

**FORMATION THE SET OF COMBAT CAPABILITIES PARAMETERS OF THE STRIKE UNMANNED FLIGHT APPARATUS BASED ON A FACETED CLASSIFICATION SYSTEM**

M. Nekhin, L. Kanevskiy, Yu. Myronchuk

One of the main approaches to improving the strategy and tactics of the use of strike unmanned aircraft systems is the creation of a methodology for the formation of requirements for their combat capabilities in accordance with the place of the aircraft in the accepted classification system. Today, there are several classification systems for unmanned aircraft systems according to different principles. These classification systems complement each other, but none of them provides full coverage of the set of parameters that characterize an unmanned aircraft complex. There is an urgent need to combine various systems and principles of classification into a single organized system that covers all types and classes of unmanned aerial vehicles. types The facet system makes it possible to delineate the boundaries of the requirements for the combat capabilities of unmanned aerial vehicles depending on their position in the classification system.

The article provides a list and content of parameters of the combat capabilities of strike unmanned aerial systems and briefly considers the interrelationships between them. It is shown that the mass of the combat unit, which the aircraft is capable of carrying, is the basic criterion in the set of combat capabilities. This mass functionally depends on a number of factors, the main of which are the gross take-off weight, the passport duration of the flight and the cruising speed of the aircraft. The nature of this dependence was established on the basis of a statistical analysis of the combat and tactical-technical indicators of attack unmanned aerial vehicles weighing up to 250 kg, which are in service with a number of countries of the world.

A method of forecasting the values of the parameters of the combat capabilities of strike unmanned aerial vehicles is proposed, depending on their place in the faceted classification system. The application of the method makes it possible to establish a relationship between the types of combat tasks and the types of aircraft suitable for solving them.

**Keywords:** unmanned aircraft systems, attack unmanned aerial vehicles, classification of unmanned aerial vehicles, combat capabilities of unmanned aircraft systems.

УДК 623.546

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.28.2023.99-106>

П.П. Ткачук, Л.Д. Величко, М.І. Войтович, М.І. Сорокатий

*Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів**Article history:* Received 13 March 2023; Revised 17 March 2023; Accepted 31 March 2023**ВПЛИВ ТАНГЕНЦІАЛЬНОЇ І НОРМАЛЬНОЇ СКЛАДОВИХ ШВИДКОСТІ ВІТРУ НА ДАЛЬНІСТЬ ЛЕТУ СНАРЯДА**

На основі запропонованої авторами математичної моделі визначення сили лобового опору повітря рухові снаряда досліджується вплив супутнього (зустрічного) вітру на його дальність лету. Оскільки характер поведінки сили лобового опору повітря суттєво залежить від того, швидкість снаряда надзвукова, підзвукова чи дозвукова, то функціональну залежність сили лобового опору повітря від швидкості описують окремо для кожної зокрема. Значення характерних коефіцієнтів функціональних залежностей визначають використовуючи, результати полігонних досліджень, які наведені в Таблицях стрільб.

У роботах інших авторів величини зміщень дальності лету снаряда внаслідок дії супутнього (зустрічного) вітру визначали, використовуючи певні залежності. Величини поправних коефіцієнтів та коефіцієнта сили опору визначали експериментально з певною точністю. Окрім того, не враховувався тиск вітру на бічну поверхню снаряда та вплив швидкості вітру на швидкість звуку в повітрі, остання залежить від напрямку руху снаряда в просторі.

У роботі розглядається вплив тангенціальної і нормальної складових супутнього (зустрічного) вітру стосовно траєкторії руху снаряда, на його динаміку. Також враховується вплив швидкості вітру на швидкість звуку в повітрі.

Отримані теоретичні результати дозволяють стверджувати, що нормальна складова вітру суттєво впливає на дальність лету снаряда, якщо його траєкторія руху є випуклою.

Вплив нормальної складової швидкості супутнього (зустрічного) вітру на рух снаряда є не суттєвим, якщо траєкторія руху снаряда є пологою. Однак у випадку руху снаряда по випуклій траєкторії її вплив стає значним. Розбіжності між табличними зміщеннями віддалів лету снаряда внаслідок дії супутнього (зустрічного) вітру, наведених у Таблицях стрільб, та зміщеннями дальності лету снаряда, визначених при врахуванні тангенціальної і нормальної складових вітру та впливу вітру на швидкість звуку в повітрі, є суттєвими.

Отримані теоретичні напрацювання дозволяють автоматизувати процес розв'язування прямої або оберненої задач зовнішньої балістики при довільних значеннях детермінованих і недетермінованих чинників.

**Ключові слова:** гармата, зовнішня балістика, сила лобового опору повітря, супутній вітер

## Постановка проблеми

Умовно всі задачі зовнішньої балістики можна розділити на пряму і обернену. Метою прямої задачі зовнішньої балістики є визначення координат приземлення снаряда, якщо відома величина кута прицілювання, а оберненої – визначення величини кута прицілювання, яке забезпечить влучання снаряда в ціль. Як для прямої, так і оберненої, задач вважається, що відомі початкова швидкість та маса снаряда, атмосферний тиск, температура повітря, величина і напрям швидкості вітру та інші параметри.

Точний розв'язок цих задач проблематично отримати, оскільки на рух снаряда впливають сукупність детермінованих і недетермінованих чинників, деякі з них змінюються як в просторі, так і часі.

Аналітичними методами неможливо реалізувати розв'язування цих задач з необхідною точністю в силу вищеперелічених причин. Використанням тільки експериментальних методів неможливо відповісти на значну кількість питань, які ставлять пряма і обернена задачі. Тому для розв'язування цих задач необхідне поєднання експериментальних та теоретичних методів.

Внаслідок полігонних досліджень скомпоновані Таблиці стрільби для гаубиць і гармат. У Таблицях записані дискретні залежності між кутами прицілювання та горизонтальними віддалями лету снаряда за стандартних умов [11]. Також вказані зміщення горизонтальної дальності лету снарядів при конкретних значеннях детермінованих та недетермінованих чинників, величини яких відмінні від стандартних.

Зокрема, на величину зміщення дальності стрільби має суттєвий вплив супутній (зустрічний) вітер. Теоретичні дослідження впливу супутнього (зустрічного) вітру наведені в роботах [2–5]. У Таблицях стрільб [11] вказані величини зміщень дальності стрільби при наявності супутнього (зустрічного) балістичного вітру зі швидкістю  $V_w = 10 \cdot \frac{M}{c}$ .

Однак, швидкість вітру ніколи не дорівнює табличній та практика використання поправок, обумовлених дією супутнього (зустрічного) вітру, вказує на їх недостатню точність.

Отже, для підвищення точності стрільби необхідно здійснити дослідження, скероване на визначення величин зміщень горизонтальної дальності стрільби при наявності супутнього (зустрічного) вітру з довільною швидкістю з більшою точністю.

## Аналіз досліджень і публікацій

У роботах [1–5] висвітлено теоретичні основи досліджень зовнішньої балістики снарядів та міститься об'ємна бібліографія робіт, присвячених цьому питанню. Як у цих монографіях, так і в наукових працях [6–9], сила лобового опору повітря описується залежностями

$$R = \frac{\rho V^2 \pi d^2}{2 \cdot 4} i c_x \left( \frac{V}{V_s} \right), \quad (1)$$

або

$$R = \frac{\rho V^2 \pi d^2}{2 \cdot 4} C_D, \quad (2)$$

де  $R$  – сила лобового опору повітря,  $V$  – швидкість снаряда,  $\rho$  – густина повітря,  $V_s$  – швидкість звуку в повітрі,  $d$  – калібр снаряда,  $i$  – коефіцієнт форми снаряда,  $c_x \left( \frac{V}{V_s} \right)$  – еталонна функція лобового опору,  $C_D$  – коефіцієнт сили опору. Величину  $\frac{\rho V^2}{2}$  називають "динамічним тиском".

У випадку врахування впливу вітру на динаміку снаряда силу лобового опору повітря описують залежністю [4, 5]

$$R = \frac{\rho \pi d^2}{8} C_D \tilde{V} (\tilde{V} - \tilde{W}), \quad (3)$$

де  $\tilde{W}$  – вектор швидкості вітру;  $\tilde{V} = |\tilde{V} - \tilde{W}|$  – модуль швидкості снаряда відносно вітру.

У монографіях [2, 3] величини зміщень дальності лету снаряда внаслідок дії супутнього (зустрічного) вітру визначають, використовуючи залежність

$$\delta X_W = W_x \left( T - \frac{\partial X}{\partial V_0} \cos \theta_0 + \frac{\partial X}{\partial \theta_0} \frac{\sin \theta_0}{V_0} \right), \quad (4)$$

де  $W_x$  – проекція швидкості вітру на вісь  $Ox$ ;  $T$  – тривалість лету снаряда;  $V_0$  – початкова швидкість снаряда;  $\theta_0$  – кут кидання;  $\frac{\partial X}{\partial V_0}$  і  $\frac{\partial X}{\partial \theta_0}$  – поправні коефіцієнти, значення яких визначають експериментально.

$$\text{Величини коефіцієнтів } C_D, \frac{\partial X}{\partial V_0} \text{ і } \frac{\partial X}{\partial \theta_0}$$

визначають з певною точністю. Окрім того, у формулах (3) і (4) не враховується тиск повітря на бічну поверхню снаряда та вплив швидкості вітру на швидкість звуку в повітрі, остання залежить від напрямку руху снаряда в просторі.

### Формулювання мети статті

Використовуючи результати полігонних досліджень, які наведені в Таблицях стрільб, та аналітичні дослідження, розроблено математичну модель визначення сили лобового опору повітря рухові снаряда [10]. Метою статті є визначення зміни дальності лету снаряда внаслідок дії на нього супутнього (зустрічного) вітру з врахуванням впливу швидкості вітру на швидкість звуку в повітрі та тиску вітру на бічну поверхню снаряда, на основі запропонованої моделі.

### Виклад основного матеріалу

Згідно з математичною моделлю [10] функціональні залежності величини сили лобового опору повітря рухові снаряда від його швидкостей описується окремо при русі з надзвуковою, підзвуковою чи дозвуковою швидкостями, тобто

$$R(t) = c_x \cdot \rho_a \cdot s_x \cdot (V(t))^{2+\gamma_i} \left( \frac{V(t)}{V_s(t)} \right)^{\beta_i}, \quad (5)$$

де  $c_x$  – коефіцієнт, який враховує аеродинамічність форми снаряда, при його поздовжньому обтіканні повітрям і пропорційності;  $\rho_a$  – густина повітря;  $s_x$  – максимальна площа поперечного перерізу снаряда;  $\gamma_i$  ( $i=1,2,3$ ) і  $\beta_i$  ( $i=1,2,3$ ) – коефіцієнти, значення яких є різними при надзвуковій ( $i=1$ ), підзвуковій ( $i=2$ ) та дозвуковій ( $i=3$ ) швидкостях.

Початок системи координат  $Oxyz$  розміщується біля дульного зрізу гаубиці. Вісь  $Ox$  скеровується в напрямку цілі та лежить у

горизонтальній площині зброї, вісь  $Oz$  – напрямляється вертикально вгору, а вісь  $Oy$  є перпендикулярною до площини  $Oxz$ , утворюючи праву систему координат  $Oxyz$ .

Методика визначення величини сили лобового опору повітря рухові снаряда при відсутності супутнього (зустрічного) вітру описана в роботі [10]. У цьому випадку сила лобового опору повітря описується формулою

$$R(t) = \frac{c_x s_x \mu_a \cdot 101325}{R_{um}} \left( 1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255} \times \frac{(V(t))^{2+\gamma_i+\beta_i}}{\left( \frac{k_a R_{um}}{\mu_a} \right)^{0,5\beta_i} (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta_i}}, \quad (6)$$

де  $\mu_a = 28,96 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$  – умовна молярна маса повітря;

$R_{um} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$  – універсальна газова стала;

$TK$  – абсолютна температура повітря в точці розташування зброї;  $k_a = 1,4$  – показник адиабати для повітря;  $zp = 111,54$  м – обумовлена стандартним атмосферним тиском 750 мм рт. ст.

### Вплив супутнього вітру на динаміку снаряда

Якщо вітер відсутній, то силу лобового опору повітря визначають, використовуючи формулу (6). Однак у реальності під час стрільби є вітер, який впливає на динаміку снаряда. У загальному випадку швидкість вітру  $\vec{W}(W_x, W_y, W_z)$  визначається трьома складовими, де  $W_x$ ,  $W_y$  і  $W_z$  – проекції швидкості вітру на осі координат.

Оскільки величина складової вітру  $W_z$  переважно є незначною, то впливом її на рух снаряда можна знехтувати. Метою статті є дослідження впливу супутнього (зустрічного) вітру на рух снаряда, тому вважаємо, що  $W_y = 0$ , і тоді

$$\vec{W} = W_x \vec{i}. \quad (7)$$

Розкладемо вектор швидкості вітру на дві складові – тангенціальну, яка скерована по дотичній до траєкторії руху снаряда, і нормальну, тобто

$$W_x \vec{i} = \vec{W}_{x\tau} + \vec{W}_{xn}. \quad (8)$$

Тангенціальна складова швидкості вітру дорівнює

$$W_{x\tau} = |\vec{W}| \cos(\vec{V}, \vec{W}) = \frac{\dot{x}(t) \cdot W_x}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}. \quad (9)$$

Оскільки сила лобового опору повітря рухові снаряда залежить від швидкості снаряда відносно повітря, то її величину визначаємо залежністю

$$\bar{R}(t) = \frac{c_x \cdot s_x \cdot \mu_a 101325}{R_{un} \cdot (TK - 0,006328z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \left(V(t) \frac{\dot{x}(t) \cdot W_x}{|V(t)|}\right)^{2+\gamma_i+\beta_i} \left(\frac{\dot{x}(t)\bar{i} + \dot{y}(t)\bar{j} + \dot{z}(t)\bar{k}}{|V(t)|}\right) V_s^{-\beta_i}$$

або

$$\bar{R}(t) = \frac{c_x \cdot s_x \cdot \mu_a 101325}{R_{un} \cdot (TK - 0,006328z(t))} \left(1 - \frac{6,5(z(t)+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \left(\frac{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2 - \dot{x}(t) \cdot W_x}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}\right)^{2+\gamma_i+\beta_i} \times \left(\frac{\dot{x}(t)\bar{i} + \dot{y}(t)\bar{j} + \dot{z}(t)\bar{k}}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}\right) V_s^{-\beta_i}. \quad (10)$$

У напрямку швидкості снаряда швидкість звуку в повітрі при наявності вітру (7) буде описуватись формулою

$$V_s(t) = \sqrt{\frac{k_a R_{un} (TK - 0,006328z(t)) + W_x \dot{x}(t)}{\mu_a}}. \quad (11)$$

Отже, сила лобового опору повітря рухові снаряда при врахуванні тангенціальної складової вітру та впливу вітру на швидкість звуку в повітрі дорівнює

$$\bar{R}(t) = \frac{c_x \cdot s_x \cdot \mu_a 101325}{R_{un} \cdot (TK - 0,006328z(t))} \left(1 - \frac{6,5(z(t)+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \left(\frac{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2 - \dot{x}(t) \cdot W_x}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}\right)^{2+\gamma_i+\beta_i} \times \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{k_a R_{un} (TK - 0,006328z(t)) + W_x \dot{x}(t)}{\mu_a}}\right)^{\beta_i}} \times \left(\frac{-\dot{x}(t)\bar{i} - \dot{y}(t)\bar{j} - \dot{z}(t)\bar{k}}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}\right). \quad (12)$$

Оскільки тангенціальна складова вітру описується залежністю

$$\bar{W}_{x\tau} = \frac{W_x \dot{x}(t)}{V(t)}, \quad \frac{\dot{x}(t)\bar{i} + \dot{y}(t)\bar{j} + \dot{z}(t)\bar{k}}{V(t)}, \quad (13)$$

то нормальна складова вітру  $\bar{W}_{xn}$  дорівнює

$$\bar{W}_{xn} = W_x \bar{i} - \bar{W}_{x\tau} \quad \text{або}$$

$$\bar{W}_{xn} = W_x \bar{i} - \frac{W_x \dot{x}(t)}{V(t)} \cdot \frac{\dot{x}(t)\bar{i} + \dot{y}(t)\bar{j} + \dot{z}(t)\bar{k}}{V(t)},$$

$$\bar{W}_{xn} = \frac{(V(t)^2 - \dot{x}(t)^2) W_x \bar{i} - W_x \dot{x}(t) \dot{y}(t) \bar{j} - W_x \dot{x}(t) \dot{z}(t) \bar{k}}{V(t)^2},$$

$$\bar{W}_{xn} = \frac{W_x}{V(t)^2} \left( (\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2) \bar{i} - \dot{x}(t) \dot{y}(t) \bar{j} - \dot{x}(t) \dot{z}(t) \bar{k} \right), \quad (14)$$

а її модуль дорівнює

$$|\bar{W}_{xn}| = \frac{|W_x|}{V(t)^2} \sqrt{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2)^2 + (\dot{x}(t) \dot{y}(t))^2 + (\dot{x}(t) \dot{z}(t))^2}. \quad (15)$$

Нормальна складова вітру  $\bar{W}_{xn}$  внаслідок поперечного обтікання снаряда повітрям спричиняє силу тиску на поздовжню поверхню снаряда. Величину сили тиску будемо визначати, використовуючи залежність

$$\bar{F}_{wn} = c_y s_y \rho_a |\bar{W}_{xn}|^{\alpha_y} \frac{\bar{W}_{xn}}{|\bar{W}_{xn}|}, \quad (16)$$

де  $c_y$  – коефіцієнт, який враховує аеродинамічність форми снаряда при його поперечному обтіканні повітрям і пропорційності;  $s_y$  – максимальна площа поздовжнього перерізу снаряда;  $\alpha_y$  – коефіцієнт пропорційності.

Підставляючи (14) і (15) в рівняння (16) і враховуючи, що

$$\frac{\bar{W}_{xn}}{|\bar{W}_{xn}|} = \frac{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2) \bar{i} - \dot{x}(t) \dot{y}(t) \bar{j} - \dot{x}(t) \dot{z}(t) \bar{k}}{\sqrt{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2)^2 + (\dot{x}(t) \dot{y}(t))^2 + (\dot{x}(t) \dot{z}(t))^2}} \text{sign} W_x,$$

отримаємо

$$\bar{F}_{wn} = c_y s_y \rho_a \times \left(\frac{|W_x|}{V(t)^2} \sqrt{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2)^2 + (\dot{x}(t) \dot{y}(t))^2 + (\dot{x}(t) \dot{z}(t))^2}\right)^{\alpha_y} \times \frac{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2) \bar{i} - \dot{x}(t) \dot{y}(t) \bar{j} - \dot{x}(t) \dot{z}(t) \bar{k}}{\sqrt{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2)^2 + (\dot{x}(t) \dot{y}(t))^2 + (\dot{x}(t) \dot{z}(t))^2}} \text{sign} W_x. \quad (17)$$

Враховуючи, що зміна густини повітря описується залежністю

$$\rho_a(z) = \frac{101325 \mu_a}{R_{un} (TK - 0,006328z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255},$$

то, підставляючи її в співвідношення (17), отримаємо

$$\bar{F}_{wn} = \frac{c_y s_y \mu_a 101325}{R_{un} (TK - 0,006328z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \left(\frac{|W_x|}{V(t)^2} \sqrt{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2)^2 + (\dot{x}(t) \dot{y}(t))^2 + (\dot{x}(t) \dot{z}(t))^2}\right)^{\alpha_y} \times \frac{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2) \bar{i} - \dot{x}(t) \dot{y}(t) \bar{j} - \dot{x}(t) \dot{z}(t) \bar{k}}{\sqrt{(\dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2)^2 + (\dot{x}(t) \dot{y}(t))^2 + (\dot{x}(t) \dot{z}(t))^2}} \text{sign} W_x. \quad (18)$$

Отже, при врахуванні дії на снаряд супутнього (зустрічного) вітру отримаємо, що на нього діють:  $\vec{P}$  – сила ваги снаряда;  $\vec{F}_{cor}$  – Кориолісова сила;  $\vec{R}$  – сила лобового опору повітря, яка при врахуванні дії тангенціальної складової супутнього вітру описується залежністю (12);  $\vec{F}_{wn}$  – сила, обумовлена дією нормальної складової супутнього вітру на бічну поверхню снаряда, яка описується співвідношенням (18).

На основі Другого закону динаміки запишеться рівняння

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}_{cor} + \vec{R} + \vec{F}_{wn}. \quad (19)$$

Проектуючи векторне рівняння (19) на осі Декартової системи координат, отримуємо систему диференціальних рівнянь, яка описує рух снаряда під дією цієї системи сил

$$\begin{aligned} m\ddot{x} = & \frac{c_x s_x \mu_a 101325}{R_{un}(TK-0,006328 z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \\ & \left(\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 - \dot{x}W_x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}\right)^{2+\gamma_i+\beta_i} \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} + \\ & \left(\sqrt{\frac{kR_{un}(TK-0,006328 z)}{\mu_a}} + \frac{\dot{x}W_x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}\right)^{\beta_i} + \\ & + \frac{c_y s_y \mu_a 101325}{R_{un}(TK-0,006328 z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \\ & \times \left(\frac{|W_x| \left[ (\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^2 + (\dot{x}\dot{y})^2 + (\dot{x}\dot{z})^2 \right]^{0,5}}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\right)^{\alpha_y} \times \\ & \times \frac{(\dot{y}^2 + \dot{z}^2) \text{sign} W_x}{\sqrt{(\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^2 + (\dot{x}\dot{y})^2 + (\dot{x}\dot{z})^2}} - \\ & - 2m\omega_e (\dot{z} \cos \lambda \cos \psi - \dot{y} \sin \lambda); \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{y} = & \frac{c_x s_x \mu_a 101325}{R_{un}(TK-0,006328 z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \\ & \left(\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 - \dot{x}W_x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}\right)^{2+\gamma_i+\beta_i} \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} + \\ & \left(\sqrt{\frac{kR_{un}(TK-0,006328 z)}{\mu_a}} + \frac{\dot{x}W_x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}\right)^{\beta_i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{c_y s_y \mu_a 101325}{R_{un}(TK-0,006328 z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \\ & \times \left(\frac{|W_x| \left[ (\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^2 + (\dot{x}\dot{y})^2 + (\dot{x}\dot{z})^2 \right]^{0,5}}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\right)^{\alpha_y} \times \\ & \times \frac{\dot{x}\dot{y} \text{sign} W_x}{\sqrt{(\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^2 + (\dot{x}\dot{y})^2 + (\dot{x}\dot{z})^2}} - \\ & - 2m\omega_e (\dot{x} \sin \lambda - \dot{z} \cos \lambda \sin \psi); \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{z} = & -mg - \frac{c_x s_x \mu_a 101325}{R_{un}(TK-0,006328 z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \\ & \left(\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 - \dot{x}W_x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}\right)^{2+\gamma_i+\beta_i} \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} + \\ & \left(\sqrt{\frac{kR_{un}(TK-0,006328 z)}{\mu_a}} + \frac{\dot{x}W_x}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}\right)^{\beta_i} + \\ & \frac{c_y s_y \mu_a 101325}{R_{un}(TK-0,006328 z)} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000}\right)^{5,255} \times \\ & \times \left(\frac{|W_x| \left[ (\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^2 + (\dot{x}\dot{y})^2 + (\dot{x}\dot{z})^2 \right]^{0,5}}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\right)^{\alpha_y} \times \\ & \times \frac{\dot{x}\dot{z} \text{sign} W_x}{\sqrt{(\dot{y}^2 + \dot{z}^2)^2 + (\dot{x}\dot{y})^2 + (\dot{x}\dot{z})^2}} - \\ & - 2m\omega_e (\dot{y} \cos \lambda \sin \psi - \dot{x} \cos \lambda \cos \psi). \quad (22) \end{aligned}$$

Під час всіх обчислень покладали, що широта розташування зброї  $\lambda = 50^\circ$  і напрямок стрільби утворює кут зі східним напрямком Землі  $\psi = 90^\circ$ .

Для визначення параметрів руху снаряда необхідно розв'язувати систему диференціальних рівнянь (20) – (22) при початкових умовах:

$$\begin{aligned} x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = V_0 \cos \theta_0, \quad y(0) = 0, \\ \dot{y}(0) = 0, \quad z(0) = 0 \quad \text{і} \quad \dot{z}(0) = V_0 \sin \theta_0, \quad (23) \end{aligned}$$

де  $V_0$  – початкова швидкість снаряда,  $\theta_0$  – кут кидання, величина якого дорівнює

$$\theta_0 = \alpha_0 + \gamma_{вер}, \quad (24)$$

де  $\alpha_0$  – кут прицілювання,  $\gamma_{вер}$  – вертикальний кут вильоту (vertical jump).

Як приклад розглядається динаміка снаряда ОФ-462Ж, випущеного з 122-мм гаубиці Д-30, заряд перший.

При здійсненні обчислень брали значення: маса снаряда –  $m=21,76$  кг; початкова швидкість –  $V_0=493\frac{M}{c}$ , площа поперечного перерізу снаряда –  $s_x=\pi\cdot 0,064^2\text{ м}^2$ ; площа поздовжнього перерізу снаряда –  $s_y=0,062258\text{ м}^2$ ; температура повітря –  $t=15$  °С, атмосферний тиск –  $p=750\text{ мм рт ст}$ , вертикальний кут вильоту (vertical jump) –  $\gamma_{вер}=14'$ .

Під час руху снаряда з надзвуковою швидкістю значення параметрів:  $\gamma_1=-0,0834$  і  $\beta_1=-0,1792$ , з підзвуковою –  $\gamma_2=-0,210832$  і  $\beta_2=3,070906$ , з дозвуковою –  $\gamma_3=-0,376219$  і  $\beta_3=-1,800171$ .

На всіх етапах руху снаряда  $c_x=0,35$ ,  $c_y=22,62$ ,  $\alpha_y=0,921$ .

Таблиця (скорочений вигляд)

Значення дальності лету снаряда та величин зміщення обнуління траєкторії руху наведені в таблицях стрільб [11] та отримані теоретично (скорочений вигляд)

$\alpha_{i0}$ , град	$W_x = 0$		$W_x = 10\frac{M}{c}$		$W_x = -10\frac{M}{c}$		$W_x = 10\frac{M}{c}$
	$x_{i0}, M$	$x_{ik}, M$	$x_{ik}, M$ $W_n=0$	$x_{ik}, \frac{M}{c}$ $W_n \neq 0$	$x_{ik}, M$ $W_n=0$	$x_{ik}, M$ $W_n \neq 0$	$x_{ik}, i$ $W_n=0$
1	2	3	4	5	6	7	8
0°00'	200 (0)	198,12	198,21 (0,09)	198,21 (0,09)	197,99 (-0,13)	198,04 (-0,08)	198,22 (0,10)
1°19'	1200 (4)	1193,62	1197,68 (4,06)	1196,85 (3,23)	1189,60 (-4,02)	1190,38 (-3,24)	1197,04 (3,42)
2°57'	2200 (14)	2203,32	2217,39 (14,07)	2214,87 (11,55)	2189,32 (-14,00)	2191,78 (-11,54)	2215,40 (12,08)
4°56'	3200 (33)	3198,75	3233,43 (34,58)	3228,45 (29,70)	3165,88 (-32,87)	3170,50 (-28,25)	3227,79 (29,04)
7°14'	4200 (62)	4183,39	4255,86 (72,47)	4247,31 (63,92)	4115,06 (-68,39)	4122,61 (-60,78)	4237,91 (54,52)
9°56'	5200 (96)	5206,44	5330,87 (124,43)	5317,37 (110,93)	5088,20 (-118,24)	5099,79 (-106,65)	5293,88 (87,44)
12°53'	6200 (132)	6207,75	6392,06 (184,31)	6372,69 (164,94)	6031,48 (-176,27)	6047,67 (-160,08)	6332,42 (124,67)
16°09'	7200 (172)	7203,75	7454,04 (250,29)	7428,16 (224,41)	6963,00 (-240,75)	6984,28 (-219,47)	7369,79 (166,04)
19°50'	8200 (213)	8204,12	8524,23 (320,11)	8491,94 (287,82)	7894,49 (-309,63)	7920,77 (-283,35)	8415,89 (211,77)
24°04'	9200 (256)	9202,38	9591,38 (389,00)	9554,57 (352,19)	8823,62 (-378,76)	8853,33 (-349,05)	9463,66 (261,28)
29°15'	10200 (301)	10199,70	10651,95 (452,25)	10616,26 (416,56)	9755,83 (-443,87)	9783,89 (-415,81)	10514,42 (314,72)
36°57'	11200 (350)	11190,96	11689,23 (498,27)	11675,14 (484,18)	10696,40 (-494,56)	10703,66 (-487,30)	11563,10 (372,14)
45°00'	11540 (375)	11535,53	12019,30 (483,77)	12062,89 (527,36)	11050,23 (-485,30)	11001,83 (-533,70)	11930,23 (394,70)
53°51'	11000 (377)	11003,78	11403,04 (399,26)	11563,22 (559,44)	10598,65 (-405,13)	10434,67 (-569,11)	11369,97 (366,19)
60°06'	10000 (364)	10010,39	10316,79 (306,40)	10595,97 (585,58)	9696,78 (-313,61)	9410,69 (-599,70)	10323,00 (312,61)
64°29'	9000 (347)	9006,09	9239,07 (232,98)	9617,82 (611,73)	8766,10 (-239,99)	8374,86 (-631,23)	9268,17 (262,08)
68°05'	8000 (329)	8001,14	8173,67 (172,53)	8641,36 (640,22)	7822,43 (-178,71)	7335,13 (-666,01)	8216,85 (215,71)
70°00'	7420 (320)	7404,82	7546,41 (141,59)	8063,11 (658,29)	7257,59 (-147,23)	6716,68 (-688,14)	7595,02 (190,20)

У таблиці в першому стовпці вказані кути прицілювання  $\alpha_{i0}$ ; у другому – дальність лету снаряда ( $x_{i0}, M$ ) при вказаному куті прицілювання та стандартних умовах стрільби, і в дужках величини поправок, обумовлені впливом балістичного супутнього вітру зі швидкістю  $V_{wx}=10\frac{M}{c}$ , які вказані

в Таблицях стрільб [11]; у третьому стовпці – дальність лету снаряда, визначена згідно з запропонованою методикою, при нормальних умовах; у четвертому та п'ятому стовпцях вказані дальності лету снаряда при швидкості вітру

$V_{wx}=10\frac{M}{c}$ , без врахування нормальної складової

швидкості вітру та з її врахуванням; у шостому і сьомому стовпцях вказані дальності лету снаряда при швидкості вітру  $V_{wx} = -10 \text{ м/с}$  без врахування нормальної складової швидкості вітру та з її врахуванням; у восьмому стовпці вказано дальність лету снаряда при врахуванні тангенціальної складової швидкості вітру  $V_{wx} = 10 \text{ м/с}$  і умові, що швидкість звуку визначається згідно з формулою

$$V_s(t) = \sqrt{\frac{k_a R_{un}(TK - 0,006328z(t)) + 10}{\mu_a}}. \quad (25)$$

Від четвертого по восьмий стовпчик у дужках вказані зміщення дальності лету снаряда, обумовлені дією вітру з відповідною швидкістю.

Порівнюючи значення дальності лету снаряда, наведені в третьому стовпці, визначені теоретично згідно з запропонованою методикою, та в другому, які вказані в Таблицях стрільб [11], їх розбіжності лежать у межах  $-18 \text{ м} \leq \Delta x_{ik} \leq 15 \text{ м}$ . Це дозволяє стверджувати, що запропонована математична модель визначення сили лобового опору повітря рухові снаряда адекватно описує фізичні процеси в повітрі.

На рис. 1 вказані зміщення дальності лету снаряда при врахування балістичного вітру зі швидкістю  $V_{wx} = 10 \text{ м/с}$  в залежності від кута прицілювання  $\alpha$ , який вимірюється в тисячних. Суцільною лінією  $d\tau(\alpha)$  – зміщення дальності лету снаряда, наведені в Таблицях стрільб. Точковою кривою  $d\tau(\alpha)$  – зміщення при врахування впливу тангенціальної складової вітру на лобовий опір повітря і швидкість звуку в повітрі. Пунктирною кривою  $d\tau n(\alpha)$  – зміщення при врахування впливу тангенціальної і нормальної складових вітру на лобовий опір повітря і швидкість звуку в повітрі.

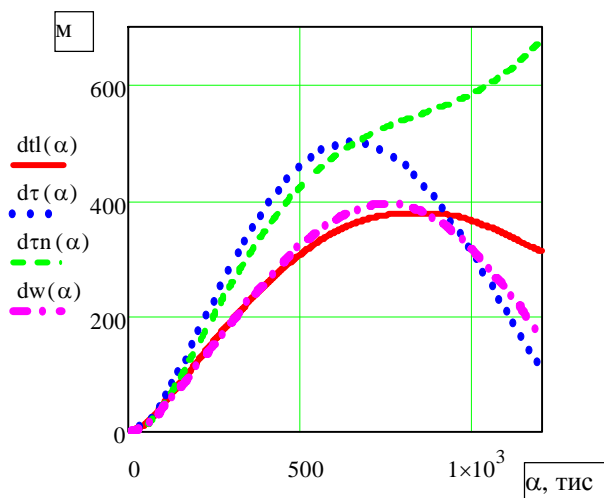


Рис. 1. Величини зміщень дальності лету снаряда

Штрих пунктирною кривою  $dw(\alpha)$  – зміщення при врахуванні впливу тангенціальної складової вітру на лобовий опір повітря і припущенні, що швидкість звуку в повітрі визначається за формулою (25).

Аналізуючи результати, наведені в таблиці і графіки кривих, наведені на рис. 1, можна стверджувати: величини зміщень дальності лету снаряда при врахуванні лише впливу тангенціальної складової швидкості вітру (крива  $d\tau(\alpha)$ ) на його рух є суттєво меншими за абсолютною величиною, від зміщень, визначених при врахуванні тангенціальної і нормальної складових вітру (крива  $d\tau n(\alpha)$ ) (вплив швидкості вітру на швидкість звуку в повітрі враховується в обох випадках);

Табличні зміщення дальності лету снаряда, наведені в Таблицях стрільб [11] (крива  $d\tau(\alpha)$ ), незначно відрізняються від величин зміщень, визначених при врахуванні тангенціальної складової швидкості вітру та визначенні швидкості звуку в повітрі згідно з формулою (25). Однак при кутах прицілювання, більших від  $52^\circ$ , різниця між їхніми значеннями зростає.

## Висновки

Розбіжності між табличними значеннями дальності лету снаряда і визначених на основі запропонованої методики визначення сили лобового опору повітря, за нормальних умов, лежать у межах  $-18 \text{ м} \leq \Delta x_{ik} \leq 15 \text{ м}$ . Це дозволяє стверджувати, що запропонована авторами математична модель визначення сили лобового опору повітря рухові снаряда адекватно описує фізичні процеси в повітрі.

Впливи нормальної складової швидкості супутнього (зустрічного) вітру на рух снаряда та швидкості вітру на швидкість звуку в повітрі є значним, якщо кут прицілювання більше  $45^\circ$ . Розбіжності між табличними зміщеннями дальностей лету снаряда, наведених у Таблицях стрільб [11], та зміщеннями дальностей лету снаряда, визначених при врахуванні тангенціальної і нормальної складових вітру та впливу вітру на швидкість звуку в повітрі, є суттєвими.

Тому для досягнення більшої точності стрільби необхідне врахування: як тангенціальної, так і нормальної складових вітру; залежності вектора швидкості звуку в повітрі від напрямків швидкостей снаряда та вітру.

Запропонована математична модель визначення лобового опору повітря рухові снаряда дозволяє враховувати вплив вектора швидкості вітру на динаміку снаряда в повітрі. Крім того, модель створює можливість враховувати вплив зміни величини і напрямку вітру зі зміною висоти лету снаряда, на його динаміку.

Отже, на основі розроблених теоретичних результатів цієї статті можна автоматизувати процеси розв'язування прямої і оберненої задач зовнішньої балістики.

### Список літератури

1. STANAG 4355 (Edition 3), The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models: NSAI0454(2009)-JAIS/4355, dated 17 April 2009. 95 p. (NATO Standardization Agency).
2. Ткачук П. П., Грабчак В. І., Корольов В. М. та ін. Теорія польоту та зовнішня балістика : навч. посіб. Львів : НАСВ, 2018. 196 с.
3. Klimi G. External Ballistics A New Approach. Xlibris Corporation LLC. 2010. 402 p.
4. McCoy R. L., Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. 2012. 328 p.
5. Carlucci Donald E., Sidney S. Jacobson Ballistics: theory and design of guns and ammunition. 2008. 514 p.
6. Lewtas Ian, Mcalister Rachael, Wallis Adam, Woodley Clive, Cullis Ian. The ballistic performance of the bombard Mons. *Meg. Defence Technology*. 2016. pp. 1259-68. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>
7. Sahoo S., Laha M.K. Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze. *Defence Science Journal*, Vol. 64, No. 6, November 2014, pp. 502-508. DOI: 10.14429/dsj.64.8110
8. Bo Zhang, Shushan Wang, Mengyu Cao, Yuxin Xu. Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law. Hindawi Publishing Corporation, *Mathematical Problems in Engineering*, 2014. Article ID 984840. 6 p, DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>
9. Величко Л.Д., Петрученко О.П., Терещук О.В., Нанівський Р.А. Зовнішня балістика снаряда, випущеного з гаубиці. *Військово-технічний збірник*. 2021. № 24. С. 13–20. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.13-20>
10. Таблиці стрільби 122-мм гаубиці Д-30, ТС № 145 : Навчальний посібник. Львів: НАСВ, 2017. 229 с.

### Reference

1. STANAG 4355 (Edition 3), The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models: NSAI0454(2009)-JAIS/4355, dated 17 April 2009. 95 p. (NATO Standardization Agency).
2. Tkachuk P. P., Hrabchak V. I., Korol'ov V. M. ta in. (2018). "Teoriya pol'otu ta zovnishnya balistyka" [Theory of flight and external ballistics]: navch. posib. L'viv : NASV, 196 p. [in Ukrainian].
3. Klimi G. (2010), External Ballistics A New Approach. Xlibris Corporation LLC. 402 p.
4. McCoy R.L. (2012), Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. 328 p.
5. Carlucci Donald E. and Jacobson Sidney S. (2008), Ballistics: theory and design of guns and ammunition. 514 p.
6. Lewtas Ian, Mcalister Rachael, Wallis Adam, Woodley Clive and Cullis Ian. (2016), The ballistic performance of the bombard Mons. *Meg. Defence Technology*. pp. 1259-68. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>
7. Sahoo S. and Laha M.K. (2014), Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze. *Defence Science Journal*, Vol. 64, No. 6, pp. 502-508. DOI: 10.14429/dsj.64.8110
8. Bo Zhang, Shushan Wang, Mengyu Cao and Yuxin Xu. (2014), Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law. Hindawi Publishing Corporation, *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID 984840, 6 p. DOI: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>
9. Velichko L.D., Petruchenko O.P., Tereshchuk O.V. and Nanivskiy R.A. (2021), "Zovnishnia balistyka snariada, vypushchenoho z haubytsi" [External ballistics of a projectile fired from a howitzer]. *Military and technical collection*. № 24. pp. 13–20. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.13-20>
10. (2017), "Tablytsi strilby 122-mm haubytsi D-30, TS № 145; Navchalnyi posibnyk" [Firing tables of the 122-mm howitzer D-30, TS No. 145; Tutorial]. Lviv: NAA. 229 p.

### INFLUENCE OF TANGENTIAL AND NORMAL COMPONENTS OF WIND SPEED ON THE FLIGHT DISTANCE OF THE PROJECTILE

P. Tkachyck, L. Velychko, M. Voitovych, M. Sorokatyi

*Based on the mathematical model proposed by the authors for determining the force of frontal air resistance motion of the projectile, the influence of the accompanying (oncoming) wind on its flight range is investigated.*

*Because the nature of the behavior of the frontal air resistance depends significantly on the speed of the projectile supersonic, subsonic or subsonic, then the functional dependence of the frontal air resistance force on speeds are described separately for each in particular. Values of characteristic functional coefficients dependencies are determined using the results of polygon studies, which are given in the tables shooting*

*In the works of other authors, the magnitude of displacements of the flight range of the projectile due to the action of the companion (oncoming) wind was determined using certain dependencies. The values of correction coefficients and resistance coefficient was determined experimentally with a certain accuracy. In addition, pressure was not taken into account of wind on the side surface of the projectile and the influence of wind speed on the speed of sound in air, the latter depends on the direction of movement of the projectile in space.*

*The work considers the influence of the tangential and normal components of the accompanying (oncoming) wind, in relation to the projectile's trajectory, to its dynamics. The effect of wind speed is also taken into account at the speed of sound in air.*

*The obtained theoretical results allow us to state that the normal component of the wind is significant affects the flight range of the projectile if its trajectory is convex.*

*The effect of the normal component of the speed of the accompanying (oncoming) wind on the movement of the projectile is not significant, if the trajectory of the projectile is flat. However, in the case of projectile movement along a convex trajectory, its influence becomes significant. Discrepancies between the tabular displacements of projectile flight distances due to the action of the companion of (oncoming) wind given in the firing tables, and displacements of projectile flight range determined at taking into account the tangential and normal components of the wind and the effect of the wind on the speed of sound in the air is essential. The obtained theoretical studies allow to automate the process of solving the straight line or inverse problems of external ballistics with arbitrary deterministic and non-deterministic values factors.*

**Key words:** gun, external ballistics, frontal air resistance, accompanying wind