

РОЗРОБЛЕННЯ ТА МОДЕРНІЗАЦІЯ ОВТ

УДК 621.27

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.32.2025.3-9>

Л.Д. Величко, Р.А. Ковальчук, Н.Б. Сокульська

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

Article history: Received 03 February 2025; Revised 24 February 2025; Accepted 04 March 2025

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ У ВАНТАЖОПІДІЙМАЛЬНИХ СТРІЛОВИХ КРАНАХ

Стаття присвячена дослідженню нестационарних режимів роботи вантажопідіймальних стрілових кранів. Найбільш небезпечні динамічні навантаження, які діють у механізмі вантажопідіймальної машини, виникають протягом перехідних процесів. Додаткові зусилля та моменти в елементах механізму підйому вантажу зумовлюють їхнє швидке старіння, втому металу та, врешті решт, вихід з ладу. Знизити рівень динамічних навантажень можливо завдяки розробленню раціональних режимів роботи крана та внесенню змін до конструкції механізму (встановлення пружних муфт, гасників коливань тощо). В статті запропоновано математичну модель динамічних процесів стрілової системи крана з чотирма ступенями вільності. Математична модель включає в себе диференціальні рівняння руху вантажу, поворотного механізму зі стрілою та барабана. Проведено аналіз результатів математичного моделювання та побудовано графічні залежності кутів повороту і кутових швидкостей в часі розглядуваних рухомих елементів крана та вантажу. Обґрунтована можливість застосування математичного моделювання для підвищення ефективності експлуатації вантажопідіймального стрілового крана.

Ключові слова: динамічні процеси, вантажопідіймальний стріловий кран, рівняння руху, коливальні явища.

Постановка проблеми

Під час запуску, зміни режиму роботи привода або гальмування стрілового вантажопідіймального крана виникають інтенсивні коливальні явища, які спричиняють значне зростання зусиль у елементах його конструкції. Динамічні навантаження значною мірою визначають міцність елементів конструкції та суттєво зменшують точність та ефективність виконаних машиною операцій. Крім того, механічні коливання, що виникають під час перехідних процесів, призводять до накопичення втомних пошкоджень у матеріалах і знижують ресурс елементів конструкції, а отже, і технічного об'єкта в цілому. Особливо це стосується підйально-транспортної техніки, де приводні системи працюють в умовах перехідних режимів.

Особливість аналізу процесів пуску приводних систем полягає в тому, що для забезпечення достатньої точності розрахунків необхідно детально врахувати не лише інерційні та пружно-дисипативні характеристики механічних ланок, а й динамічні властивості приводних двигунів. При побудові математичних моделей динамічних процесів нерідко постає потреба сумісного розгляду коливальних явищ різної фізичної природи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Класифікація, будова, технічна характеристика вантажопідіймальних кранів наведені у працях [2, 3]. Теорія коливань та основи дослідження динаміки підйально-транспортних машин викладені в працях [1, 4]. Розрахункові підходи до врахування впливу відцентрових сил інерції на характер коливань вантажу при повороті стріли крана представлені в роботах [6, 8]. Задачі зменшення амплітуди коливань вантажу при повороті стріли крана проаналізовані в роботах [5, 12]. Застосування методу скінчених елементів для розрахунку міцності конструкцій кранів наведено у праці [9]. У деяких дослідженнях для опису динамічних процесів механічної системи використано функцію Лагранжа [10, 11] та проаналізовано рівняння руху вантажу на канаті крана, що здійснює обертальний і поступальний рух.

Проте, необхідно зазначити, що у згаданих дослідженнях приділяється недостатньо уваги аналізу перехідних режимів роботи стрілового крана із урахуванням вертикального руху вантажу шляхом намотування канату на барабан, що і зумовлює актуальність цієї роботи.

Формулювання мети статті

Метою статті є розроблення математичної моделі перехідних режимів роботи стрілового вантажопідіймального крана із урахуванням одночасно вертикального та горизонтального рухів вантажу шляхом намотування канату на барабан і застосування її для обґрунтування раціональних режимів роботи таких машин.

Виклад основного матеріалу

Математична модель динамічних процесів у вантажопідіймальних стрілових кранах включає систему диференціальних рівнянь, які одночасно описують і підймання вантажу, і поворот стріли відносно своєї осі, і коливання вантажу у вертикальній та горизонтальних площинах. Модель побудована за схемою рівняння Лагранжа другого роду з чотирма ступенями вільності.

На рис. 1 зображена розрахункова схема стрілової системи вантажопідіймального стрілового крана.

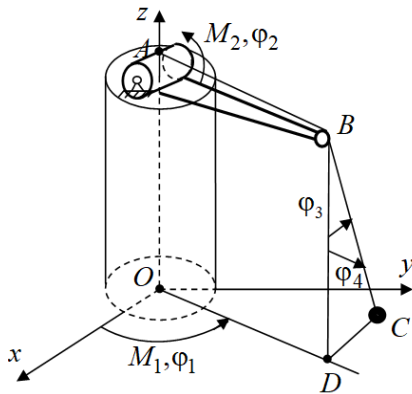


Рис. 1. Розрахункова схема вантажопідіймального стрілового крана

В розрахунковій моделі прийняті наступні позначення: I_1 – сумарний момент інерції башти та стріли відносно осі обертання крана; I_2 – момент інерції барабана з елементами його привода; M_1 – момент двигуна, що приводить в рух поворотний механізм башти зі стрілою; M_2 – момент двигуна барабана; m_C – маса вантажу; r – радіус барабана, на який намотується канат; R – виліт стріли; l_0 – початкова довжина гнучкого підвісу вантажу; φ_1 – кутова координата обертального механізму; φ_2 – кутова координата барабана; φ_3, φ_4 – кутові координати вантажу.

Рух механічної системи описується із використанням рівняння Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j, \quad (j=1, 2, \dots, n), \quad (1)$$

де T, Π – кінетична і потенціальна енергії системи; q_j – узагальнена координата; t – час; Q_j – узагальнена сила по j координаті; n – число ступенів вільності механічної системи (у цьому випадку $n=3$).

Визначимо кінетичну енергію системи

$$T = \sum_{i=1}^3 T_i \quad \text{як функцію узагальнених координат і}$$

швидкостей, T_i – кінетична енергія окремих тіл (барабана, башти та вантажу). При цьому кутові швидкості тіл пов'язані з узагальненими координатами:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1; \quad \frac{d\varphi_2}{dt} = \omega_2; \quad \frac{d\varphi_3}{dt} = \omega_3; \quad \frac{d\varphi_4}{dt} = \omega_4. \quad (2)$$

Кінетична енергія башти зі стрілою та обертальним механізмом

$$T_1 = \frac{I_1 \dot{\varphi}_1^2}{2}. \quad (3)$$

Для барабана, що обертається навколо нерухомої осі, маємо

$$T_2 = \frac{I_2 \dot{\varphi}_2^2}{2}. \quad (4)$$

Кінетична енергія вантажу. Рух вантажу розглянемо як сукупність його рухів у вертикальному та горизонтальному напрямках, при цьому трос вважаємо невагомим та недеформівним. Кінематичні схеми руху вантажу наведені на рис. 1 і 2.

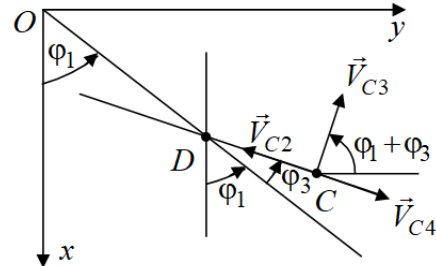


Рис. 2. Кінематична схема руху вантажу у площині XOY

Запишемо швидкість точки C в напрямі координатних осей з урахуванням руху поворотного механізму, стріли та барабана. При цьому довжину троса BC виражаємо через кут повороту барабана:

$$BC = l_0 - \varphi_2 r_2;$$

$$V_{C2} = \dot{\varphi}_2 r_2; \quad V'_{C2} = V_{C2} \sin \varphi_4;$$

$$V_{C2x} = -\dot{\varphi}_2 r_2 \sin \varphi_4 \cos(\varphi_1 + \varphi_3);$$

$$V_{C2y} = -\dot{\varphi}_2 r_2 \sin \varphi_4 \cos(\varphi_1 + \varphi_3);$$

$$V_{C2z} = \dot{\varphi}_2 r_2 \cos \varphi_4;$$

$$V_{C3} = \dot{\varphi}_3 DC = \dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4;$$

$$V_{C3x} = -\dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4 \sin(\varphi_1 + \varphi_3);$$

$$V_{C3y} = \dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4 \cos(\varphi_1 + \varphi_3);$$

$$V_{C4} = \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2);$$

$$V_{C4x} = \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_4 \cos(\varphi_1 + \varphi_3);$$

$$V_{C4y} = \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_4 \sin(\varphi_1 + \varphi_3);$$

$$V_{C4z} = \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4. \quad (5)$$

Запишемо швидкість точки B в напрямі координатних осей з урахуванням руху поворотного механізму, стріли та барабана:

$$V_B = \dot{\varphi}_1 AB, \quad (6)$$

$$V_{Bx} = -\dot{\varphi}_1 AB \sin \varphi_1,$$

$$V_{By} = \dot{\varphi}_1 AB \cos \varphi_1.$$

Знайдемо повну швидкість точки C з урахуванням швидкості точки B . З урахуванням математичних перетворень, квадрат швидкості точки C дорівнює

$$\begin{aligned} V_C^2 = & (\dot{\varphi}_1 AB)^2 + (\dot{\varphi}_2 r_2)^2 + (\dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4)^2 + \\ & + (\dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2))^2 - 2\dot{\varphi}_1 AB \dot{\varphi}_2 r_2 \sin \varphi_3 \times \\ & \times \sin \varphi_4 + 2\dot{\varphi}_1 AB \dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ & + 2\dot{\varphi}_1 AB \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4. \end{aligned} \quad (7)$$

Отже, сумарна кінетична енергія системи:

$$T = \frac{I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2}{2} + \frac{m V_C^2}{2}$$

або

$$\begin{aligned} T = & 0,5 I_1 \dot{\varphi}_1^2 + 0,5 I_2 \dot{\varphi}_2^2 + 0,5 m_c \times \\ & \times ((\dot{\varphi}_1 AB)^2 + (\dot{\varphi}_2 r_2)^2 + (\dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4)^2 + \\ & + (\dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2))^2 - 2\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 AB r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ & + 2\dot{\varphi}_1 AB \dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ & + 2\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_4 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4). \end{aligned} \quad (8)$$

Визначивши частинні та повні похідні виразу (8) за узагальненими координатами, запишемо ліві частини рівняння Лагранжа:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = & I_1 \ddot{\varphi}_1 + m_C (\ddot{\varphi}_1 AB^2 - \ddot{\varphi}_2 AB \cdot r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \ddot{\varphi}_3 AB \cdot (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ & + \ddot{\varphi}_4 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 AB \cdot r_2 \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_4 AB \cdot r_2 \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - \\ & - \dot{\varphi}_3^2 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + 2\dot{\varphi}_3 \dot{\varphi}_4 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \cos \varphi_4 - \dot{\varphi}_4^2 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot \sin \varphi_3 \sin \varphi_4). \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = & I_2 \ddot{\varphi}_2 + m_C (\ddot{\varphi}_2 r_2^2 - \ddot{\varphi}_1 AB \cdot r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \dot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \times r_2 \sin^2 \varphi_4 + \dot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2). \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_3} = & m_C (\ddot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 \sin^2 \varphi_4 + \ddot{\varphi}_1 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - \\ & - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) r_2 \sin^2 \varphi_4 + 2\dot{\varphi}_3 \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 \cos \varphi_4 \sin \varphi_4). \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_4} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} = m_C (\ddot{\varphi}_1 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 + \ddot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) r_2 - \dot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 \sin \varphi_4 \cos \varphi_4).$$

Узагальнені сили дорівнюють:

$$Q_{\varphi_1} = M_1, \quad Q_{\varphi_2} = M_2 - m_C g r_2 \cos \varphi_4, \quad Q_{\varphi_3} = 0, \quad Q_{\varphi_4} = -m_C g (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4. \quad (10)$$

Рівняння Лагранжа з урахуванням виразів (9) і (10) набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + m_C (\ddot{\varphi}_1 AB^2 - \ddot{\varphi}_2 AB \cdot r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \ddot{\varphi}_3 AB \cdot (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ + \ddot{\varphi}_4 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 AB \cdot r_2 \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_4 AB \cdot r_2 \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - \\ - \dot{\varphi}_3^2 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + 2\dot{\varphi}_3 \dot{\varphi}_4 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \cos \varphi_4 - \dot{\varphi}_4^2 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4) = M_1. \end{aligned}$$

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 + m_C (\ddot{\varphi}_2 r_2^2 - \ddot{\varphi}_1 AB r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \dot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2 \sin^2 \varphi_4 + \dot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2) = M_2 - m_C g r_2 \cos \varphi_4.$$

$$\begin{aligned} m_C (\ddot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 \sin^2 \varphi_4 + \ddot{\varphi}_1 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) r_2 \sin^2 \varphi_4 + \\ + 2\dot{\varphi}_3 \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 \cos \varphi_4 \sin \varphi_4) = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_C (\ddot{\varphi}_1 AB (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 + \ddot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 - 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) r_2 - \\ - \dot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2)^2 \sin \varphi_4 \cos \varphi_4) = -m_C g (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4. \end{aligned} \quad (11)$$

Перше рівняння перепишемо

$$I_1 \ddot{\varphi}_1 + m_C AB (\ddot{\varphi}_1 AB - \ddot{\varphi}_2 \cdot r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \ddot{\varphi}_3 \cdot (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ + \ddot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_3 \cdot r_2 \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_4 \cdot r_2 \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - \\ - \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + 2 \ddot{\varphi}_3 \ddot{\varphi}_4 \cdot (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \cos \varphi_4 - \ddot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4) = M_1.$$

$$\left(I_1 + m_C AB^2 \right) \ddot{\varphi}_1 + m_C AB \left(- \frac{M_2 - m_C g r_2 \cos \varphi_4}{(I_2 + m_C r_2^2)} + \right. \\ \left. + \frac{m_C (-\ddot{\varphi}_1 AB \cdot r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2 \sin^2 \varphi_4 + \ddot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2)}{(I_2 + m_C r_2^2)} \right) \times \\ \times r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + (-\ddot{\varphi}_1 AB \cos \varphi_3 + 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_3 r_2 \sin \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_3 \ddot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_4) \cos \varphi_3 + \\ + (-\ddot{\varphi}_1 AB \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 + 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_4 r_2 + \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4 \cos \varphi_4 - g \sin \varphi_4) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - \\ - 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_3 \cdot r_2 \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_4 \cdot r_2 \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ + 2 \ddot{\varphi}_3 \ddot{\varphi}_4 \cdot (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \cos \varphi_4 - \ddot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4) = M_1.$$

$$\left(I_1 + m_C AB^2 - \frac{(m_C)^2 AB^2 (r_2)^2 (\sin \varphi_3 \sin \varphi_4)^2}{I_2 + m_C r_2^2} - m_C AB^2 (\cos \varphi_3)^3 - \right. \\ \left. - m_C AB^2 (\sin \varphi_3)^2 (\cos \varphi_4)^2 \right) \ddot{\varphi}_1 + m_C AB \cdot \left(- \frac{M_2 - m_C g r_2 \cos \varphi_4}{(I_2 + m_C r_2^2)} + \right. \\ \left. + \frac{m_C (\ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2 \sin^2 \varphi_4 + \ddot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2)}{(I_2 + m_C r_2^2)} \right) \cdot r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \\ + (2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_3 r_2 \sin \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_3 \ddot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_4) \cos \varphi_3 + (2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_4 r_2 + \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4 \cos \varphi_4 - \\ - g \sin \varphi_4) \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_3 \cdot r_2 \cos \varphi_3 \sin \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_4 \cdot r_2 \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 - \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \times \\ \times \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + 2 \ddot{\varphi}_3 \ddot{\varphi}_4 \cdot (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_3 \cos \varphi_4 - \ddot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_3 \sin \varphi_4) = M_1.$$

Останні три рівняння перепишемо у вигляді:

$$\ddot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) = -\ddot{\varphi}_1 AB \sin \varphi_3 \cos \varphi_4 + 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_4 r_2 + \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4 \cos \varphi_4 - g \sin \varphi_4; \\ \ddot{\varphi}_3 (l_0 - \varphi_2 r_2) \sin \varphi_4 = -\ddot{\varphi}_1 AB \cos \varphi_3 + 2 \ddot{\varphi}_2 \ddot{\varphi}_3 r_2 \sin \varphi_4 - 2 \ddot{\varphi}_3 \ddot{\varphi}_4 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cos \varphi_4; \\ (I_2 + m_C r_2^2) \ddot{\varphi}_2 = M_2 - m_C g r_2 \cos \varphi_4 - m_C (-\ddot{\varphi}_1 AB \cdot r_2 \sin \varphi_3 \sin \varphi_4 + \ddot{\varphi}_3^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2 \sin^2 \varphi_4 + \ddot{\varphi}_4^2 (l_0 - \varphi_2 r_2) \cdot r_2). \quad (12)$$

Початкові умови інтегрування диференціальних рівнянь (12) визначаємо виходячи з рівноваги системи у стані спокою

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \varphi_2(0) = 0, \quad \varphi_3(0) = 0, \quad \varphi_4(0) = 0,05 \text{ рад}, \\ \dot{\varphi}_1(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_2(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_3(0) = 0, \quad \dot{\varphi}_4(0) = 0. \quad (13)$$

Зазначені рівняння утворюють систему, що наведена у формі Коші, і у загальному випадку не піддаються аналітичному інтегруванню. Тому для більшості випадків вибір раціональних параметрів привода вдається зробити тільки на базі чисельного аналізу вказаних математичних моделей.

Числова реалізація математичної моделі. Для реалізації цієї математичної моделі застосуємо чисель-

не інтегрування у програмному середовищі Mathcad. Надамо параметрам наступних значень: радіус барабана – $r=0,3$ м, довжина стріли крана – $AB=15$ м, довжина канату, що звисає – $l_0=10$ м, маса вантажу – $m=500$ кг, $I_1=12000$ кг·м², $I_2=36$ кг·м², $M_{1д}=1000$ н·м, $M_{2д}=1450$ кн·м. В результаті розв’язування цієї моделі отримаємо закони зміни в часі кутів повороту та швидкостей досліджуваних ланок автомобільного вантажопідіймального крана.

Шляхом математичного моделювання перехідних процесів під час переміщення вантажу стріловим краном одержані графічні залежності кутів повороту та кутових швидкостей досліджуваних ланок. Особливе значення для практики має дослідження руху

вантажу. Як бачимо на графіку (рис. 3), на початку руху відбуваються коливання вантажу з досить низькою частотою, а потім поступово настає установлений режим. Коливання кутової швидкості вантажу (рис. 4) після суттєвих збурень на початку руху поступово згасають.

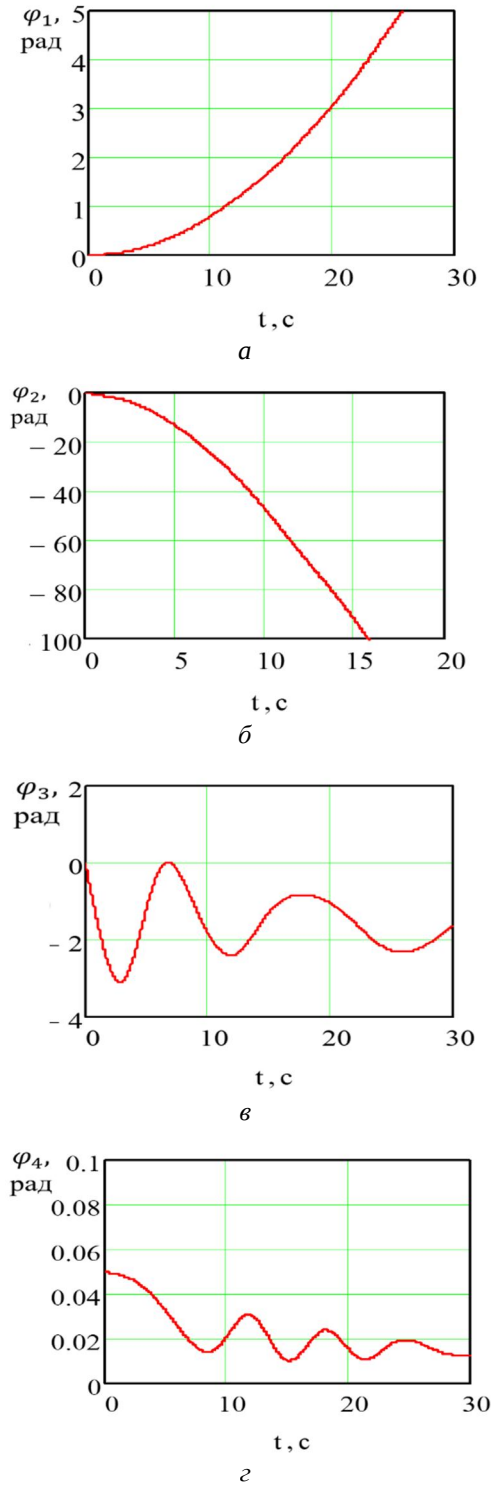


Рис. 3. Часові залежності кутів повороту:

a – поворотного механізму, $б$ – барабана, $в$ та $г$ – вантажу

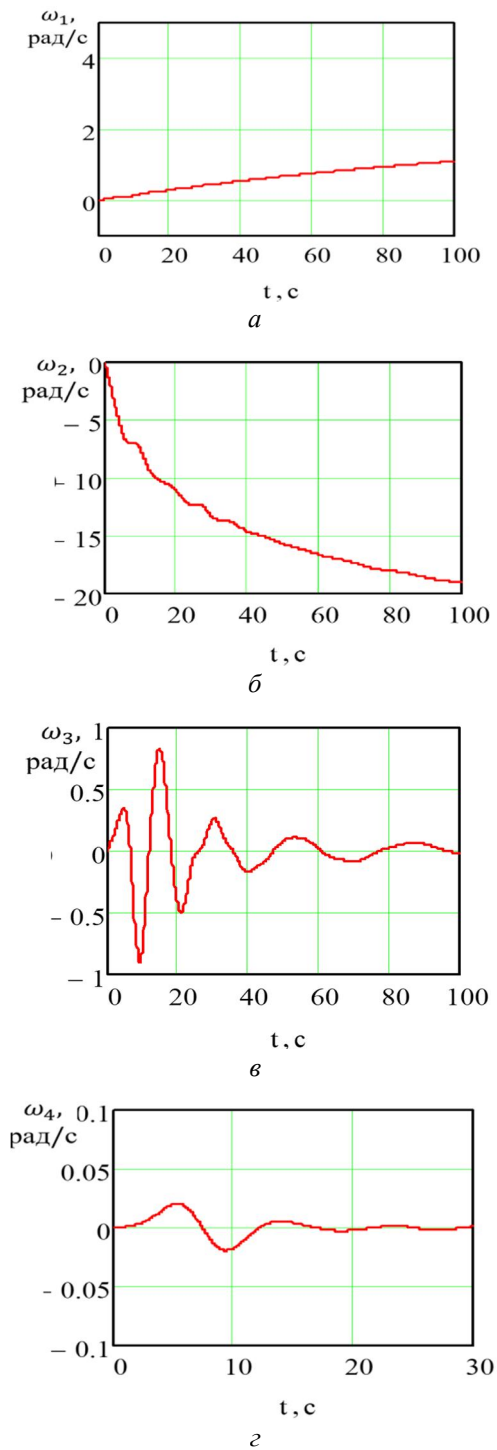


Рис. 4. Часові залежності кутових швидкостей:

a – поворотного механізму, $б$ – барабана, $в$ та $г$ – вантажу

Висновки

У статті розроблено математичну модель перехідних режимів роботи стрілового вантажопідіймального крана з чотирма ступенями вільності із урахуванням одночасно вертикального та горизонтального рухів вантажу.

Проведені дослідження вказують на те, що на динаміку вантажу впливають як масово-інерційні характеристики обладнання крана, так і моменти, що розвивають приводні механізми. Додаток експлуатаційних параметрів у межах допустимих значень дозволить обґрунтувати раціональні режими роботи автомобільного крана. Коливальні явища мають негативний вплив на роботу машини, тому добір раціональних експлуатаційних параметрів і режимів роботи має важливе значення для ефективної експлуатації такої машини. В перспективі планується провести експериментальні дослідження для підтвердження результатів теоретичних розрахунків.

Список використаних джерел

1. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливальних і стійкості руху. К.: Вища школа, 2004. 525 с.
2. Григоров О.В., Петренко Н.О. Вантажопідйомні машини : навч. посібник. Х.: НТУ „ХПІ”, 2006. 304 с.
3. Іванченко Ф.К. Підйомно-транспортні машини. К.: Вища школа, 1993. 413 с.
4. Івасюк М.О., Соکیل М.Б. Вплив динаміки канату на частоту його власних поперечних коливань в ході вантажо-підйомних робіт / М.О. Івасюк // *Військово-технічний збірник*. НАСВ, Львів. 2016. № 14. С. 14–17.
5. Кузьмин А.Н., Суглобов В.В., Федун В.И. Исследование колебаний груза на гибком подвесе при повороте крана. *Захист металургійних машин від поломок*. Маріуполь: ПДТУ. 2011. Вип. 13. С. 141–147.
6. Ловейкін В.С., Бойко А.А., Човнюк Ю.В. Нелінійні маятникові коливання вантажу на гнучкому підвісі при різних режимах обертання. *Вісник ТНТУ (машинобудування, автоматизація виробництва та процеси механічної обробки)*. 2010. Т. 15. № 3. С. 41–48.
7. Ловейкін В.С., Ярошенко В.Ф., Ромасевич Ю.О. Оптимізація перехідних режимів руху механізму пересування візка вантажопідйомних машин. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка*. 2007. № 59. Том 2. С. 452–460.
8. Ambrosino M., Berneman M., Carbone G., Dawans A., Garone E. Modeling and control of a 5-DoF boom crane. In 2020 Proceedings of the 37th ISARC. Kitakyushu, Japan. (2020). pp. 25–30. DOI: 10.22260/ISARC2020/0071
9. Buczkowski R., Żyliński B. Finite element fatigue analysis of unsupported crane. *Polish Maritime Research*. 2021. № 28 (1). pp. 127–135. DOI: 10.2478/pomr-2021-0012
10. Lovejkin V., Romasevych Yu., Loveikin A., Mushtyn D. Dynamic analysis of roller molding installation taking into account dissipative properties balanced drive mechanism. *Machinery & Energetics*. 2020. № 11 (1). pp. 5–11. DOI: 10.31548/machenergy2020.01.005
11. Martin I.A., Irani R.A. Dynamic modeling and self-tuning anti-sway control of a seven degree of freedom shipboard knuckle boom crane. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021. № 153, article number 107441. DOI: 10.1016/j.ymssp.2020.107441
12. Wang S., Wu J., Chen H., Ji Y., Sun Y. Dynamic analysis and experiment of the mechanical anti-swing device for ship-mounted cranes. *Journal of Harbin Engineering University*, 2019. № 40 (11). pp. 1858–1864. DOI: 10.11990/jheu.201805082

Reference

1. Vasylenko M.V. Alekseychuk O.M. (2004), "Teoriya kolyvannya i stiykosti rukhu" [Theory of oscillation and stability of movement]. K.: Higher School. 525 p. [in Ukrainian]
2. Grigorov O.V. and Petrenko N.O. (2006), "Vantazhopidymni mashyny: navch.posibnyk" [Load-lifting machines: a manual]. Kh.: NTU "KhPI". 304 p. [in Ukrainian]
3. Ivanchenko F.K. (1993), "Pidymno-transportni mashyny" [Lifting and transport machines]. K.: Higher School. 413 p. [in Ukrainian]
4. Ivasyuk M.O. and Sokil M.B. (2016), "" [The influence of rope dynamics on the frequency of its own transverse vibrations during loading and unloading operations]. *Military-technical collection*. NAA: Lviv. № 14, pp. 14–17. [in Ukrainian]
5. Kuzmin A.N., V.V. Suglobov and Fedun V.I. (2011), "Yssledovanye kolebanyy hruza na hybkom podvесе pry povorote krana" [Study of cargo oscillations on a flexible suspension during crane rotation]. *Protection of metallurgical machines from breakdowns: Collection of scientific works*. Mariupol: PDTU. Issue 13. pp. 141–147. [in Ukrainian]
6. Loveikin V.S., Boyko A.A. and Chovnyuk Y.V. (2010), "Neliniyni mayatnykovi kolyvannya vantazhu na hnuchkomu pidvisi pry riznykh rezhymakh obertannya" [Nonlinear pendulum oscillations of a load on a flexible suspension at different rotation modes]. *Bulletin of TNTU (mechanical engineering, production automation and mechanical processing processes)*. Vol. 15. No. 3. pp. 41–48. [in Ukrainian]
7. Loveikin V.S., Yaroshenko V.F. and Romasevych Yu.O. (2007), "Optymizatsiya perekhidnykh rezhymiv rukhu mekhanizmu peresuvannya vizka vantazhopidymnykh mashyn" [Optimization of transient modes of motion of the mechanism of movement of the trolley of lifting machines]. *Bulletin of the Kharkiv National Technical University of Agriculture named after Petro Vasylenko*. No. 59. Volume 2. pp. 452–460. [in Ukrainian]
8. Ambrosino M., Berneman M., Carbone G., Dawans A., and Garone E. (2020), Modeling and control of a 5-DoF boom crane. In 2020 Proceedings of the 37th ISARC. Kitakyushu, Japan. pp. 25–30. DOI: 10.22260/ ISARC2020/0071
9. Buczkowski R., and Żyliński B. (2021), Finite element fatigue analysis of unsupported crane. *Polish Maritime Research*, № 28 (1), pp. 127–135. DOI 10.2478/ pomr-2021-0012
10. Lovejkin V., Romasevych Yu., Loveikin A. and Mushtyn D. (2020), Dynamic analysis of roller molding installation taking into account dissipative properties balanced drive mechanism. *Machinery & Energetics*, № 11 (1), pp. 5–11. DOI: 10.31548/machenergy2020.01.005
11. Martin I.A., and Irani R.A. (2021), Dynamic modeling and self-tuning anti-sway control of a seven degree of freedom shipboard knuckle boom crane. *Mechanical Systems and Signal Processing*, № 153, article number 107441. DOI: 10.1016/j.ymssp.2020.107441

ANALYSIS OF DYNAMIC PROCESSES IN LIFTING BOOM CRANES

L. Velychko, R. Kovalchuk, N. Sokulska

Intense oscillatory phenomena occur during start-up, changes in drive mode, or braking of a lifting boom crane. These cause a significant increase in forces in the elements of its structure. Dynamic loads determine the strength of structural elements and significantly reduce the accuracy and efficiency of the machine's operations. In addition, mechanical vibrations that occur during transient processes lead to the accumulation of fatigue damage in materials. They also reduce the service life of structural elements, and therefore, the technical object as a whole.

The peculiarity of the analysis of the start-up processes of drive systems is the need to take into account in detail the inertial and elastic-dissipative characteristics of mechanical links, the dynamic properties of drive engines to ensure sufficient accuracy of calculations. Moreover, the development of mathematical models for these dynamic processes frequently entails the simultaneous analysis of oscillatory phenomena arising from diverse physical mechanisms.

Non-stationary modes of operation of load-lifting jib cranes for both civilian and military purposes are studied in the article. The level of dynamic loads can be reduced by developing rational operating modes of the crane and making changes to the mechanism design (installation of elastic couplings, vibration dampers, etc.).

A mathematical model of dynamic processes of lifting boom cranes system with four degrees of freedom is proposed in this work. The mathematical model includes differential equations of motion of the load, the rotary mechanism with the jib and the drum. It is built taking into account the simultaneous vertical and rotational movements of the load by winding the rope onto the drum. The results of mathematical modeling are analyzed. Graphical dependences of the angles of rotation and angular velocities in time of the considered moving elements of the crane and the load are constructed. Their analysis is carried out. The possibility of using mathematical modeling to increase the efficiency of operation of a jib crane is substantiated.

Keywords: dynamic processes, boom-type lifting crane, equations of motion, oscillatory phenomena.

УДК 623.4:004.93:519.6

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.32.2025.9-17>

В.Я. Гера, А.В. Баган, О.О. Лаврут, К.І. Снітков, О.І. Сівак

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

Article history: 14 February 2025; Revised 24 February 2025; Accepted 04 March 2025

**МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ МІНОМЕТНОГО БОЄПРИПАСУ НА
ОСНОВІ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗОРУ**

У роботі запропоновано метод визначення швидкості мінометної міни на основі комп'ютерного зору. Метод базується на відеозаписі польоту мінометної міни з частотою 60 кадрів за секунду та використанні алгоритмів аналізу зображень для ідентифікації об'єкта, визначення його просторових координат і розрахунку швидкості. Запропонований підхід не потребує спеціалізованого обладнання, оскільки використовує лише камеру сучасного смартфона. Це робить його доступним для застосування в польових умовах без залучення складних технологій та дорогих оптичних систем.

Алгоритм передбачає взаємодію користувача з програмою у покадровому режимі для точного визначення позиції мінометного боєприпасу. Використовуючи масштабне перетворення піксельних координат у метричну систему, програма дозволяє визначити пройденої відстань між послідовними кадрами та розрахувати середню швидкість руху об'єкта. Для цього враховуються часові мітки кадрів, отримані на основі частоти запису відео. Проведені польові вимірювання показали, що використання відеозаписів із частотою 60 кадрів за секунду забезпечує оптимальну точність визначення швидкості пострілу мінометного боєприпасу.

Перевагою методу є його доступність та простота реалізації, що дозволяє використовувати його в польових умовах без потреби в складних апаратних рішеннях. На відміну від традиційних радіолокаційних систем або високошвидкісних камер цей метод дозволяє отримати точні кінематичні параметри боєприпасу, використовуючи лише мобільний пристрій та алгоритми комп'ютерного зору.

Отримані результати підтверджують ефективність запропонованого методу у реальних бойових або випробувальних умовах. Впровадження цієї технології дозволить артилерійським підрозділам більш точно оцінювати швидкість боєприпасів, що є важливим для розрахунку дальності польоту та підвищення ефективності вогню.

Перспективи подальших досліджень включають автоматизацію процесу виявлення боєприпасів за допомогою штучного інтелекту, що дозволить зменшити вплив людського фактора на точність вимірювань.

В.Я. Гера, А.В. Баган, О.О. Лаврут, К.І. Снітков, О.І. Сівак