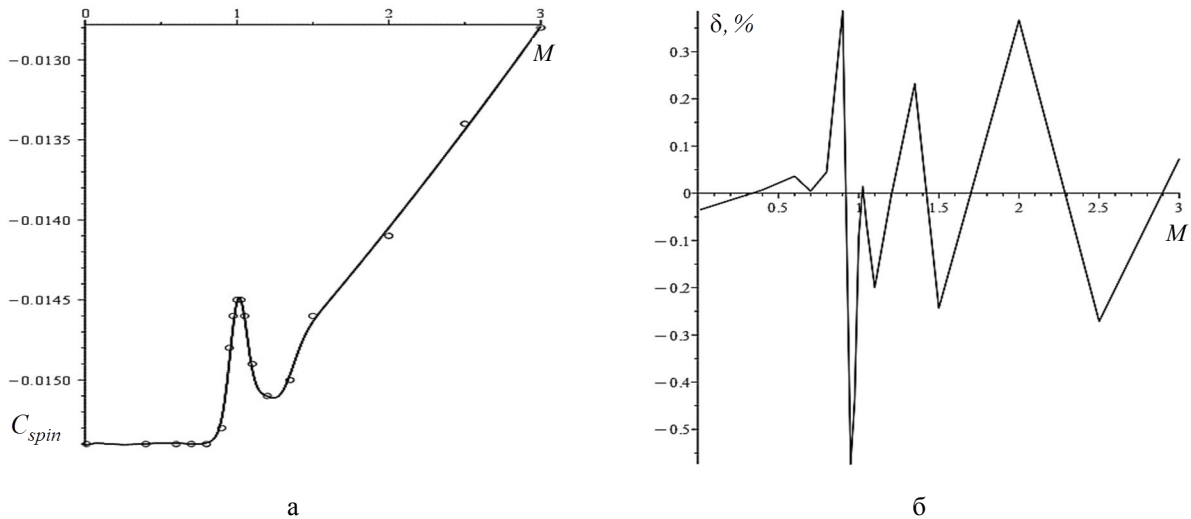


Рис. 4. Апроксимація коефіцієнта згасання швидкості обертання снаряда:
а – графік апроксимації; б – графік відносної похибки апроксимації аналітичною функцією (15)

Так, величина середнього значення відносної похибки апроксимації табличних даних моменту згасання швидкості обертання снаряда знаходиться в межах $-(0.13 \div 0.15)\%$.

Результати розрахунків точності апроксимації решти табличних значень аеродинамічних коефіцієнтів сил (моментів) 155-мм снаряда Assegai M2000 мають величину одного порядку з наведеними вище.

2. Точність апроксимації параметрів атмосфери, що входять до математичних моделей польоту снаряда. Основними фізичними величинами, що характеризують стан атмосфери, є тиск, температура та густина повітря [13].

Вибірка з табличних значень [9]:
- тиску повітря (залежно від висоти польоту снаряда $p = f(y)$, Па):

$$p(y) \in \{[-1000; 1.139 \cdot 10^5], [-500; 1.075 \cdot 10^5], [0; 1.013 \cdot 10^5], [500; 95460], [1000; 89880], [1500; 84560], [2000; 79500], [2500; 74690], [3000; 70120], [3500; 65780], [4000; 61660], [4500; 57750], [5000; 54050], [5500; 50540], [6000; 47220], [6500; 44080], [7000; 41110], [7500; 38300], [8000; 35650], [8500; 33150], [9000; 30800], [9500; 28590], [10000; 26500], [11000; 22700], [12000; 19400], [13000; 16580], [14000; 14170], [15000; 12110], [16000; 10350], [17000; 8850], [18000; 7565], [19000; 6468], [20000; 5529], [21000; 4729], [22000; 4048], [23000; 3467], [24000; 2972], [25000; 2549], [26000; 2188], [27000; 1880], [28000; 1616], [29000; 1390], [30000; 1197]\}. \quad (16)$$

- температури повітря (залежно від висоти польоту снаряда $t_K = f(y)$, K):

$$t_K(y) \in \{[-1000; 294.7], [-500; 291.4], [0; 288.2], [500; 284.9], [1000; 281.7], [1500; 278.4], [2000; 275.2], [2500; 271.9], [3000; 268.7], [3500; 265.4], [4000; 262.2], [4500; 258.9], [5000; 255.7], [5500; 252.4], [6000; 249.2], [6500; 245.9], [7000; 242.7], [7500; 239.5], [8000; 236.2], [8500; 233.0], [9000; 229.7], [9500; 226.5], [10000; 223.3], [10500; 220.0], [11000; 216.8], [11500; 216.7]\}. \quad (17)$$

- густини повітря (залежно від висоти польоту снаряда $\rho = f(y)$, kg/m^3):

$$\rho(y) \in \{[-1000; 1.347], [-500; 1.285], [0; 1.225], [500; 1.167], [1000; 1.112], [1500; 1.058], [2000; 1.007], [2500; 0.957], [3000; 0.9093], [3500; 0.8634], [4000; 0.8194], [4500; 0.777], [5000; 0.7364], [5500; 0.6975], [6000; 0.6601], [7000; 0.590], [8000; 0.5258], [9000; 0.4671], [10000; 0.4135], [11000; 0.3648], [12000; 0.3119], [13000; 0.2666], [14000; 0.2279], [15000; 0.1948], [16000; 0.1665], [17000; 0.1423], [18000; 0.1217], [19000; 0.1040], [20000; 0.08891], [21000; 0.07572], [22000; 0.06451], [23000; 0.05501], [24000; 0.04694], [25000; 0.04008], [26000; 0.03426], [27000; 0.02930], [28000; 0.02508], [29000; 0.02148], [30000; 0.01841]\}. \quad (18)$$

Відповідно, аналітичні вирази апроксимуючих функцій табличних значень (16-18) параметрів атмосфери мають вид:

- тиску повітря – співвідношення (19);
- температури повітря – співвідношення (20);
- густини повітря – співвідношення (21)

$$p(y) = 1.01154 \cdot 10^5 e^{-0.0001y - 3.0407810^{-9}y^2 + 8.1372610^{-14}y^4 - 6.7147210^{-19}y^4}. \quad (19)$$

$$t_K(y) = 255.7 - 39.0 \cdot 10^5 \operatorname{erf}(0.00014y - 0.73787) + 8e^{-1.8 \cdot 10^{-7}(y+1500)^2} - 7.7e^{-1.8 \cdot 10^{-7}(y-11500)^2} + 2.0e^{-\frac{(y-12450)^2}{125000}} + 15.0e^{-2.0 \cdot 10^{-8}(y-35000)^2} + 3.0e^{-5.0 \cdot 10^{-8}(y-25500)^2} - 0.8e^{-8.5 \cdot 10^{-8}(y-18000)^2} - 0.88e^{-9 \cdot 10^{-6}(y-11000)^2}. \quad (20)$$

$$\rho(y) = e^{0.20315 - 0.00009y - 6.4580 \cdot 10^{-10}y^2 + 2.3190 \cdot 10^{-12}y^3 - 1.4414 \cdot 10^{-15}y^4 + 3.6632 \cdot 10^{-19}y^5 - 4.9575 \cdot 10^{-23}y^6 + 3.8391 \cdot 10^{-27}y^7 - 1.6550 \cdot 10^{-31}y^8 + 2.9223 \cdot 10^{-36}y^9 - 5.6916 \cdot 10^{-41}y^{10} - 3.9891 \cdot 10^{-45}y^{11} + 7.7574 \cdot 10^{-50}y^{12} - 5.4706 \cdot 10^{-55}y^{13}}. \quad (21)$$

На рис. 5-7 графічно представлені результати апроксимації табличних значень параметрів атмосфери аналітичними функціями (19–21).

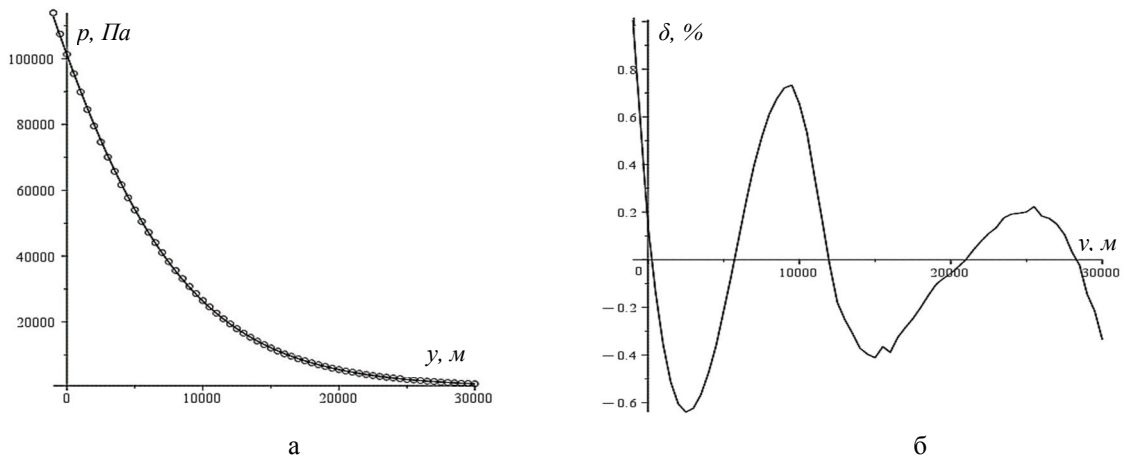


Рис. 5. Апроксимація тиску повітря з висотою:
 а – графік апроксимації; б – графік відносної похибки апроксимації аналітичною функцією (19)

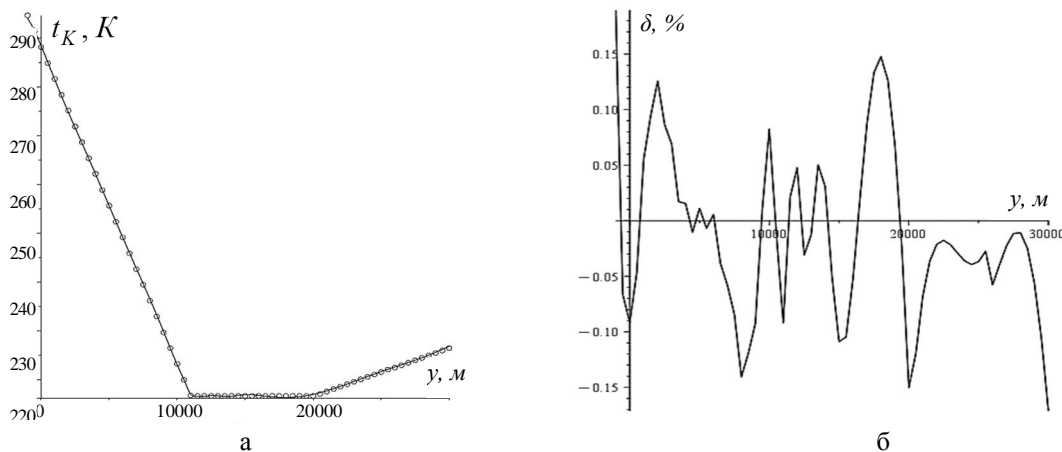


Рис. 6. Апроксимація температура повітря з висотою:
 а) графік апроксимації; б) графік відносної похибки апроксимації аналітичною функцією (20)

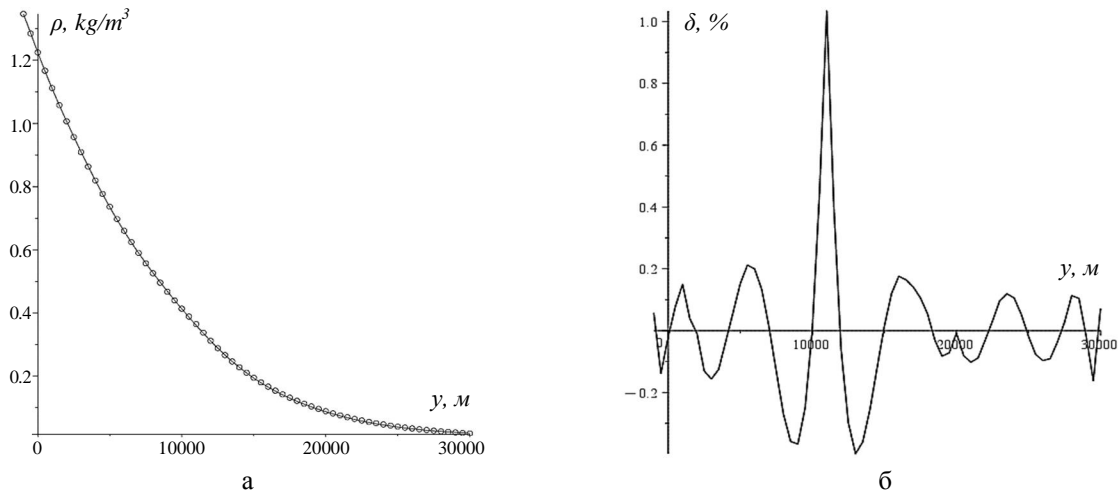


Рис. 7. Апроксимація густини повітря з висотою:
 а) графік апроксимації;
 б) графік відносної похибки апроксимації аналітичною функцією (21)

Наведені графіки показують, що відносна похибка апроксимації не перевищує значення:

- тиску повітря в 1.0%; середнє значення – (0.25 ÷ 0.35)% ;
- температури повітря в 0.15%; середнє значення – (0.04 ÷ 0.06)% ;
- густини повітря в 1.0%; середнє значення – (0.1 ÷ 0.15)% .

Для підвищення точності апроксимації параметрів атмосфери аналітичними функціями, в т.ч. коефіцієнтів аеродинамічних сил (моментів) можливо забезпечити ітеративними процедурами поетапної

побудови неперервно-диференційованої функції на відрізку зміни параметра польоту снаряда, із забезпеченням наперед заданої точності їх наближення до табличних даних. Так послідовне виконання процедур апроксимації табличних значень (16) тиску повітря з додавання окремо кожного члена (всього 13) основного набору базових функцій апроксимуючих функцій дозволило отримати наступну неперервно-диференційовану на відрізку зміни висоти польоту снаряда аналітичну функцію (22).

На рис. 8 наведені результати розрахунку точності апроксимації аналітичною функцією (22) дискретних значень тиску повітря.

$$\begin{aligned}
 p(y) = & 1.012967 \cdot 10^5 e^{-0.000118y} - 1.068216 \cdot 10^{-9} y^2 - 5.790374 \cdot 10^{-13} y^3 + 2.261552 \cdot 10^{-16} y^4 - 4.204990 \cdot 10^{-20} y^5 + \\
 & + 4.324891 \cdot 10^{-24} y^6 - 2.768267 \cdot 10^{-28} y^7 + 1.281679 \cdot 10^{-32} y^8 - 5.160866 \cdot 10^{-37} y^9 + 1.861755 \cdot 10^{-41} y^{10} - 4.972685 \cdot 10^{-46} y^{11} + \\
 & + 7.831269 \cdot 10^{-51} y^{12} - 5.279125 \cdot 10^{-56} y^{13}.
 \end{aligned} \quad (22)$$

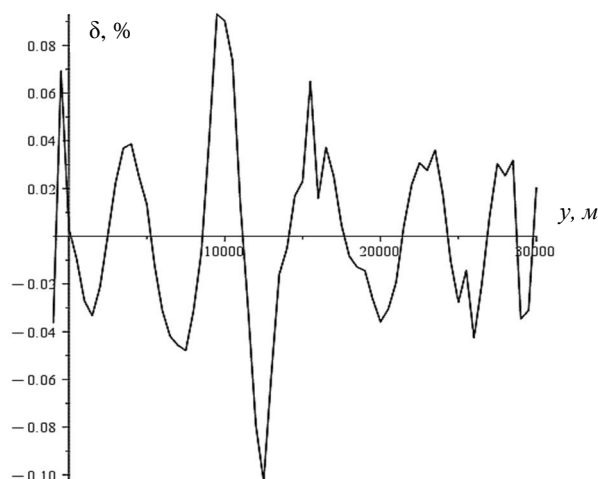


Рис. 8. Графіки відносної похибки апроксимації тиску атмосфери аналітичною функцією (22)

Точність наближення аналітичними функціями табличних значень тиску атмосфери після тринадцятої ітерації локальної їх модифікації (22) дозволяє досягти точності апроксимації:

максимальної – до 0.1% ;
 середньої – (0.025 ÷ 0.035)% , що на порядок підвищує точність апроксимації порівняно з виразом (19).

Висновки

У статті з використанням аналітичних функцій (опорної функції – функції помилок та набору базових функцій – функцій Гаусса) отримані неперервно-диференційовані на відрізьку зміни параметра польоту снаряда апроксимуючі функції, які представлені одним аналітичним виразом. Практичне застосування запропонованих процедур апроксимації проведено для аеродинамічних коефіцієнтів 155-мм снаряда Assegai M2000 та параметрів атмосфери, що визначені міжнародним стандартом ISO 2533:1975/Add.1:1985 (en) Standard Atmosphere.

У програмному середовищі Maple проведено оцінку точності апроксимації нелінійних параметрів польоту снаряда – аеродинамічних сил (моментів) та параметрів атмосфери аналітичними функціями. Так величина середнього значення відносної похибки апроксимації табличних значень аеродинамічних коефіцієнтів та параметрів атмосфери знаходиться в межах:

- сили лобового опору, піднімальної та сили Магнуса – $(0.3 \div 0.9)\%$;
- моментів згасання швидкості обертання снаряда – $(0.13 \div 0.15)\%$;
- тиску та густини повітря – $(0.1 \div 0.35)\%$;
- температури повітря – $(0.04 \div 0.06)\%$.

Показано, що ітеративними процедурами апроксимації табличних даних можливо побудувати аналітичні функції у вигляді неперервної функції параметру польоту снаряда в межах всього діапазону її зміни, із забезпеченням заданої точності її наближення до табличних даних. Так точність наближення аналітичними функціями табличних значень тиску атмосфери після четвертої ітерації локальної їх модифікації дозволяє досягти точності апроксимації порядку – $(0.25 \div 0.35)\%$, водночас після тринадцятої ітерації – $(0.025 \div 0.035)\%$, що на порядок підвищує точність апроксимації.

Подальшим напрямком дослідження є реалізація запропонованих аналітичних функцій в математичних 6DOF - моделях польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 та оцінка точності розрахунку траєкторії та гіроскопічної стійкості його польоту.

Список літератури

1. Дмитриевский А.А., Лисенко Л.Н. Внешняя баллистика. Москва: Машиностроение, 2005. 607 с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. Москва: Наука, 1978. 512 с.
3. Carlucci D.E., Jacobson S.S. Ballistics, theory and design of guns and ammunition: book. London, New York: Taylor & Francis Group, 2007. 514 p.
4. Ибрагимов И.И. Теория приближения целыми функциями. Баку: ЭЛМ, 1979. 377 с.
5. Справочник по специальным функциям, под ред. М. Абрмовица, И. Стигана. Москва: Наука, 1979. 832 с.

6. Грабчак В.І., Косовцов Ю.М., Бондаренко С.В. Апроксимація сили опору повітря руху снарядів аналітичними функціями. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони. Науковий журнал*. 2014. Вип. 1 (19). С. 19–23.

7. Грабчак В.І., Бондаренко С.В., Косовцов Ю.М. Апроксимація аналітичними функціями сили опору повітря руху снарядів. *Новітні технології – для захисту повітряного простору: тези доп. десятої наук. конф. ХУПС ім. Івана Кожедуба 9-10 квітня 2014 р. Харків, 2014. С. 227–228.*

8. <https://militaryleak.com/2020/10/09/assegai-155mm-artillery-ammunition/>

9. ISO 2533:1975/Add.1:1985(en) Standard Atmosphere.

10. McCoy R. L. Modern Exterior Ballistics. Atglen, PA.: Schiffer Military History, 2012. 328 p.

11. STANAG 4355 (Edition 3), The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models: NSAI0454(2009)-JAIS/4355, dated 17 April 2009. 95 p. (NATO Standardization Agency).

12. Baranowski L. Effect of the mathematical model and integration step on the accuracy of the results of computation of artillery projectile flight parameters. *Bulletin of the Polish Academy of sciences technical sciences*. 2013. Vol. 61, No. 2, pp. 475–484. DOI: 10.2478/bpasts-2013-0047

13. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Москва: Гидрометеиздат, 1976. 639 с.

References

1. Dmitriyevskiy A.A. and Lisenko L.N. (2005), "Vneshnyaya ballistika" [External ballistics]. Moskva: Mashinostroyeniye, 607 p. [in Russian].
2. Kalitkin N.N. (1978), "Chislennyye metody" [Numerical Methods]. Moskva: Nauka. 512 p. [in Russian].
3. Carlucci D.E. and Jacobson S.S. (2007), Ballistics, theory and design of guns and ammunition : book. London, New York: Taylor & Francis Group. 514 p.
4. Ibragimov I.I. (1979). Teoriya priblizheniya tselyimi funktsiyami [Approximation theory by entire functions]. Baku: ELM. [in Russian].
5. Abromovitsa M. and Stigana I. (Eds.). (1979), "Spravochnik po spetsial'nim funktsiyam" [Special Functions Reference]. Moskva: Nauka. 832 p. [in Russian].
6. Hrabchak V.I., Kosovtsov Yu.M. and Bondarenko S.V. (2014), "Aproksymatsiya syly oporu povitrya rukhu snaryadiv analitychnymy funktsiyamy" [Approximation of the support force in terms of projectiles by analytical functions]. *Suchasni informatsiyini tekhnolohiyi u sferi bezpeky ta obrony. Naukovyy zhurnal*, Vol. 1 (19). pp. 19–23. [in Ukrainian].
7. Hrabchak V.I., Bondarenko S.V. and Kosovtsov Yu.M. (2014), "Aproksymatsiya analitychnymy funktsiyamy syly oporu povitrya rukhu snaryadiv" [Approximation by analytical functions of force to support the movement of shells]. *New technologies - for the sake of open space: Abstracts of Papers of the 10rd Conf. HUPS im. Ivan Kozhedub, April 9-10, 2014*. Kharkiv. pp. 227–228. [in Ukrainian].
8. <https://militaryleak.com/2020/10/09/assegai-155mm-artillery-ammunition/>
9. ISO 2533:1975/Add.1:1985(en) Standard Atmosphere.
10. McCoy R.L. (2012), Modern Exterior Ballistics. Atglen, PA.: Schiffer Military History. 328 p.

11. STANAG 4355 (Edition 3). (2009), The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models: NSAI0454(2009)-JAIS/4355, dated 17 April 2009. 95 p. (NATO Standardization Agency).

12. Baranowski L. (2013), Effect of the mathematical model and integration step on the accuracy of the results of

computation of artillery projectile flight parameters. *Bulletin of the Polish Academy of sciences technical sciences*. Vol. 61, No. 2, pp. 475–484. DOI: 10.2478/bpasts-2013-0047.

13. Matveyev L.T. (1976), "Kurs obshchey metrologii. Fizika atmosfeyu" [Course of general metrology. Atmospheric physics]. Moskva : Gidrometeoizdat. 639 p. [in Russian].

ASSESSMENT OF THE ACCURACY OF THE APPROXIMATION OF THE NONLINEAR PARAMETERS OF THE PROJECTILE FLIGHT

V. Maidaniuk, S. Bondarenko, A. Onofriichuk

The article evaluates the accuracy of the approximation of the aerodynamic force coefficients (moments) of the projectile and atmospheric parameters, which are significantly nonlinear. The aerodynamic force coefficients (moments) of the 155-mm Assegai M2000 projectile of the South African company Denel Naschem and atmospheric parameters defined by the international standard ISO 2533:1975/Add.1:1985(en) Standard Atmosphere are taken as basis. The estimation of the accuracy of the approximation of the tabular values is presented through the relative error (misalignment) between the given tabular data and the values of the approximated function of the aerodynamic force coefficients (moments). Analytical functions are used as approximating functions, such as the sum of a support function (error function) and a set of basic functions (Gaussian functions), which makes it possible to obtain an approximating function continuously differentiated on the segment of the change in the projectile flight parameter, which can be represented by a single expression. In the Maple software environment, analytical functions (error functions and Gaussian functions) were approximated to the tabulated values of the aerodynamic coefficients of forces (moments) of the 155-mm Assegai M2000 projectile. The obtained values of the single analytical functions of force coefficients (moments) and atmospheric parameters can be used to solve the problems of calculating firing tables, preparing data using ballistic integrating algorithms (ballistic calculators) for firing existing, new artillery systems and those systems being modernized. It is shown that by iterative procedures of approximation of tabular data of aerodynamic force coefficients (moments) and parameters of the atmosphere, it is possible to construct analytical functions in the form of a continuous function of the projectile flight parameter within the entire range of its change, ensuring the given accuracy of its approximation to the tabular data.

Keywords: projectile, aerodynamic forces (moments), atmospheric parameters, approximation, analytical function, tabular function, relative error.

УДК 623.7

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.28.2023.42-53>

Ю.А. Мирончук, С.П. Оверчук, А.О. Ткач

Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова

Article history: Received 21 November 2023; Revised 08 December 2023; Accepted 31 March 2023

ІНЖЕНЕРНО-ШТУРМАНСЬКИЙ РОЗРАХУНОК ПОЛЬОТІВ БЕЗПЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ТАКТИЧНИХ КЛАСІВ

Нормативними документами Міністерства оборони України передбачена штурманська підготовка екіпажів безпілотних авіаційних комплексів та встановлена необхідність наявності штурманського плану та інженерно-штурманського розрахунку польоту на робочому місці зовнішнього пілота БпЛА. У статті зазначено, що на сьогодні відсутні нормативні документи, якими було б встановлено зміст і обсяг інженерно-штурманських розрахунків та методів їх виконання для безпілотних авіаційних комплексів тактичних класів. Стаття в цілому присвячена розгляду питань методичного забезпечення штурманської підготовки екіпажів безпілотних авіаційних комплексів тактичного класу з електричною силовою установкою. Вказано, що виходячи із тактико-технічних можливостей БпЛА тактичних класів, характеру виконуваних ними задач та типового освітнього рівня їх зовнішніх пілотів, вимагається створення максимально спрощеної методики виконання основних інженерно-штурманських розрахунків польотів БпЛА. Математична складність такої методики не повинна виходити за межі загальної