

УДК 623.546

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.29.2023.65-71>

П.П. Ткачук, Л.Д. Величко, М.І. Войтович, М.І. Сорокатий

*Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів**Article history: Received 08 September 2023; Revised 18 September 2023; Accepted 30 September 2023*

ОСОБЛИВОСТІ РУХУ СНАРЯДА НА ЗАВЕРШАЛЬНОМУ ЕТАПІ З НАДЗВУКОВОЮ ШВИДКІСТЮ

Однією з основних проблем під час вивчення руху снаряда в повітрі є визначення функціональної залежності сили лобового опору повітря від швидкості снаряда. В аналітичному вигляді залежність отримати доволі проблематично. Здійснюючи експериментальні дослідження, встановлюють дискретну залежність між значеннями числа Маха і коефіцієнтом опору для конкретного типу снаряда. На основі цих залежностей визначають значення величин сили лобового опору повітря, які використовують під час розв'язування задач зовнішньої балістики.

Авторами розроблена методика визначення функціональної залежності сили лобового опору повітря від швидкості снаряда, температури повітря, атмосферного тиску та деяких інших чинників, базуючись на розв'язку оберненої задачі динаміки. Проведені експериментальні дослідження вказують, що існує три різних етапи поведінки сили лобового опору повітря – при русі снаряда з надзвуковою, підзвуковою та дозвуковою швидкостями. Тому визначають функціональну залежність сили лобового опору повітря рухові снаряда окремо для руху з надзвуковою, підзвуковою та дозвуковою швидкостями. У таблицях стрільб вказані дискретні залежності між кутом прицілювання та дальністю лету снаряда. Визначальний вплив на динаміку снаряда відіграють сила лобового опору повітря, вага снаряда і Коріолісова сила. Оскільки відомі величини і напрямки дії ваги снаряда та Коріолісової сили, напрямом сили лобового опору, то розв'язуючи обернену задачу механіки, визначають величини сили лобового опору повітря. Проте особливістю руху снаряда на завершальних етапах з підзвуковою або надзвуковою швидкостями, які зростають, є те, що виникає додаткова сила бічного тиску повітря. Вона ініційована змінним значенням вектора швидкості звуку в передній частині снаряда. У результаті проведених математичних досліджень встановлено: сила бічного тиску повітря скерована перпендикулярно до напрямку швидкості снаряда в середину його траєкторії; визначено величину її середнього значення; встановлено, що її величина залежить від напрямку швидкості та висоти переходу швидкості снаряда з дозвукової на підзвукову. Наведено графіки траєкторії руху снаряда та швидкості, якщо на завершальному етапі руху його швидкість зростаюча підзвукова і надзвукова. Здійснено порівняння кінематичних параметрів руху снаряда, визначених методом, запропонованим авторами, з результатами, наведеними в таблицях стрільб, та вказано на певні їх розбіжності.

Ключові слова: зовнішня балістика, динаміка руху снаряда, сила лобового опору повітря, надзвукова швидкість снаряда.

Постановка проблеми

Задачі зовнішньої балістики поділяють на пряму та обернену. Метою прямої задачі зовнішньої балістики є визначення координат кінцевої точки траєкторії снаряда, якщо відома величина кута прицілювання, а оберненої, навпаки, визначення величини кута прицілювання, яка забезпечить влучання снаряда в конкретну точку. Як для оберненої, так і прямої задач вважається, що відомі маса та початкова швидкість снаряда, температура повітря, атмосферний тиск, напрямом і величина швидкості вітру та інші параметри.

Полігонні дослідження переважно скеровані на встановлення дискретної залежності між кутом прицілювання та дальністю лету снаряда. На їх основі сформовані таблиці стрільби для гармат і гаубиць при

стандартних умовах та величини поправок, обумовлених нестандартними умовами стрільби [11].

Експериментальні дослідження дозволяють виявити певні особливості руху снаряда в повітрі. Проте використанням тільки експериментальних методів не завжди можна пояснити певні проблеми, які ставлять пряма та обернена задачі зовнішньої балістики. Отже, для отримання відповідей на ці проблеми необхідне поєднання теоретичних та експериментальних методів.

Аналіз досліджень і публікацій

Питанням дослідження проблем зовнішньої балістики присвячена значна кількість наукових праць. У монографіях [1-3] висвітлена історіографія цих досліджень та основи теоретичних та експериментальних

напрацювань у вивченні проблем задач зовнішньої балістики. У цих монографіях та інших наукових працях [4-9], присвячених цьому питанню, сила лобового опору повітря описується залежностями

$$R = \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d^2}{4} i c_x \left(\frac{V}{V_s} \right), \quad (1)$$

або

$$R = \frac{\rho V^2}{2} \frac{\pi d^2}{4} C_D, \quad (2)$$

де R – сила лобового опору повітря, ρ – густина повітря, V – швидкість снаряда, d – калібр снаряда, V_s – швидкість звуку в повітрі, i – коефіцієнт форми снаряда, $c_x \left(\frac{V}{V_s} \right)$ – еталонна функція лобового опору, C_D – коефіцієнт сили опору. Величину $\frac{\rho V^2}{2}$ називають динамічним тиском.

Значення коефіцієнта форми снаряда i визначається шляхом співставлення його геометричних розмірів з деяким еталонним снарядом. Еталонну функцію лобового опору повітря визначають шляхом проведення експериментальних досліджень і вона встановлює дискретну залежність між значеннями числа Маха і коефіцієнтами сили опору.

У формулах (1) і (2) сила лобового опору повітря пропорційна квадрату швидкості снаряда. Це твердження накладає суттєві обмеження на подальші теоретичні дослідження, тобто воно є неповністю доцільним. Величини коефіцієнтів форми снаряда і сили опору підбирають так, щоб зменшити розбіжності між результатами полігонних і теоретичних досліджень.

Отже, використання формул (1) і (2) при розв'язуванні прямої та оберненої задач зовнішньої балістики не повною мірою відображає фізичну сутність процесу лету снаряда в повітрі, проте дозволяє визначити кінематичні параметри руху снаряда з певною точністю при ідеальних умовах стрільби. Проте, переважно стрільба ведеться при неідеальних умовах і тому для визначення диференціальних коефіцієнтів (величин поправок) необхідне проведення додаткових експериментальних досліджень.

Формулювання мети статті

У залежності від початкової швидкості снаряда він може рухатись з надзвуковою, підзвуковою та дозвуковою спадними швидкостями. Проте на завершальних етапах руху снаряда, якщо проєкція ваги на напрямок швидкості буде більшою від абсолютної величини сили лобового опору повітря, то снаряд буде рухатись зі зростаючою швидкістю. Якщо в цьому випадку швидкість снаряда буде підзвукова або надзвукова, то навколо його передньої частини утворюється

ущільнений шар повітря, густина якого залежить від величин швидкостей снаряда і звуку в повітрі та інших чинників. Швидкість звуку в повітрі залежить від напрямку його поширення, тому густина повітря буде розподілена несиметрично відносно осі симетрії снаряда. Отже, метою статті є дослідження впливу несиметричного розподілу густини повітря на рух снаряда, тобто вивчення особливостей його руху зі зростаючими підзвуковою і надзвуковою швидкостями.

Виклад основного матеріалу

У роботі [10] сформульована математична модель визначення функціональної залежності величини сили лобового опору повітря рухові снаряда від його швидкості. Вказано, що вона описується залежністю

$$R(t) = c_x \cdot \rho_a \cdot s_x \cdot (V(t))^{2+\gamma_i} \left(\frac{V(t)}{V_s(t)} \right)^{\beta_i} \quad (3)$$

і значення його коефіцієнтів γ_i ($i=1,2,3$) і β_i ($i=1,2,3$) є різними при надзвуковій ($i=1$), підзвуковій ($i=2$) та дозвуковій ($i=3$) швидкостях.

У формулі (3) мають місце позначення: c_x – коефіцієнт, який враховує аеродинамічність форми снаряда при його повздовжньому обтіканні повітрям і пропорційності; ρ_a – густина повітря; s_x – максимальна площа поперечного перерізу снаряда.

Початок системи координат $Oxuz$ розміщується в точці розташування зброї. Вісь Ox скеровується в напрямку цілі та лежить у горизонтальній площині зброї, вісь Oz – напрямляється вертикально вгору, а вісь Oy є перпендикулярною до площини Oxz , утворюючи праву систему координат.

У випадку відсутності вітру функціональна залежність сили лобового опору повітря від швидкості снаряда та інших чинників описується формулою

$$R(t) = \frac{c_x s_x \mu_a \cdot 101325}{R_{un}} \left(1 - \frac{6,5(z+zp)}{288000} \right)^{5,255} \times \frac{(V(t))^{2+\gamma_i+\beta_i}}{\left(\frac{k_a R_{un}}{\mu_a} \right)^{0,5\beta_i} (TK - 0,006328 z(t))^{1+0,5\beta_i}}, \quad (4)$$

де $\mu_a = 28,96 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}$ – умовна молярна маса повітря,

$R_{un} = 8314 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала,

TK – абсолютна температура повітря в точці розташування зброї, $k_a = 1,4$ – показник адиабати для повітря, $zp = 111,54 \text{ м}$ – обумовлена атмосферним тиском 750 мм рт. ст.

Приклад. Проведемо дослідження руху снаряда Projectiles, HE, M795 і M795M; Fuze, PD, M739A1,

випущеного з гаубиці М777А2. Під час проведення досліджень брались наступні значення параметрів:

$$m = 46,947 \text{ кг}, s_x = \pi \cdot 0,078^2 \text{ м}^2 \text{ і } c_x = 0,35.$$

Оскільки початкова швидкість снаряда $V_0 = 671 \text{ м/с}$, то він при кутах прицілювання $0 \text{ mil} < \alpha \leq 1535 \text{ mil}$ буде рухатись тільки з надзвуковою швидкістю. Значення коефіцієнтів у формулі (4) наступні: $\gamma_1 = -0,1033906$ і $\beta_1 = -0,286434$. Розглядався рух снаряда під дією сили лобового опору повітря, ваги снаряда та Кориолісової сили.

Оскільки ця таблиця сформована при врахуванні атмосферного тиску 760 мм рт. ст., то у формулі (4) $z_p = 0 \text{ м}$. (У цій та наступних таблицях вказані кінематичні параметри руху снаряда для: початку і закінчення етапу; найбільших додатних та від'ємних відхилень між теоретичними та табличними [11] значеннями дальності лету снаряда; вибіркового, якому

в таблиці [11] вказані кут падіння, кінцева швидкість та максимальна висота траєкторії руху снаряда).

У таблиці 1 мають місце позначення: α_i – кут прицілювання; t_{ik} – тривалість лету снаряда; θ_{ic} – кут падіння; x_{ik} – горизонтальна координата точки обнуління траєкторії руху снаряда; \dot{x}_{ik} і \dot{z}_{ik} – проєкції швидкості на відповідні осі координат у момент обнуління траєкторії; V_{ik} – кінцева швидкість снаряда; H_i – максимальна висота траєкторії; x_{iH} – горизонтальна дальність до вершини траєкторії, S_i – довжина траєкторії руху снаряда. У дужках вказані значення параметрів руху снаряда, наведені в таблицях стрільб [11].

Таблиця 1

Значення кінематичних параметрів руху снаряда, якщо він рухається з надзвуковою швидкістю, отримані теоретично та наведені в таблицях стрільб [11]

$\alpha_i, (i=\overline{1,85}),$ <i>mil</i>	t_{ik}, c	$\theta_{ic}, град$	$x_{ik}, м$	$\dot{x}_{ik}, м/с$	$\dot{z}_{ik}, м/с$	$V_{ik}, м/с$	$H_i, м$	$x_{iH}, м$	$S_i, м$
$\alpha_1 = 0$	0,0	0°0'	0,0	671,0	0,0	671	0,0	0,0	0,0
$\alpha_2 = 1,2$	0,1610 (0,1)	0°04'	107,60 (100)	665,72	-0,79	665,72	0,03	53,91	107,6
$\alpha_{35} = 45,0$	5,7693 (5,8)	3°01'	3391,96 (3400)	516,30	-27,16	517,01	40,85	1770	3393
$\alpha_{81} = 142,1$	16,7609 (16,8)	12°12' (12°19')	7999,95 (8000)	345,45	-74,72	353,44 (354)	346,1 (347)	4429	8040
$\alpha_{85} = 153,5$	17,9507 (18,0)	13°28'	8399,02 (8400)	332,77	-79,64	342,17	397,2	4674	8450

Нааявність розбіжностей між теоретичними і табличними [11] значеннями тривалості лету і повної горизонтальної дальності, кінцевої швидкості та максимальної висоти траєкторії на етапі руху снаряда з надзвуковою швидкістю є незначними.

При кутах прицілювання $1565 \text{ mil} < \alpha \leq 2986 \text{ mil}$ швидкість снаряда під час лету змінюється з надзвуковою на підзвукову. Умовою завершення етапу руху снаряда з надзвуковою швидкістю є порушення умови

$$V(t) > V_s(t). \quad (5)$$

Тому в момент часу, коли швидкість снаряда стає меншою від швидкості звуку в повітрі, то він починає рухатись з підзвуковою швидкістю. (Зуваження: величина швидкості звуку зменшується зі зростанням висоти лету снаряда) На цьому етапі значення у формулі (4) $\gamma_2 = -0,2005894$ і $\beta_2 = 1,5681729$.

Таблиця 2

Значення кінематичних параметрів руху снаряда, якщо під час лету його швидкість змінюється з надзвуковою на підзвукову, отримані теоретично та наведені в таблицях стрільб [11]

$\alpha_i, (i=\overline{86,124}),$ <i>mil</i>	t_{ik}, c	$\theta_{ic}, град$	$x_{ik}, м$	$\dot{x}_{ik}, м/с$	$\dot{z}_{ik}, м/с$	$V_{ik}, м/с$	$H_i, м$	$x_{iH}, м$	$S_i, м$
$\alpha_{86} = 156,5$	18,2608 (18,3)	13°48'	8500,55 (8500)	330,03	-81,03	339,83	411,1	4736	8555
$\alpha_{87} = 159,5$	18,5687 (18,6)	14°08'	8600,68 (8600)	328,33	-82,64	338,57	425,2	4798	8658
$\alpha_{109} = 235,2$	25,7659 (25,8)	21°54'	10793,58 (10800)	294,95	-118,61	317,91	836,5	6152	10968
$\alpha_{121} = 285,1$	30,1246 (30,2)	26°32' (26°50')	11997,29 (12000)	278,94	-139,29	311,78 (309)	1159 (1162)	6870	12295
$\alpha_{124} = 298,6$	31,2685 (31,4)	27°44'	12298,71 (12300)	275,09	-144,60	310,78	1252	7045	12637

Порівнюючи теоретичні та табличні [11] значення тривалості лету і повної горизонтальної дальності, кінцевої швидкості та максимальної висоти траєкторії наведених у таблиці 2, можна стверджувати, що розбіжності між ними є незначними. Завершенням етапу руху снаряда з підзвуковою швидкістю є момент часу, коли порушується умова нерівності

$$V(t) > V(t + \Delta t), \quad (6)$$

де $\Delta t > 0$. Здійснюючи обчислення, отримаємо, що величина швидкості снаряда, коли завершується його рух з підзвуковою швидкістю, дорівнює $V_{trans} = 310,7 \frac{M}{c}$ при нульовій висоті над рівнем зброї.

При кутах прицілювання в межах $303,2 \text{ mil} \leq \theta_0 \leq 423,8 \text{ mil}$ (дальність стрільби змінюється в межах від 12400 до 14700 метрів) спостерігається три етапи зміни швидкості снаряда під час його лету. На першому етапі снаряд рухається з надзвуковою швидкістю і момент завершення етапу описується умовою (5). На другому – з підзвуковою і момент завершення етапу визначається з використанням умови (6). На третьому етапі снаряд рухається з дозвуковою швидкістю і у формулі (4) значення параметрів $\gamma_3 = -0,1377021$ і $\beta_3 = 5,4125532$.

Таблиця 3

Значення кінематичних параметрів руху снаряда, якщо його швидкість спочатку є надзвуковою, потім підзвуковою і, нарешті, дозвуковою, отримані теоретично та наведені в таблицях стрільб [11]

$\alpha_i, (i=125,148),$ <i>mil</i>	t_{ik}, c	$\theta_{ic}, град$	x_{ik}, m	$\dot{x}_{ik}, \frac{M}{c}$	$\dot{z}_{ik}, \frac{M}{c}$	$V_{ik}, \frac{M}{c}$	H_i, m	x_{iH}, m	S_i, m
$\alpha_{125} = 303,2$	31,6553 (31,8)	28°08'	12399,3 (12400)	273,82	-146,38	310,49	1285	7103	12752
$\alpha_{126} = 307,8$	32,0407 (32,2)	28°32'	12498,8 (12500)	272,56	-148,15	310,22	1317	7160	12866
$\alpha_{141} = 383,7$	38,2147 (38,3)	34°41' (34°59')	14003,0 (14000)	254,38	-176,06	309,37 (308)	1893 (1897)	7987	14664
$\alpha_{146} = 412,0$	40,4392 (40,6)	36°47'	14503,2 (14500)	248,43	-185,79	310,22	2124	8247	15299
$\alpha_{148} = 423,8$	41,3561 (41,5)	37°38'	14702,7 (14700)	246,026	-189,73	310,68	2223	8349	15560

Порівнюючи теоретичні та табличні [11] значення тривалості лету і повної горизонтальної дальності, кінцевої швидкості та максимальної висоти траєкторії руху снаряда, наведених у таблиці 3, можна стверджувати, що розбіжності між ними є незначними.

Завершенням етапу руху снаряда з дозвуковою швидкістю є невиконання умови

$$V(t) < \frac{V_{trans} \cdot V_s(t)}{340225}. \quad (7)$$

При кутах прицілювання в межах $429,8 \text{ mil} \leq \theta_0 \leq 1268,2 \text{ mil}$ (дальність стрільби змінюється в межах від 14800 до 18200 метрів і потім від 18200 метрів до 10700 метрів) спостерігаються наступні етапи зміни швидкості. На першому етапі снаряд рухається з надзвуковою швидкістю, на другому – з підзвуковою, на третьому – з дозвуковою швидкістю і потім – з підзвуковою та надзвуковою зростаючими швидкостями.

Під час руху снаряда зі зростаючими підзвуковою та надзвуковою швидкостями перед передньою частиною снаряда відбувається ущільнення повітря, густина якого значно більша від звичайного. Оскільки швидкість снаряда весь час зростає, то густина

збільшується. Величина швидкості звуку в повітрі залежить від його напрямку поширення. Градієнт швидкості звуку скерований донизу. Під час руху снаряда по випуклій криволінійній траєкторії донизу в околі передньої частини снаряда виникає асиметричний розподіл тиску повітря, який спричиняє тиск на бічну поверхню снаряда. На основі значної кількості числових досліджень встановлено, що виникає сила бічного тиску повітря \bar{F}_{sw} на снаряд, яка скерована перпендикулярно до його швидкості. Досліджено, що сила бічного тиску є змінною величиною та залежить від висоти руху снаряда та напрямку його швидкості. Функціональну залежність величини бічного тиску від цих параметрів не визначено, однак визначено середнє значення сили бічного тиску. Останнє визначалось з умови, що теоретична дальність лету снаряда повинна дорівнювати табличному значенню.

Отже, на завершальних етапах руху снаряда динаміка його описується рівнянням

$$m\bar{a} = \bar{R} + \bar{P} + \bar{F}_{cor} + \bar{F}_{sw}, \quad (8)$$

де сила лобового опору описується формулою (4) і значення параметрів $\gamma_4 = \gamma_3$, $\beta_4 = \beta_3$.

Таблиця 4

Значення кінематичних параметрів руху снаряда та сили бічного тиску, якщо його швидкість змінювалась від надзвуковою, до підзвукової та дозвукової, нарешті, підзвукової і надзвукової зростаючих, отримані теоретично та наведені в таблицях стрільб [11]

$\alpha_i, (i=\overline{149,260}),$ <i>mil</i>	t_{ik}, c	$\theta_{ic}, град$	x_{ik}, m	$\dot{x}_{ik}, m/c$	$\dot{z}_{ik}, m/c$	$V_{ik}, m/c$	H_i, m	F_{sw}, H
$\alpha_{149} = 429,8$	41,82 (42,0)	38°04'	14802 (14800)	244,8	-191,7	310,9	2274	0,000
$\alpha_{151} = 442,1$	42,77 (42,9)	38°55' (39°12')	15002 (15000)	242,4	-195,7	311,5 (311)	2379 (2384)	0,000
$\alpha_{161} = 509,5$	47,85 (48,0)	43°19' (43°32')	15999 (16000)	229,4	-216,3	315,3 (315)	2979 (2985)	0,000
$\alpha_{171} = 591,8$	53,86 (54,1)	48°06' (48°19')	16995 (17000)	214,0	-238,5	320,4 (320)	3763 (3766)	0,000
$\alpha_{181} = 717,5$	62,63 (63,0)	54°37' (54°44')	18000 (18000)	189,8	-267,3	327,8 (328)	5044 (5038)	0,101
$\alpha_{186} = 906,1$	74,56 (75,6)	64°26' (63°10')	18000 (18000)	145,1	-303,5	336,4 (337)	7061 (7030)	0,820
$\alpha_{196} = 1011,7$	80,41 (81,9)	70°36' (67°30')	17000 (17000)	113,0	-320,6	340,0 (341)	8171 (8115)	1,569
$\alpha_{206} = 1075,7$	83,61 (85,4)	74°37' (70°09')	16000 (16000)	90,6	-329,4	341,7 (342)	8812 (8733)	2,132
$\alpha_{216} = 1125,5$	85,93 (87,9)	78°04' (72°10')	15000 (15000)	70,9	-335,4	342,8 (343)	9286 (9181)	2,680
$\alpha_{226} = 1167,3$	87,73 (89,9)	81°19' (73°58')	14000 (14000)	51,9	-339,8	343,7 (344)	9663 (9531)	3,269
$\alpha_{236} = 1203,3$	89,16 (91,5)	84°43' (75°33')	13000 (13000)	31,7	-342,9	344,3 (345)	9969 (9811)	3,989
$\alpha_{246} = 1234,5$	90,31 (93,0)	88°33' (77°07')	12000 (12000)	8,8	-344,7	344,8 (345)	10219 (10036)	4,933
$\alpha_{256} = 1261,1$	91,21 (94,5)	90°00' (78°38')	11000 (11000)	0,0	-345,1	345,1 (345)	10420 (10214)	6,453
$\alpha_{260} = 1268,2$	91,43 (94,9)	90°00'	10700 (10700)	0,0	-345,2	345,1	10471	7,747

У таблиці 4 в останньому стовпчику вказана середня величина сили бічного тиску та її розмірність $[F_{sw}] = H$. Порівнюючи теоретичні та табличні [11] значення в таблиці 4, можна стверджувати:

- теоретична тривалість лету снаряда є меншою від вказаної в таблиці та зі збільшенням кута прицілювання різниця між ними зростає і досягає 3,5 секунди;
- різниця між значеннями кута падіння, визначених теоретично і вказаних в таблиці, є суттєвою;
- кінцеві швидкості снаряда в обох випадках майже однакові;
- теоретичні висоти траєкторії руху снаряда є більшими від вказаних в таблиці і зі збільшенням кута прицілювання різниця між ними зростає;
- величина сили бічного тиску зі збільшенням кута прицілювання зростає.

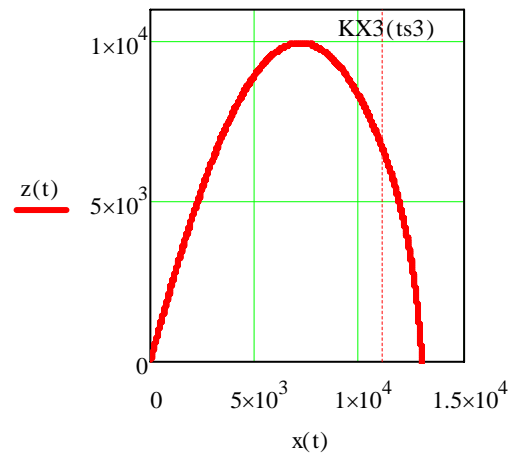


Рис. 1. Траєкторія руху снаряда, випущеного під кутом $\alpha = 1203,3 \text{ mil}$

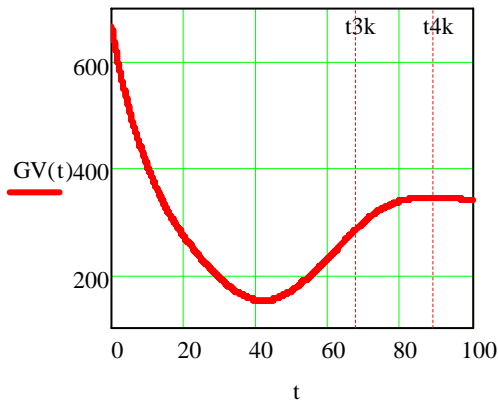


Рис. 2. Графік зміни швидкості снаряда, випущеного під кутом $\alpha=1203,3\text{ mil}$

На проміжку від $KX3(ts3)$ до приземлення снаряда він рухається з підзвуковою та надзвуковою зростаючими швидкостями.

На проміжку часу ($t3k, t4k$) снаряд рухається з підзвуковою і надзвуковою зростаючими швидкостями.

Висновок

Розбіжності між теоретично визначеними координатами точок обнуління траєкторії на основі запропонованої математичної моделі та наведеними в таблицях стрільб є в межах 7 метрів, що дає підстави стверджувати про адекватність запропонованої моделі. Авторами встановлено, що у випадку руху снаряда зі зростаючими підзвуковою і надзвуковою швидкостями виникає сила бічного тиску повітря. Остання є напрямлена перпендикулярно до швидкості снаряда і в середину його траєкторії руху. Функціональну залежність величини сили бічного тиску повітря проблематично визначити. Однак, використовуючи метод оберненої задачі, визначено середнє значення її величин. Встановлено, що величина сили бічного тиску повітря залежить від висоти переходу швидкості снаряда з дозвукової на зростаючу підзвукову та напрямку швидкості.

Знання функціональної залежності сили лобового опору повітря рухові снаряда дозволяє, використовуючи відповідне програмне забезпечення, автоматизувати процес визначення кута прицілювання для кожної гармати з врахуванням стандартних і нестандартних умов стрільби, щоб забезпечити влучання снаряда в задану ціль.

Список літератури

1. McCoy R. L., Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. 2012. 328 p.
2. Carlucci, Donald E. Ballistics: theory and design of guns and ammunition / by Donald E. Carlucci and Sidney S. Jacobson. 2008. 514 page.
3. Lewtas Ian, Mcalister Rachael, Wallis Adam, Woodley Clive, Cullis Ian. The ballistic performance of the bombard Mons Meg. Defence Technology 12(2016) 59-68. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>

4. Sahoo S., Laha M.K. Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze. Defence Science Journal, Vol. 64, No. 6, November 2014, pp. 502-508, DOI: 10.14429/dsj.64.8110

5. Bo Zhang, Shushan Wang, Mengyu Cao, Yuxin Xu. Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law. Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering, Volume 2014, Article ID 984840, 6 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>

6. Balon Rastislav, Komenda Jan. Analysis of the 155 mm ERFB / BB projectile trajectory. Advances in MT. 10/2006, 10: 91-114.

7. Liang Ke. Optimal design of the aerodynamic parameters for supersonic two-dimensional guided artillery projectile / Ke Liang, Zheng Huang, Jing-min Zhang // Defence Technology. – 2017. – №13. – P. 206-211. <https://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2017.05.003/>

8. Theoretical and experimental research of supersonic missile ballistics / B. Zygmunt, K. Motyl, B. Machowski, M. Makowski, E. Olejniczak, T. Rasztabiga // Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. – 2015. – 63(1). – P. 229-233. <https://doi.org/10.1515/bpasts-2015-0027/>

9. Грабчак В.І. Аналіз існуючих та перспективних методів визначення сили опору повітря руху снарядів / В. І. Грабчак, С. В. Бондаренко. // Військово-технічний збірник. – 2013. – №2(9). – С. 13-19. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.9.2013.13-19>.

10. Величко Л.Д., Петрученко О.С., Терещук О.В., Нанівський Р.А. Зовнішня балістика снаряда, випущеного з гаубиці. Військово-технічний збірник. – 2021. – Випуск 24. – стор. 13-20. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.13-20>

11. Abridged FT 155-AR-2, Part 1. Firing Tables for Cannon, 155MM Howitzer, M284 on Howitzer, Medium, Self-propelled, 155MM, M109A5, M109A6 and M109A7 and Cannon, 155MM Howitzer, M776 on Howitzer, MEDIUM, Towed, 155MM, M777, M777A1 and M777A2 Firing Projectile, HE, M795. Controlled By: U.S. Army DEVCOM Armaments Center. (U) Headquarters, Department of the Army. Washington, DC, 15 April 2020. p. 572.

References

1. McCoy R. L., Modern Exterior Ballistics. The Launch and Flight Dynamics of Symmetric Projectiles. 2012. 328 p.
2. Carlucci, Donald E. Ballistics: theory and design of guns and ammunition / by Donald E. Carlucci and Sidney S. Jacobson. 2008. 514 page.
3. Lewtas Ian, Mcalister Rachael, Wallis Adam, Woodley Clive, Cullis Ian. The ballistic performance of the bombard Mons Meg. Defence Technology 12(2016) 59-68. <https://doi.org/10.1016/j.dt.2015.12.001>
4. Sahoo S., Laha M.K. Coefficient of Drag and Trajectory Simulation of 130 mm Supersonic Artillery Shell with Recovery Plug or Fuze. Defence Science Journal, Vol. 64, No. 6, November 2014, pp. 502-508, DOI: 10.14429/dsj.64.8110
5. Bo Zhang, Shushan Wang, Mengyu Cao, Yuxin Xu. Impacts of Deflection Nose on Ballistic Trajectory Control Law. Hindawi Publishing Corporation, Mathematical Problems in Engineering, Volume 2014, Article ID 984840, 6 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2014/984840>
6. Balon Rastislav, Komenda Jan. Analysis of the 155 mm ERFB / BB projectile trajectory. Advances in MT. 10/2006, 10: 91-114.

7. Liang Ke. Optimal design of the aerodynamic parameters for supersonic two-dimensional guided artillery projectile / Ke Liang, Zheng Huang, Jing-min Zhang // Defence Technology. – 2017. – №13. – P. 206-211. [http://dx.doi.org/ 10.1016/j.dt.2017.05.003/](http://dx.doi.org/10.1016/j.dt.2017.05.003/)

8. Theoretical and experimental research of supersonic missile ballistics / B. Zygmunt, K. Motyl, B. Machowski, M. Makowski, E. Olejniczak, T. Rasztabiga // Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. – 2015. – 63(1). – P. 229-233. <https://doi.org/10.1515/bpasts-2015-0027/>

9. Grabchak, V.I. and Bondarenko, S.V. «Analiz isnuyuchykh ta perspektyvnykh metodiv vyznachennya syly oporu povitrya ruhu snaryadiv» [Analysis of existing and perspective methods for determining the air resistance force of the projectiles movement], Military Technical Collection. No. №2(9). – С. 13-19. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.9.2013.13-19.>

10. Velychko L., Petruchenko O., Tereshchuk O., Naniivskiy R. (2021), “Zovnishnia balistica snariada, vipyschenogo z gaubici”. [Exterior ballistics howitzer projectile]. *Military Technical Collection*. Lviv, 2021. № 24. С. 13-20. DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.24.2021.13-20>[in Ukrainian]

11. Abridged FT 155-AR-2, Part 1. Firing Tables for Cannon, 155MM Howitzer, M284 on Howitzer, Medium, Self-propelled, 155MM, M109A5, M109A6 and M109A7 and Cannon, 155MM Howitzer, M776 on Howitzer, MEDIUM, Towed, 155MM, M777, M777A1 and M777A2 Firing Projectile, HE, M795. Controlled By: U.S. Army DEVCOM Armaments Center. (U) Headquarters, Department of the Army. Washington, DC, 15 April 2020. p. 572.

MOVEMENT CHARACTERISTICS OF A PROJECTILE AT THE FINAL STAGE WITH SUPERSONIC SPEED

P. Tkachyck, L. Velychko, M. Voitovych, M. Sorokatyi

One of the key challenges in studying the movement of a projectile in the air is determining the functional relationship between the air resistance force and the projectile's velocity. Obtaining this relationship analytically can be quite problematic. Therefore, discrete dependencies between the Mach number and the drag coefficient for a specific type of projectile are established through experimental research. These relationships are used to determine the values of the aerodynamic drag force, which are crucial for solving problems in external ballistics.

The authors have developed a methodology for determining the functional relationship between the aerodynamic drag force and the projectile's velocity, the speed of sound in the air, and some other factors based on solving the inverse dynamics problem. Experimental studies indicate that there are three different stages of aerodynamic drag force behavior: during the movement of the projectile at supersonic, subsonic, and transonic speeds. Therefore, the functional dependence of the aerodynamic drag force on the projectile's motion is determined separately for supersonic, subsonic, and transonic speeds. The shooting tables provide discrete dependencies between the aiming angle and the projectile's flight distance. The dynamics of the projectile are significantly influenced by the aerodynamic drag force, the projectile's weight, and the Coriolis force. Since the magnitudes and directions of the weight and Coriolis force are known, solving the inverse mechanics problem allows us to determine the values of the aerodynamic drag force. However, a particular feature of the projectile's motion at the final stages with subsonic or supersonic speeds, which are increasing, is the emergence of an additional lateral air pressure force. This force is initiated by the variable velocity vector in the front part of the projectile. As a result of mathematical research, it has been established that the lateral air pressure force is directed perpendicular to the projectile's velocity direction within its trajectory, and its average value has been determined. It has also been found that its magnitude depends on the direction of the velocity and the altitude transition of the projectile's speed from subsonic to supersonic. Trajectory graphs of the projectile's motion and speed are provided for the final stage when its speed is increasing from subsonic to supersonic. A comparison of the kinematic parameters of the projectile's motion determined by the authors' method with the results provided in the shooting tables reveals certain discrepancies.

Keywords: external ballistics, projectile motion dynamics, aerodynamic drag force, supersonic projectile speed.

УДК 519.8

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.29.2023.71-81>

О.К. Фурсенко, Н.М. Черновол, Г.М. Антоненко

Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

Article history: Received 18 July 2023; Revised 25 July 2023; Accepted 30 September 2023

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БОЙОВИХ ДІЙ НА ДВОХ ДІЛЯНКАХ ЗІТКНЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ І ПАКЕТА СИМВОЛЬНОЇ МАТЕМАТИКИ WOLFRAM MATHEMATICA

Робота присвячена важливій проблемі моделювання бойових дій на різних ділянках зіткнення з можливістю перерозподілу бойових ресурсів в ході бою. Сформульована задача динамічного програмування з функцією цілі як функцією втрат супротивника, що визначаються за допомогою системи диференціальних рівнянь Ланчестера в умовах “високоорганізованого” бою, потребує використання однієї з систем комп’ютерних обчислень. В роботі за допомогою пакета Wolfram Mathematica наводиться комп’ютерна