

12. Buryan M.V. (2020), "Plavnist' rukhu avtobusiv u vzayemoz'v'yazku z kharakterystykamy pidvisky ta sydin'" [The smoothness of bus movement in relation to the characteristics of the suspension and seats] dissertation. ... candidate technical Sciences: 05.22.02/Lviv: Lviv Polytechnic National University. 154 p. [in Ukrainian].

13. ISO 2631-1:1997 Mechanical vibration and shock – Evaluation of human exposure to whole-body vibration, Part 1: General requirements, 1997. 36 p. URL: <https://www.iso.org/standard/7612.html> (Accessed 24 January 2025). [in Ukrainian].

14. Kaidalov R.O., Bashtovy V.M., Larin O.O. and Vodka O.O. (2015), "Eksperymental'ne otsynuvannya plavnosti khodu spetsializovanoho transportnoho zasobu z neliniynym pidresoryuvannyam pry rusi po bezdorizhzhyyu" [Experimental assessment of the smoothness of a specialized vehicle with a nonlinear spring suspension when driving off-road.] Collection of scientific works of the National Academy of the National Guard of Ukraine. Issue 2 (26). pp.27-31. DOI:<https://doi.org/10.33405/2409-7470/2015/2/26/139237> (Accessed 24 January 2025). [in Ukrainian].

ALGORITHM FOR COMPARATIVE SPECTRAL ASSESSMENT OF VIBRATION LOADS ON WHEELED MILITARY VEHICLES UNDER OFF-ROAD CONDITIONS

M. Hrubel, O. Kuznyetsov, M. Manziak, Ya. Shumansky, T. Kraynyk

The urgent need to equip defense forces with highly mobile wheeled military vehicles (WMVs) has become a critical national priority amid the ongoing Russo-Ukrainian war. This requirement necessitates the enhancement of key operational characteristics that define the performance of WMVs. This study analyzes the ride smoothness and ergonomic properties of such vehicles, with a particular focus on ensuring that a given WMV provides a comfortable ride within a specified speed range without excessive vibration exposure.

A review of scientific literature on vibration load thresholds has highlighted the necessity of developing methodological tools that enable the assessment of vibration impacts on the human body at the vehicle design stage, particularly for off-road operations.

Using the well-known mathematical modeling tool MATLAB, a spectral assessment algorithm for evaluating the vibration loads of WMVs in off-road conditions has been developed. This algorithm allows for an assessment of suspension system efficiency both at the design stage and during vehicle restoration or modernization.

Based on the developed algorithm, a comparative evaluation of the suspension systems of two WMV models was conducted. The results indicate that the suspension system of the Mamai WMV enables its driver and crew to operate off-road with acceptable comfort levels for up to four hours, whereas the UAZ-3151 provides a comfort threshold of only one hour.

Keywords: evaluation algorithm, vibration load, operational characteristics, sample of wheeled military vehicles, road surface, suspension system, spectral analysis.

УДК: 656

DOI: <https://doi.org/10.33577/2312-4458.32.2025.87-95>

Є.В. Шинкар, О.О. Лаврут, Т.В. Лаврут

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів

Article history: Received 21 February 2025; Revised 03 March 2025; Accepted 04 March 2025

МЕТОД ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ПЕРЕВЕЗЕННЯ МАТЕРІАЛЬНО-ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ У ПІДРОЗДІЛАХ ТАКТИЧНОЇ ЛАНКИ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЛОГІСТИЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Робота присвячена розробці нових підходів в організації логістичного забезпечення матеріально-технічними засобами підрозділів тактичної ланки за допомогою використання математичного апарату лінійного програмування.

Показано, що для вирішення проблем управління витратами під час організації перевезень матеріально-технічних засобів застосовується один із методів лінійного програмування—транспортна задача.

Запропонована математична постановка задачі організації перевезень як складової логістичного забезпечення. Наведено конкретний приклад розв'язання задачі організації перевезень умовного вантажу зі складів доволі чих органів забезпечення до підрозділів тактичної ланки.

Також в роботі запропоновано метод вирішення задачі перевезення матеріально-технічних засобів з урахуванням оптимізації опорного плану перевезень шляхом ітераційного поліпшення результату розрахунків за допомогою транспортної задачі. Показано економічну ефективність запропонованого методу.

Сформульовані напрями подальших досліджень щодо удосконалення системи логістичного забезпечення матеріально-технічними засобами підрозділів тактичної ланки.

Ключові слова: транспортна задача, метод, лінійне програмування, логістичне забезпечення, перевезення, матеріально-технічні засоби, оптимізація..

Постановка проблеми

В Україні триває збройний конфлікт, який є найдовшим європейським конфліктом після закінчення Другої світової війни. Аналіз розвитку військової логістики показує, що в процесі ведення війн, інтенсивного науково-технічного прогресу вона змінюється і реформується, виникають нові логістичні системи, інноваційні методи, моделі та інструменти управління забезпеченням військ. Цей процес отримує продовження на науковій основі з урахуванням кращого світового і вітчизняного досвіду.

Початкові стадії російсько-Української війни і величезні втрати загарбників показали, що питання логістичного забезпечення займає одне з ключових місць. Ефективне ведення бойових дій неможливе без швидкого реагування на ситуацію, яка складається, і своєчасного забезпечення необхідними ресурсами Збройних Сил України.

Сьогодні багато уваги приділяється питанням забезпечення підрозділів тактичної ланки матеріально-технічними засобами. Під час бойових дій підрозділи при незадовільному забезпеченні не спроможні виконувати бойові завдання та несуть великі втрати в особовому складі і військовій техніці.

Існуючий стан забезпечення Збройних Сил України матеріально-технічними засобами потребує удосконалення відповідно до сучасних вимог, які диктує російсько-Українська війна. В тому числі постає питання мінімізації часу реалізації завдань з логістичного забезпечення, тобто ефективності використання кількісної складової матеріально-фінансових ресурсів.

Мета: розробка методу вирішення задачі організації перевезення матеріально-технічних засобів в підрозділах тактичної ланки за допомогою використання математичного апарату – задачі лінійного програмування для підвищення ефективності логістичного забезпечення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблемні питання щодо забезпечення військ матеріально-технічними ресурсами та запровадження логістичного забезпечення в Збройних Силах України

розглядаються багатьма авторами у різних вітчизняних та закордонних виданнях. Останнім часом з'явилося чимало керівних документів та концепцій [1–6] щодо удосконалення системи забезпечення військ та запровадження логістики в Збройних Силах України.

У наукових статтях [7–11] автори пропонують удосконалення цієї системи як єдиної ефективної системи логістики Збройних Сил України через управління матеріальними, інформаційними і людськими потоками на основі їх оптимізації. Але загальний розгляд питань військової логістики, які виникають у Збройних Силах України, не пропонує конкретних алгоритмів дій вирішення проблемних питань на тактичному рівні. В цих роботах не висвітлені питання застосування математичного апарату з метою покращення конкретних показників, а також відсутні рекомендації для покращення організації логістичного забезпечення окремих підрозділів тактичної ланки управління.

Аналіз джерел застосування алгоритму вирішення транспортної задачі у цивільній сфері показав, що автори Гуржій Н.Г. [12], Азаренков Г.Ф. [13] визначають, що управління логістичним забезпеченням підприємства – це процес постійного пошуку нетрадиційних шляхів управління, спрямованих на створення конкурентних переваг шляхом мінімізації витрат, підвищення якості створюваного продукту та прискорення його поставки споживачеві. Але вони розглядають економічну складову в цивільній сфері, не враховуючи специфіку діяльності у військовому середовищі.

У [14] зазначено, що комплексний характер сучасних досліджень з організації перевезень вантажів істотно відрізняє їх від концепції досліджень минулого століття. Предметом досліджень науковців є транспортні задачі організації перевезень дрібного вантажу, тобто транспортні задачі великої вимірності. Основна увага приділяється математичним і цифровим моделям оптимізаційних задач, які зустрічаються в інженерній практиці пасажирських і вантажних перевезень, що може бути використано для формування задачі перевезення матеріально-технічних засобів в підрозділах тактичної ланки.

У [15] пропонують вирішення проблем оптимізації транспортних потоків логістики шляхом удосконалення методів лінійного програмування. Але

розробки та пропозиції стосуються цивільної сфери, не враховуються нюанси і специфіка для військової сфери.

У роботі [16] запропоновано застосування сучасних інформаційних технологій на основі математичного моделювання процесів і комп'ютеризації складних обчислювальних процесів з метою вибору цілеспрямованих заходів для покращення процесу експлуатації та застосування озброєння та військової техніки. Надана інформація дозволить прогнозувати перспективу якості підтримки готовності парку військових транспортних засобів, але в роботі наведені загальні напрями можливого застосування запропонованих інформаційних технологій для технічної частини озброєння.

Виклад основного матеріалу

Як зазначено у [1], логістичне забезпечення Збройних Сил – це комплекс тісно пов'язаних між собою процедур, а також діяльності логістичних органів і підрозділів, які прямують до справної організації функціонування логістичної системи, результативного використання транспортної мережі і транспортних засобів, а також забезпечення військ усім, що є необхідним для життя і проведення операцій різного типу.

Система матеріально-технічного забезпечення Збройних Сил України переходить на систему логістики з врахуванням досвіду збройних сил країн-членів НАТО. Очікуваним результатом реформи забезпечення Збройних Сил України є створення сучасної удосконаленої логістичної системи, яка відіграє позитивну роль в забезпеченні Сил оборони.

Сьогодні досвід показує, що одними з вимог, ким повинне відповідати логістичне забезпечення, є [6]:

- централізована організація планування логістичного забезпечення, військових перевезень усіма видами транспорту та підвезення матеріально-технічних засобів автомобільним транспортом;
- баланс між ефективністю логістичного забезпечення та досягненням максимальної економії державних коштів.

У процесі організації та плануванні перевезень вантажів у Збройних Силах України постійно виникає проблемне питання розподілу транспортних засобів для здійснення перевезень, визначення потреби у вантажах, вибору транспортних засобів для їх перевезення з урахуванням специфіки матеріально-технічних засобів, вибору кращих параметрів (варіантів) транспортування. Для оптимізації вищезазначених процесів велику роль відіграє зменшення витрат (часових, матеріальних тощо) на перевезення і, відповідно, своєчасне забезпечення необхідними

матеріально-технічними ресурсами підрозділів тактичної ланки. Вирішення даного питання може бути досягнуто за рахунок застосування сучасних інформаційних технологій на основі математичного моделювання і комп'ютеризації обчислювальних процесів.

Для вирішення проблем управління витратами в транспортній сфері використовується математичний апарат лінійного програмування, в тому числі його складова – транспортна задача. Вона вирізняється визначеністю економічної характеристики, особливостями математичної моделі, наявністю специфічних методів розв'язування. Її використання дозволяє створити такий план перевезень, що цілком забезпечив би попит всіх споживачів при мінімальних витратах на перевезення від усіх постачальників [17]. Щоб задовольнити необхідний попит споживачів, припустимо, що загальна потреба у вантажі для споживачів не перевищує сумарних запасів наявного вантажу в постачальників. За критерієм оптимальності вибирається або мінімальна собівартість перевезень усього вантажу, або мінімальний час його доставки, або мінімальний сумарний пробіг автотransпортних засобів.

Як відомо [17], для розв'язку та побудови початкового опорного плану перевезень транспортної задачі існують різні методи: північно-західного кута, мінімальної вартості, подвійної переваги, апроксимації Фогеля. Побудову опорного плану зручно подавати у вигляді таблиці, в якій постачальники ототожнюються з елементами рядків, а споживачі – стовпчиків.

За допомогою застосування методу північно-західного кута можна доволі швидко забезпечити потреби всіх споживачів. Недолік даного методу полягає в тому, що вартості доставки нівелюються. Тому він потребує уточнення і оптимізації відвантажень.

Ідея методу мінімальної вартості полягає в тому, що на кожному кроці обирають те значення в таблиці, яке має найменшу вартість перевезення одиниці вантажу. В процесі розв'язання відбувається оптимізація по вартості доставки, але не дає одразу самий оптимальний результат.

Недоліками методу подвійної переваги є його складність і випадковість характеру знаходження необхідного варіанта вартості доставки, адже в подальшому відбувається оптимізація відвантажень.

Метод апроксимації Фогеля більш трудомісткий. В результаті знаходяться варіанти вартості доставки, що потребують заміни, а в подальшому відбувається уточнення і оптимізація відвантажень.

Тому в даній роботі пропонується метод вирішення задачі організації перевезень матеріально-технічних засобів, який складається з наступних етапів:

1) визначення типу транспортної задачі (збалансована чи незбалансована);

2) побудова першого опорного плану транспортної задачі;

3) розв'язання плану транспортної задачі за допомогою методу північно-західного кута та методу мінімальної вартості, так як вони ефективніші за інші;

4) для оптимізації проводимо перевірку плану транспортної задачі на оптимальність, відповідно, якщо умова оптимальності виконується, отримаємо оптимальний розв'язок транспортної задачі, в іншому випадку переходимо до наступного опорного плану;

5) новий опорний план знову перевіряємо на оптимальність, тобто повторюємо дії п. 4, і т. д.

Формулювання транспортної задачі за критерієм вартості: в m пунктах відправлення $A_1, A_2, \dots, A_m$ знаходиться, відповідно, $a_1, a_2, \dots, a_m$ одиниць однорідного вантажу, який потрібно завести n споживачам $B_1, B_2, \dots, B_n$ в кількостях $b_1, b_2, \dots, b_n$ одиниць відповідно. Відомі транспортні затрати c_{ij} перевезення одиниці вантажу з i -го пункту відправлення в j -й пункт споживання. Потрібно скласти такий план перевезень, тобто знайти, скільки одиниць вантажу потрібно відправити з i -го пункту відправлення в j -й пункт споживання, щоб повністю задовольнити потреби споживачів і сумарні затрати на перевезення були мінімальними.

Математична модель транспортної задачі наступна:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min; \quad (1)$$

цільова функція з обмеженнями

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m x_{ij} &= a_{ij} & (i = \overline{1 \dots m}) \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= b_{ij} & (j = \overline{1 \dots n}) \\ x_{ij} &\geq 0 & (i = \overline{1 \dots m}), (j = \overline{1 \dots n}), \end{aligned} \quad (2)$$

де x_{ij} – кількість продукції, що перевозиться від i -го постачальника до j -го споживача; c_{ij} – вартість перевезення одиниці продукції від i -го постачальника до j -го споживача; a_{ij} – запаси продукції i -го постачальника; b_{ij} – попит на продукцію j -го споживача.

Оптимальним планом транспортної задачі називають матрицю $X^* = (x_{ij}^*)$, яка задовольняє умови задачі і для якої цільова функція набуває найменшого значення.

Умова існування розв'язку та збалансованості транспортної задачі

$$\sum_{i=1}^m a_{ij} = \sum_{j=1}^n b_{ij} \quad (i = \overline{1 \dots m}), (j = \overline{1 \dots n}). \quad (3)$$

Умови оптимальності для плану $X^* = (x_{ij}^*)$, з використанням потенціалів u_i та v_j відповідно для всіх $(i = \overline{1 \dots m}), (j = \overline{1 \dots n})$:

$$\begin{cases} u_i + v_j = c_{ij}, & x_{ij} > 0 \\ u_i + v_j \leq c_{ij}, & x_{ij} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Приклад розв'язування задачі організації перевезень мтз за допомогою вищеприведеного запропонованого методу.

Розглянемо три доволі складні (Composition 1, Composition 2 і Composition 3), на яких знаходиться вантаж (матеріально-технічні засоби – мтз), які розташовані в різних регіонах. Аналогічно розглянемо чотири підрозділи, які подали заявки, а саме UnitA, UnitB, UnitC, UnitD, куди потрібно доставити цей вантаж. Транспортування вантажу, згідно з отриманими заявками, повинно здійснюватися таким чином, щоб загальна вартість перевезення була мінімальною.

Припустимо:

- На Composition 1 знаходиться вантаж в кількості a_1 – 1500 умовних одиниць;
- На Composition 2 знаходиться вантаж в кількості a_2 – 600 умовних одиниць;
- На Composition 3 знаходиться вантаж в кількості a_3 – 800 умовних одиниць;
- Потреба у Unit A становить b_1 – 1100 умовних одиниць;
- Потреба у Unit B становить b_2 – 400 умовних одиниць;
- Потреба у Unit C становить b_3 – 600 умовних одиниць;
- Потреба у Unit D становить b_4 – 800 умовних одиниць.

Питома вартість перевезень вантажу c_{ij} :

від Composition 1 у Unit A – 40 умовних грошових одиниць, у Unit B – 40 умовних грошових одиниць, у Unit C – 20 умовних грошових одиниць, у Unit D – 50 умовних грошових одиниць;

від Composition 2 у Unit A – 50 умовних грошових одиниць, у Unit B – 30 умовних грошових одиниць, у Unit C – 10 умовних грошових одиниць, у Unit D – 20 умовних грошових одиниць;

від Composition 3 у Unit A – 20 умовних грошових одиниць, у Unit B – 10 умовних грошових

одиниць, у Unit C – 40 умовних грошових одиниць, у Unit D – 20 умовних грошових одиниць.

Розв'язування задачі відбувається наступним чином.

Згідно з (3) визначимо тип транспортної задачі.

$$\sum_{i=1}^3 a_{ij} = 1500 + 600 + 800 = 2900;$$

$$\sum_{i=1}^4 a_{ij} = 1100 + 400 + 600 + 800 = 2900.$$

Відповідно, сума наявного вантажу дорівнює сумі загальної потреби, тобто рівна 2900 умовних грошових одиниць, задача вважається збалансованою.

Запишемо математичну модель поставленої задачі, згідно з (1).

$$F = 40x_{11} + 40x_{12} + 20x_{13} + 50x_{14} + 50x_{21} + 30x_{22} + 10x_{23} + 20x_{24} + 20x_{31} + 10x_{32} + 40x_{33} + 20x_{34} \rightarrow \min$$

Обмеження, згідно з (2):

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1500 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 600 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 800 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1100 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 400 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 600 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 800 \\ x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1 \dots m}), (j = \overline{1 \dots n}) \end{cases}$$

Складаємо опорний план транспортної задачі, який подамо в вигляді таблиці.

Таблиця 1

Початковий опорний план транспортної задачі

	Unit A	Unit B	Unit C	Unit D	Наявність
Composition 1	$c_{11}=40$ x_{11}	$c_{12}=40$ x_{12}	$c_{13}=20$ x_{13}	$c_{14}=50$ x_{14}	$a_1 = 1500$
Composition 2	$c_{21}=50$ x_{21}	$c_{22}=30$ x_{22}	$c_{23}=10$ x_{23}	$c_{24}=20$ x_{24}	$a_2 = 600$
Composition 3	$c_{31}=20$ x_{31}	$c_{32}=10$ x_{32}	$c_{33}=40$ x_{33}	$c_{34}=20$ x_{34}	$a_3 = 800$
Потреба	$b_1 = 1100$	$b_2 = 400$	$b_3 = 600$	$b_4 = 800$	

Далі проводимо розрахунок методом північно-західного кута.

Починаємо з клітинки (1;1):

$$x_{11} = \min(a_1, b_1) = \min(1500, 1100) = 1100,$$

$$x_{11} = b_1 - \text{потреба Unit A закрита};$$

$$x_{12} = \min(a_1 - x_{11}, b_2) = \min(400, 400) = 400,$$

$$x_{12} = b_2 - \text{потреба Unit B закрита};$$

$$x_{23} = \min(a_2, b_3) = \min(600, 600) = 600,$$

$$x_{23} = b_3 - \text{потреба Unit C закрита};$$

$$x_{34} = \min(a_3, b_4) = \min(800, 800) = 800,$$

$$x_{34} = b_4 - \text{потреба Unit D закрита}.$$

Таблиця 2

Результати розрахунків методом північно-західного кута

	Unit A	Unit B	Unit C	Unit D	Наявність
Composition 1	1100	400			1500
Composition 2		0	600	0	600
Composition 3				800	800
Потреба	1100	400	600	800	

З урахуванням застосування методу витрати, пов'язані з перевезенням вантажу, будуть становити

$$F = 1100 \cdot 40 + 400 \cdot 40 + 0 \cdot 30 + 600 \cdot 10 + 0 \cdot 20 + 800 \cdot 20 = 82000 \text{ умовних грошових одиниць}$$

Проводимо розрахунок методом мінімальної вартості.

Починаємо з клітинки, де вартість перевезень вантажу мінімальна, тобто $c_{ij} = \min$

$$x_{32} = \min(a_3, b_2) = \min(800, 400) = 400,$$

$$x_{32} = b_2 - \text{потреба Unit B закрита};$$

$$x_{23} = \min(a_2, b_3) = \min(600, 600) = 600,$$

$$x_{23} = b_3 - \text{потреба Unit C закрита};$$

$$x_{11} = \min(a_1, b_1) = \min(1500, 1100) = 1100,$$

$$x_{11} = b_1 - \text{потреба Unit A закрита};$$

$$x_{34} = \min(a_3 - x_{32}, b_4) = \min(400, 800) = 400,$$

$$x_{14} = \min(a_1 - x_{11}, b_4 - x_{34}) = \min(400, 400) = 400,$$

$$x_{14} + x_{34} = b_4 - \text{потреба Unit D закрита}.$$

Таблиця 3

Результати розрахунків методом мінімальної вартості

	Unit A	Unit B	Unit C	Unit D	Наявність
Composition 1	1100			400	1500
Composition 2			600	0	600
Composition 3		400		400	800
Потреба	1100	400	600	800	

З урахуванням застосування методу витрати, пов'язані з перевезенням вантажу, будуть становити

$$F = 1100 \cdot 40 + 400 \cdot 10 + 600 \cdot 10 + 400 \cdot 50 + 0 \cdot 20 + 400 \cdot 20 = 82000 \text{ умовних грошових одиниць}$$

Відповідно до (4) перевіримо оптимальність плану.

Для виконаних перевезень (заповнених клітинок таблиці 3):

$$\begin{cases} u_1 + v_1 = 40 \\ u_1 + v_4 = 50 \\ u_2 + v_3 = 10 \\ u_2 + v_4 = 20 \\ u_3 + v_2 = 10 \\ u_3 + v_4 = 20 \end{cases}$$

Система рівнянь є невизначеною. Для того, щоб отримати розв'язок, забезпечуючи умову

зв'язності в табл. 3, припустимо, що $v_4 = 0$. Тоді всі інші потенціали визначаються:

$$u_1 = 50, u_2 = 20, u_3 = 20, v_1 = -10, v_2 = -10, v_3 = -10.$$

Для невиконаних перевезень (порожніх клітинок таблиці 3):

$$\begin{cases} u_1 + v_2 = 50 + (-10) = 40 = 40 \\ u_1 + v_3 = 50 + (-10) = 40 > 20 \\ u_2 + v_1 = 20 + (-10) = 10 < 50 \\ u_2 + v_2 = 20 + (-10) = 10 < 30 \\ u_3 + v_1 = 20 + (-10) = 10 < 20 \\ u_1 + v_2 = 20 + (-10) = 10 < 40 \end{cases}$$

Розрахунки показали, що умова оптимальності не виконується для 2 рівняння.

Як було зазначено вище, здійснюємо перехід до наступного плану, змінивши співвідношення заповнених і порожніх клітинок таблиці. Результат зображений в табл. 4.

Таблиця 4

Перший оптимізований опорний план

	Unit A	Unit B	Unit C	Unit D	Наявність
Composition 1	1100		400		1500
Composition 2			200	400	600
Composition 3		400		400	800
Потреба	1100	400	600	800	

З урахуванням застосування потенціалів витрати, пов'язані з перевезенням вантажу, будуть становити

$$F = 1100 \cdot 40 + 400 \cdot 10 + 200 \cdot 10 + 400 \cdot 20 + 400 \cdot 20 + 400 \cdot 20 = 74000 \text{ умовних грошових одиниць}$$

Відповідно до (4) перевіримо оптимальність плану.

Для виконаних перевезень (заповнених клітинок таблиці 4):

$$\begin{cases} u_1 + v_1 = 40 \\ u_1 + v_3 = 20 \\ u_2 + v_3 = 10 \\ u_2 + v_4 = 20 \\ u_3 + v_2 = 10 \\ u_3 + v_4 = 20 \end{cases}$$

Система рівнянь є невизначеною. За аналогією, припустимо, що $u_1 = 0$. Тоді всі інші потенціали визначаються:

$$u_2 = -10, u_3 = -10, v_1 = 40, v_2 = -20, v_3 = 20, v_4 = 30.$$

Для невиконаних перевезень (порожніх клітинок таблиці 4):

$$\begin{cases} u_1 + v_2 = 0 + 40 = 40 = 40 \\ u_1 + v_4 = 0 + 30 = 30 < 50 \\ u_2 + v_1 = (-10) + 40 = 30 < 50 \\ u_2 + v_2 = (-10) + (-20) = (-30) < 30 \\ u_3 + v_1 = (-10) + 40 = 30 > 20 \\ u_3 + v_3 = (-10) + 20 = 10 < 40 \end{cases}$$

Розрахунки показали, що умова оптимальності не виконується для 5 рівняння.

Цей план транспортної задачі також не оптимальний.

Здійснюємо перехід до наступного плану. Результат розрахунків зображений в табл. 5.

Таблиця 5

Другий оптимізований опорний план

	Unit A	Unit B	Unit C	Unit D	Наявність
Composition 1	900		600		1500
Composition 2				600	600
Composition 3	200	400		200	800
Потреба	1100	400	600	800	

З урахуванням застосування потенціалів витрати, пов'язані з перевезенням вантажу, будуть становити

$$F = 900 \cdot 40 + 200 \cdot 20 + 400 \cdot 10 + 600 \cdot 20 + 600 \cdot 20 + 200 \cdot 20 = 72000 \text{ умовних грошових одиниць}$$

Відповідно до (4) перевіримо оптимальність плану.

Для виконаних перевезень (заповнених клітинок табл. 5):

$$\begin{cases} u_1 + v_1 = 40 \\ u_1 + v_3 = 20 \\ u_2 + v_4 = 20 \\ u_3 + v_1 = 20 \\ u_3 + v_2 = 10 \\ u_3 + v_4 = 20 \end{cases}$$

Система рівнянь є невизначеною. За аналогією, припустимо, що $u_1 = 0$. Тоді всі інші потенціали визначаються:

$$u_2 = -20, u_3 = -20, v_1 = 40, v_2 = 30, v_3 = 20, v_4 = 40.$$

Для невиконаних перевезень (порожніх клітинок табл. 5):

$$\begin{cases} u_1 + v_2 = 0 + 30 = 30 < 40 \\ u_1 + v_4 = 0 + 40 = 40 < 50 \\ u_2 + v_1 = (-20) + 40 = 20 < 50 \\ u_2 + v_2 = (-20) + 30 = 10 < 30 \\ u_3 + v_1 = (-20) + 20 = 0 < 20 \\ u_3 + v_3 = (-20) + 20 = 0 < 40 \end{cases}$$

Перевірка останнього плану показує, що він оптимальний.

$$\text{Таким чином, } X^* = \begin{pmatrix} 900 & 0 & 600 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 600 \\ 200 & 0 & 0 & 200 \end{pmatrix}.$$

За оптимальним планом перевезень визначаємо наступне:

перший підрозділ Unit A отримує наряд на 900 одиниць вантажу з першого складу Composition 1 та 200 одиниць вантажу з третього складу Composition 3;

другий підрозділ Unit B отримує наряд на 400 одиниць вантажу з третього складу Composition 3;

третій підрозділ Unit C отримує наряд на 600 одиниць вантажу з першого складу Composition 1;

четвертий підрозділ Unit D отримує наряд на 600 одиниць вантажу з другого складу Composition 2 та 200 одиниць вантажу з третього складу Composition 3.

При цьому загальна вартість перевезення всього вантажу є найменшою і становить 72 000 умовних грошових одиниць.

Висновки

Сьогодні в нашій країні створюється єдина ефективна система логістичного забезпечення Збройних Сил України, яка повинна функціонувати відповідно до стандартів НАТО і буде здатна забезпечити потреби нашої армії. Одним із аспектів вирішення цього питання є покращення організації військових транспортних перевезень в системах забезпечення та ефективне управління матеріальними потоками логістичного забезпечення.

Як показав аналіз літературних джерел, для вирішення проблем управління витратами в цивільній транспортній сфері використовують методи лінійного програмування. Транспортні задачі є одними із найбільш розповсюджених та знаходять широке практичне застосування.

Запропоновано метод вирішення задачі організації перевезення матеріально-технічних засобів в підрозділі тактичної ланки шляхом послідовного поліпшення плану перевезень, коли початковий план покращується доти, поки він не стане оптимальним. У межах методу здійснюються розрахунки та побудова оптимального плану перевезень методом північно-західного кута, його покращення методом мінімальної вартості. Додатково проводиться перевірка методом потенціалів для оптимізації опорного плану перевезень. Запропонований метод можна використовувати для того, щоб знайти оптимальний план перевезень, при якому загальні транспортні витрати були мінімальними.

Розрахунки показали, що застосування даного методу дозволяє за рахунок вибору оптимального

плану можна знизити вартість перевезень умовного вантажу в підрозділи.

Напрямами подальших досліджень є: застосування та перевірка методу в реальних умовах з реальними вихідними даними та надання рекомендацій із застосування запропонованого методу в підрозділах тактичної ланки для підвищення ефективності логістичного забезпечення, а також розробка програмної реалізації запропонованого методу.

Список літератури

1. Доктрина об'єднана логістика: Наказ Головнокомандувача Збройних Сил України від 24.09.2020 № 2861. 37 с.
2. Доктрина з організації переміщень та перевезень (транспортувань) у Збройних Силах України: Наказ Генерального штабу Збройних Сил України від 20.08.2020 року № 2464.
3. Доктрина забезпечення матеріально-технічними засобами, роботами та послугами: Наказ Генерального штабу Збройних Сил України від 21.01.2021 року № 225.
4. Доктрина Сил логістики: затверджена Головнокомандувачем ЗС України 08.02.2021 р.
5. Доктрина Застосування сил логістики: затверджена начальником ГШ ЗС України 04.02.2021 року.
6. Основні положення логістичного забезпечення Збройних Сил України. Наказ Міністерства оборони України від 11.10.2016 № 522.
7. Кивлюк В.С., Ганненко Ю.О. Удосконалення системи забезпечення матеріальними ресурсами Збройних Сил України. *Social development & Security*. 2018. Вип. 2(4). С. 49–58.
8. Дачковський В.О., Сампір О.М. Алгоритм функціонування системи логістичного забезпечення. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. Київ: НУОУ. 2019. № 2(35). С. 87–92.
9. Основи логістики: навч. посіб. НУОУ. / В.О. Дачковський, І.В. Овчаренко, О.М. Воробйов, О.В. Ярошенко, Б.О. Мельник, 2018. 204 с.
10. Кивлюк В.С., Ганненко Ю.О. Аналіз функціонування системи забезпечення військ (сил) Збройних Сил України під час широкомасштабної збройної агресії. *Information and analytical activities in the field of security and defense*. 2022. № 1(43). С. 59–64.
11. Маслій О.М., Власов А.П., Поляшов С.В., Чеботарьов О.С., Литвиновський С.А. Щодо особливостей логістичного забезпечення Збройних Сил України в сучасних умовах. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса)*. № 2 (14). ч. II. 2020. Вип. 2 (14). 178 с.
12. Гуржій Н.Г. Інтеграційна взаємодія маркетингу та логістики як підґрунтя стратегічного управління збутовою діяльністю підприємств на міжнародному ринку. *Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Міжнародні економічні відносини та світове господарство*. 2017. Вип. 11. С. 28–32.
13. Азаренков Г.Ф., Дзьобко І.П. Методичні підходи до управління промисловим підприємством на засадах логістики. *Економічний нобелівський вісник*. 2015. № 1. С. 3–9.

14. Самойленко М.І., Кобець А.О. Інформаційні технології в розв'язанні транспортних задач: монографія. 2011. 256 с.

15. Житар С.А. Застосування методу лінійного програмування для оптимізації транспортних потоків військової логістики. *Національна безпека України. Збірник наукових праць курсантів і студентів*. Одеса: ВА. 2019. Вип. 2. 222 с.

16. Мельник В.В. Удосконалення якості логістичного забезпечення на основі прогнозних моделей і застосування комп'ютерних програм. *Збірник наукових праць Військової академії (м. Одеса)*. № 2 (14). ч. II. Одеса: ВА. 2020. Вип. 2 (14). 164 с.

17. Глушик М.М., Копич І.М., Пенцак О.С., Сороківський В.М. Математичне програмування: навч. посібник. Львів: «Новий Світ-2000», 2005. 216 с.

References

1. (2020), "Doktryna obiednana lohistyka: nakaz Holovnokomanduvacha Zbroinykh Syl Ukrainy vid 24.09.2020 № 2861" [Joint Logistics Doctrine: Order of the Commander-in-Chief of the Armed Forces of Ukraine dated 24.09.2020 № 2861]. 37 p. [in Ukrainian].
2. (2020), "Doktryna z orhanizatsii peremishchen ta perevezen (transportuvan) u Zbroinykh Sylakh Ukrainy: Nakaz Heneralnoho shtabu Zbroinykh Syl Ukrainy vid 20.08.2020 № 2464" [Doctrine on the Organization of Movements and Transportation (Transportation) in the Armed Forces of Ukraine: Order of the General Staff of the Armed Forces of Ukraine dated 08/20/2020 No. 2464]. [in Ukrainian].
3. (2021), "Doktryna zabezpechennia materialno-tekhnichnymy zasobamy, robotamy ta posluhamy: Nakaz Heneralnoho shtabu Zbroinykh Syl Ukrainy vid 21.01.2021. № 225" [Doctrine of Provision of Material and Technical Means, Works and Services: Order of the General Staff of the Armed Forces of Ukraine dated 01/21/2021 No. 225]. [in Ukrainian].
4. (2021), "Doktryna Syl lohistyky: zatverdzhena Holovnokomanduvachem ZS Ukrainy 08.02.2021" [Doctrine of Logistics Forces: approved by the Commander-in-Chief of the Armed Forces of Ukraine on 02/08/2021]. [in Ukrainian].
5. (2021), "Doktryna Zastosuvannia syl lohistyky: zatverdzhena nachalnykom HSh ZS Ukrainy 04.02.2021" [Doctrine of the Use of Logistics Forces: approved by the Chief of the General Staff of the Armed Forces of Ukraine on 02/04/2021]. [in Ukrainian].
6. (2016), "Osnovni polozhennia lohistychnoho zabezpechennia Zbroinykh Syl Ukrainy. Nakaz Ministerstva oborony Ukrainy vid 11.10.2016 № 522" [Basic provisions of logistical support of the Armed Forces of Ukraine. Order of the Ministry of Defense of Ukraine dated 11.10.2016 No. 522]. [in Ukrainian].
7. Kyvliuk V.S. and Hannenko Yu.O. (2018), "Udoskonalennia systemy zabezpechennia materialnymy resursamy Zbroinykh Syl Ukrainy" [Improving the system of providing material resources to the Armed Forces of Ukraine]. *Social development & Security*. 2018. Issue 2(4). pp. 49–58. [in Ukrainian].

8. Dachkovskiy V.O. and Sampir O.M. (2019), "Alhorytm funktsionuvannia systemy lohistychnoho zabezpechennia" [Algorithm of the functioning of the logistical support system]. *Modern information technologies in the field of security and defense*. Kyiv: NUDU. № 2 (35). pp. 87–92. [in Ukrainian].

9. Dachkovskiy V.O., Ovcharenko I.V., Vorobiov O.M., Yaroshenko O.V. and Melnyk B.O. (2018), "Osnovy lohistyky" [Fundamentals of logistics] : tutorial. NUDU. 204 p. [in Ukrainian].

10. Kyvliuk V.S. and Hannenko Yu.O. (2022), "Analiz funktsionuvannia systemy zabezpechennia viisk (syl) Zbroinykh Syl Ukrainy pid chas shyrokomasshtabnoi zbroinoi ahresii" [Analysis of the functioning of the system of support of the troops (forces) of the Armed Forces of Ukraine during large-scale armed aggression]. *Information and analytical activities in the field of security and defense*. № 1(43). pp. 59–64. [in Ukrainian].

11. Maslii O.M., Vlasov A.P., Poliashov S.V., Chebotarov O.S. and Lytvynovskiy S.A. (2020), "Shchodo osoblyvosti lohistychnoho zabezpechennia Zbroinykh Syl Ukrainy v suchasnykh umovakh" [On the peculiarities of the logistical support of the Armed Forces of Ukraine in modern conditions]. *Collection of scientific works of the Military Academy (Odessa)*. Part II. Issue 2 (14). 178 p. [in Ukrainian].

12. Hurzhii N.H. (2017), "Intehratsiina vzaiemodiiia marketynhu ta lohistyky yak pidgruntia stratehichnogo upravlinnia zbutovoiu diialnistiu pidpriemstv na mizhnarodnomu rynku" [Integration interaction of marketing and logistics as a basis for strategic management of sales activities of

enterprises in the international market]. *Scientific Bulletin of Uzhgorod National University. Series: International Economic Relations and World Economy*. Issue 11. pp. 28–32. [in Ukrainian].

13. Azarenkov H.F. and Dzobko I.P. (2015), "Metodychni pidkhody do upravlinnia promyslovym pidpriemstvom na zasadakh lohistyky" [Methodological approaches to managing an industrial enterprise based on logistics]. *Nobel Prize in Economics Bulletin*. № 1. pp. 3–9. [in Ukrainian].

14. Samoilenko M.I. and Kobets A.O. (2011), "Informatsiini tekhnologii v rozviazanni transportnykh zadach: monohrafiia" [Information technologies in solving transport problems] : monograph. 256 p. [in Ukrainian].

15. Zhytar S.A. (2019), "Zastosuvannia metodu liniinoho prohramuвання dlia optymizatsii transportnykh potokiv viiskovoi lohistyky" [Application of the linear programming method to optimize transport flows of military logistics]. *National Security of Ukraine, Collection of scientific works of cadets and students*. Odesa: MA. Issue 2. 222 p. [in Ukrainian].

16. Melnyk V.V. (2020), "Udoskonalennia yakosti lohistychnoho zabezpechennia na osnovi prohnoznykh modelei i zastosuvannia kompiuternykh prohran" [Improving the quality of logistical support based on predictive models and the use of computer programs]. *Collection of scientific works of the Military Academy (Odessa)*. № 2 (14). Part II. Odesa: MA. Issue 2 (14). 164 p. [in Ukrainian].

17. Hlyshyk M.M., Kopych I.M., Pentsak O.C. and Copokivskiy B.M. (2005), "Matematychnе prohramuвання" [Mathematical programming] : tutorial. Lviv: «Novyi Svit-2000». 216 p. [in Ukrainian].

LINEAR PROGRAMMING METHOD FOR SOLVING THE PROBLEM OF TRANSPORTING MATERIAL AND TECHNICAL RESOURCES IN TACTICAL UNITS TO INCREASE THE EFFICIENCY OF LOGISTICS SUPPORT

E. Shynkar, O.Lavrut, T. Lavrut

The work is devoted to the development of new approaches in the organization of logistical support of tactical units with material and technical means using the mathematical apparatus of linear programming.

It is shown that one of the methods of linear programming is used to solve the problems of cost management during the organization of transportation of material and technical means - the transport problem.

A mathematical formulation of the problem of organizing transportation as a component of logistical support is proposed. A specific example of solving the problem of organizing transportation of conditional cargo from warehouses of supply bodies to tactical units is given.

The paper also proposes a method for solving the problem of transportation of material and technical resources, taking into account the optimization of the reference transportation plan by iteratively improving the calculation result using the transportation problem. The economic efficiency of the proposed method is shown.

Directions for further research are formulated regarding the improvement of the system of logistical support with material and technical means in tactical units.

Keywords: transport problem, method, linear programming, logistical support, transportation, material and technical means, optimization.